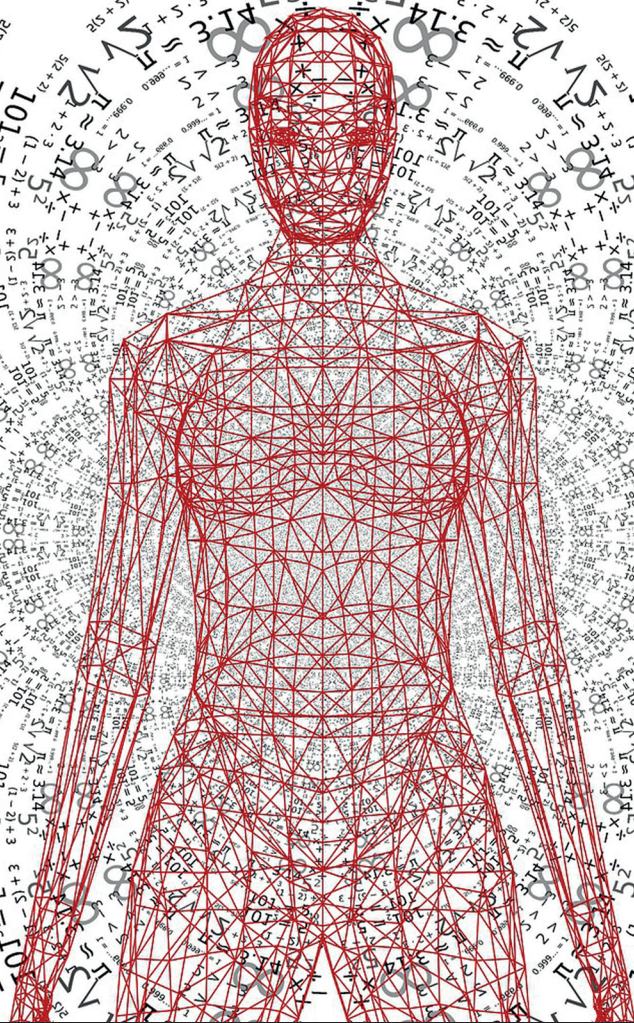


VOLUME 3



EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA
EM PESQUISA
PERSPECTIVAS E TENDÊNCIAS

Organizadoras

ELOISA ROSOTTI NAVARRO
MARIA DO CARMO DE SOUSA



editora científica

Copyright© 2021 por Editora Científica Digital

Copyright da Edição © 2021 Editora Científica Digital

Copyright do Texto © 2021 Os Autores

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

E24 Educação matemática em pesquisa [livro eletrônico] : perspectivas e tendências: volume 3 / Organizadores Eloisa Rosotti Navarro, Maria do Carmo de Sousa. – Guarujá, SP: Científica Digital, 2021.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-89826-27-9

DOI 10.37885/978-65-89826-27-9

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Prática de ensino. I. Navarro, Eloisa Rosotti. II. Sousa, Maria do Carmo de. III. Título.

CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Parecer e Revisão Por Pares

Os textos que compõem esta obra foram submetidos para avaliação do Conselho Editorial da Editora Científica Digital, bem como revisados por pares, sendo indicados para a publicação.

O conteúdo dos capítulos e seus dados e sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. É permitido o download e compartilhamento desta obra desde que no formato Acesso Livre (Open Access) com os créditos atribuídos aos respectivos autores, mas sem a possibilidade de alteração de nenhuma forma ou utilização para fins comerciais.



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição Creative Commons. Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0).



editora científica

EDITORA CIENTÍFICA DIGITAL LTDA

Guarujá - São Paulo - Brasil

www.editoracientifica.org - contato@editoracientifica.org

CORPO EDITORIAL

Direção Editorial

Reinaldo Cardoso

João Batista Quintela

Editor Científico

Prof. Dr. Robson José de Oliveira

Assistentes Editoriais

Elielson Ramos Jr.

Erick Braga Freire

Bianca Moreira

Sandra Cardoso

Bibliotecário

Maurício Amormino Júnior - CRB6/2422

Jurídico

Dr. Alandelon Cardoso Lima - OAB/SP-307852



editora científica

CONSELHO EDITORIAL

MESTRES, MESTRAS, DOUTORES E DOUTORAS

Robson José de Oliveira

Universidade Federal do Piauí, Brasil

Eloisa Rosotti Navarro

Universidade Federal de São Carlos, Brasil

Rogério de Melo Grillo

Universidade Estadual de Campinas, Brasil

Carlos Alberto Martins Cordeiro

Universidade Federal do Pará, Brasil

Ernane Rosa Martins

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Brasil

Rossano Sartori Dal Molin

FSG Centro Universitário, Brasil

Edilson Coelho Sampaio

Universidade da Amazônia, Brasil

Domingos Bombo Damião

Universidade Agostinho Neto, Angola

Elson Ferreira Costa

Universidade do Estado do Pará, Brasil

Carlos Alexandre Oelke

Universidade Federal do Pampa, Brasil

Patrício Francisco da Silva

Universidade CEDMA, Brasil

Reinaldo Eduardo da Silva Sales

Instituto Federal do Pará, Brasil

Dalízia Amaral Cruz

Universidade Federal do Pará, Brasil

Susana Jorge Ferreira

Universidade de Évora, Portugal

Fabrcio Gomes Gonçalves

Universidade Federal do Espírito Santo, Brasil

Erival Gonçalves Prata

Universidade Federal do Pará, Brasil

Gevair Campos

Faculdade CNEC Unaí, Brasil

Flávio Aparecido De Almeida

Faculdade Unida de Vitória, Brasil

Mauro Vinicius Dutra Girão

Centro Universitário Inta, Brasil

Clóvis Luciano Giacomet

Universidade Federal do Amapá, Brasil

Giovanna Moraes

Universidade Federal de Uberlândia, Brasil

André Cutrim Carvalho

Universidade Federal do Pará, Brasil

Silvani Verruck

Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil

Auristela Correa Castro

Universidade Federal do Pará, Brasil

Oswaldo Contador Junior

Faculdade de Tecnologia de Jahu, Brasil

Claudia Maria Rinhel-Silva

Universidade Paulista, Brasil

Dennis Soares Leite

Universidade de São Paulo, Brasil

Silvana Lima Vieira

Universidade do Estado da Bahia, Brasil

Cristina Berger Fadel

Universidade Estadual de Ponta Grossa, Brasil

Graciete Barros Silva

Universidade Estadual de Roraima, Brasil

Juliana Campos Pinheiro

Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Brasil

Cristiano Marins

Universidade Federal Fluminense, Brasil

Silvio Almeida Junior

Universidade de Franca, Brasil

Raimundo Nonato Ferreira Do Nascimento

Universidade Federal do Piauí, Brasil

Marcelo da Fonseca Ferreira da Silva

Escola Superior de Ciências da Santa Casa de Misericórdia de Vitória, Brasil

Carlos Roberto de Lima

Universidade Federal de Campina Grande, Brasil

Iramirton Figuerêdo Moreira

Universidade Federal de Alagoas, Brasil

Daniel Luciano Gevehr

Faculdades Integradas de Taquara, Brasil

Maria Cristina Zago

Centro Universitário UNIFAAT, Brasil

Wescley Viana Evangelista

Universidade do Estado de Mato Grosso, Brasil

Samylla Maira Costa Siqueira

Universidade Federal da Bahia, Brasil

Gloria Maria de Franca

Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Brasil

Antônio Marcos Mota Miranda

Instituto Evandro Chagas, Brasil

Carla da Silva Sousa

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Baiano, Brasil

Dennys Ramon de Melo Fernandes Almeida

Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Brasil

Francisco de Sousa Lima

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Baiano, Brasil

Reginaldo da Silva Sales

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará, Brasil

Mário Celso Neves De Andrade

Universidade de São Paulo, Brasil

Maria do Carmo de Sousa

Universidade Federal de São Carlos, Brasil

Mauro Luiz Costa Campello

Universidade Paulista, Brasil

Sayonara Cotrim Sabioni

Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia Baiano, Brasil

Ricardo Pereira Sepini

Universidade Federal de São João Del-Rei, Brasil

Flávio Campos de Moraes

Universidade Federal de Pernambuco, Brasil

Sonia Aparecida Cabral

Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, Brasil

Jonatas Brito de Alencar Neto

Universidade Federal do Ceará, Brasil

Moisés de Souza Mendonça

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará, Brasil

Pedro Afonso Cortez

Universidade Metodista de São Paulo, Brasil

Iara Margolis Ribeiro

Universidade do Minho, Brasil

Juliano Pizzano Ayoub

Universidade Estadual do Centro-Oeste, Brasil

Cynthia Mafra Fonseca de Lima

Universidade Federal de Alagoas, Brasil

Marcos Reis Gonçalves

Centro Universitário Tiradentes, Brasil

Vitor Afonso Hoeflich

Universidade Federal do Paraná, Brasil

Bianca Anacleto Araújo de Sousa

Universidade Federal Rural de Pernambuco, Brasil

Bianca Cerqueira Martins

Universidade Federal do Acre, Brasil



Daniela Remião de Macedo

Faculdade de Belas Artes da Universidade de Lisboa, Portugal

Dioniso de Souza Sampaio

Universidade Federal do Pará, Brasil

Rosemary Laís Galati

Universidade Federal de Mato Grosso, Brasil

Maria Fernanda Soares Queiroz

Universidade Federal de Mato Grosso, Brasil

Letícia Cunha da Hungria

Universidade Federal Rural da Amazônia, Brasil

Leonardo Augusto Couto Finelli

Universidade Estadual de Montes Claros, Brasil

Thais Ranielle Souza de Oliveira

Centro Universitário Euroamericano, Brasil

Alessandra de Souza Martins

Universidade Estadual de Ponta Grossa, Brasil

Claudiomir da Silva Santos

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas, Brasil

Fabício dos Santos Ritá

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas, Brasil

Danielly de Sousa Nóbrega

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Acre, Brasil

Livia Fernandes dos Santos

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Acre, Brasil

Liege Coutinho Goulart Dornellas

Universidade Presidente Antônio Carlos, Brasil

Ticiano Azevedo Bastos

Universidade Federal de Ouro Preto, Brasil

Walmir Fernandes Pereira

Miami University of Science and Technology, Estados Unidos da América

Jónata Ferreira De Moura

Universidade Federal do Maranhão, Brasil

Camila de Moura Vogt

Universidade Federal do Pará, Brasil

José Martins Juliano Eustaquio

Universidade de Uberaba, Brasil

Adriana Leite de Andrade

Universidade Católica de Petrópolis, Brasil

Francisco Carlos Alberto Fonteles Holanda

Universidade Federal do Pará, Brasil

Bruna Almeida da Silva

Universidade do Estado do Pará, Brasil

Clecia Simone Gonçalves Rosa Pacheco

Instituto Federal do Sertão Pernambucano, Brasil

Ronei Aparecido Barbosa

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas, Brasil

Julio Onésio Ferreira Melo

Universidade Federal de São João Del Rei, Brasil

Juliano José Corbi

Universidade de São Paulo, Brasil

Thadeu Borges Souza Santos

Universidade do Estado da Bahia, Brasil

Francisco Sérgio Lopes Vasconcelos Filho

Universidade Federal do Cariri, Brasil

Francine Náthalie Ferraresi Rodrigues Queluz

Universidade São Francisco, Brasil

Maria Luzete Costa Cavalcante

Universidade Federal do Ceará, Brasil

Luciane Martins de Oliveira Matos

Faculdade do Ensino Superior de Linhares, Brasil

Rosenery Pimentel Nascimento

Universidade Federal do Espírito Santo, Brasil

Irlane Maia de Oliveira

Universidade Federal do Amazonas, Brasil

Lívia Silveira Duarte Aquino

Universidade Federal do Cariri, Brasil

Xaene Maria Fernandes Mendonça

Universidade Federal do Pará, Brasil

Thaís de Oliveira Carvalho Granado Santos

Universidade Federal do Pará, Brasil

Fábio Ferreira de Carvalho Junior

Fundação Getúlio Vargas, Brasil

Anderson Nunes Lopes

Universidade Luterana do Brasil, Brasil

Carlos Alberto da Silva

Universidade Federal do Ceará, Brasil

Keila de Souza Silva

Universidade Estadual de Maringá, Brasil

Francisco das Chagas Alves do Nascimento

Universidade Federal do Pará, Brasil

Réia Sílvia Lemos da Costa e Silva Gomes

Universidade Federal do Pará, Brasil

Arinaldo Pereira Silva

Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Brasil

Laís Conceição Tavares

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará, Brasil

Ana Maria Aguiar Frias

Universidade de Évora, Brasil

Willian Douglas Guilherme

Universidade Federal do Tocantins, Brasil

Evaldo Martins da Silva

Universidade Federal do Pará, Brasil

Biano Alves de Melo Neto

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Baiano, Brasil

António Bernardo Mendes de Seica da Providência Santarém

Universidade do Minho, Portugal

Valdemir Pereira de Sousa

Universidade Federal do Espírito Santo, Brasil

Sheylla Susan Moreira da Silva de Almeida

Universidade Federal do Amapá, Brasil

Miriam Aparecida Rosa

Instituto Federal do Sul de Minas, Brasil

Rayme Tiago Rodrigues Costa

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará, Brasil

Priscyla Lima de Andrade

Centro Universitário UniFBV, Brasil

Andre Muniz Afonso

Universidade Federal do Paraná, Brasil

Marcel Ricardo Nogueira de Oliveira

Universidade Estadual do Centro Oeste, Brasil

Gabriel Jesus Alves de Melo

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia, Brasil

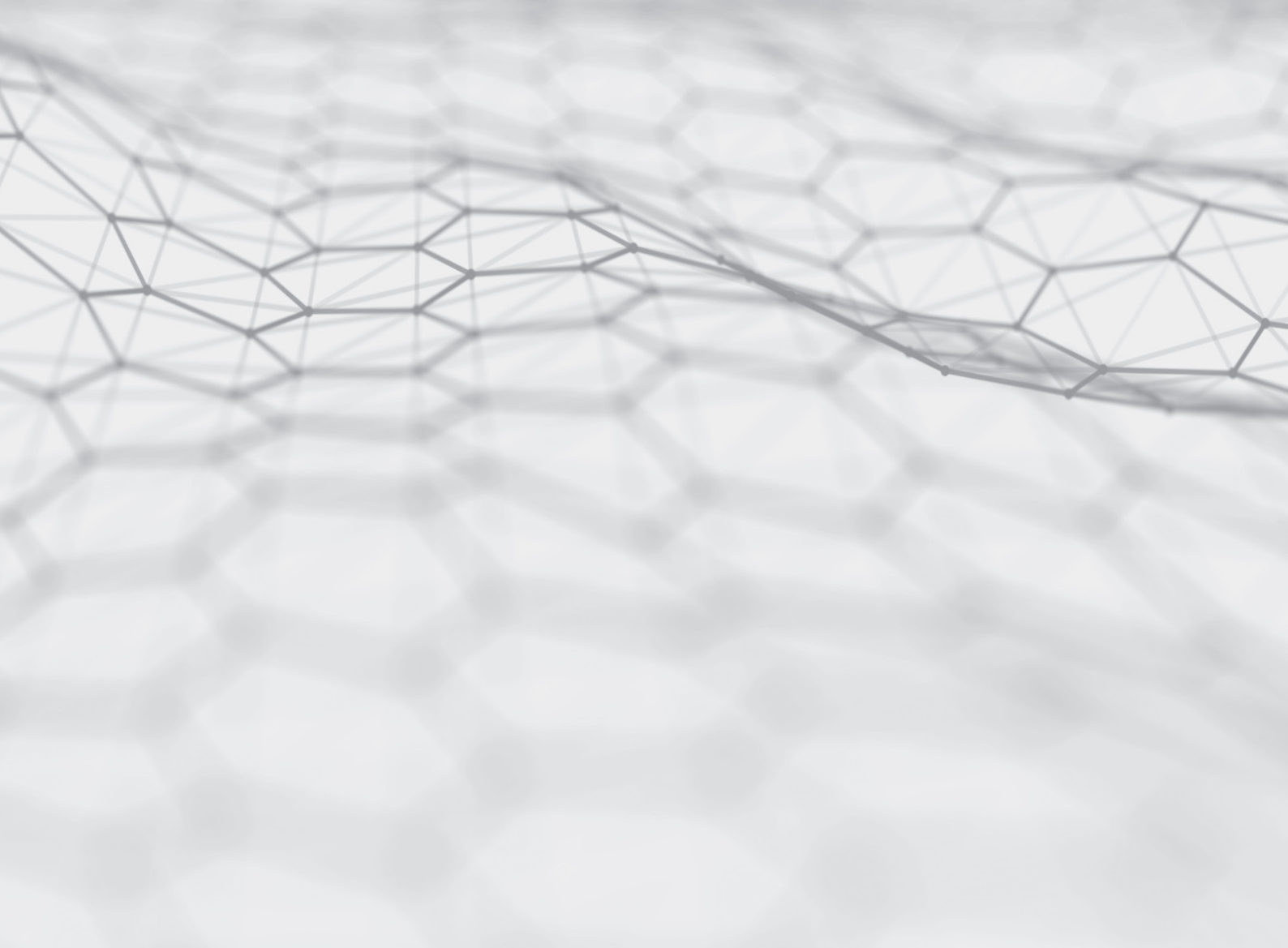


APRESENTAÇÃO

Esta obra constituiu-se a partir de um processo colaborativo entre professores, estudantes e pesquisadores, que se debruçaram a contribuir com a Educação Matemática e seus desdobramentos. É notório o movimento interinstitucional presente na obra, com ações de incentivo à pesquisa que reúne pesquisadores das mais diversas áreas do conhecimento e de diferentes Instituições de Educação Superior públicas e privadas de abrangência nacional e internacional. Tem como objetivo discutir, argumentar e refletir com o leitor sobre a Educação Matemática em Pesquisa, por meio da produção e socialização de conhecimentos em diferentes perspectivas e tendências. Agradecemos aos autores pelo empenho, disponibilidade e dedicação para o desenvolvimento e conclusão dessa obra. Enfim, esperamos que ela sirva de instrumento didático-pedagógico para estudantes, professores e demais interessados pela temática.

Eloisa Rosotti Navarro

Maria do Carmo de Sousa



SUMÁRIO

CAPÍTULO 01

A ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO E O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO TEÓRICO: DISCUSSÕES A PARTIR DA EDUCAÇÃO INFANTIL

Ana Paula Gladcheff Munhoz; Andrea Maturano Longarezi; Carolina Picchetti Nascimento; Débora Cristina Piotto; Elaine Sampaio Araujo; Fabiana Fiorezi de Marco

DOI: 10.37885/210404099 16

CAPÍTULO 02

A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO COLABORADORA DO ENSINO EM CURSOS SUPERIORES

Miriam Aparecida Rosa

DOI: 10.37885/210504520 36

CAPÍTULO 03

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO EIXO NORTEADOR NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

Flávia Sueli Fabiani Marcatto; Lourdes De la Rosa Onuchic

DOI: 10.37885/210303446 49

CAPÍTULO 04

A UTILIZAÇÃO DO JOGO DE BINGO COMO INSTRUMENTO EDUCATIVO NAS AULAS DE MATEMÁTICA: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA

Jocinéia Medeiros; Marcos Lübeck; Graciela Sieglöch Lins; Fernando Luiz Andretti

DOI: 10.37885/210404348 70

CAPÍTULO 05

APRENDER A ENSINAR OS CONCEITOS MATEMÁTICOS INICIAIS NA PERSPECTIVA DE ACADÊMICOS DE PEDAGOGIA

Marlene Terezinha Fernandes; Jutta Cornelia Reuwsaat Justo

DOI: 10.37885/210504493 80

CAPÍTULO 06

AS BRINCADEIRAS E AS NOÇÕES ESPACIAIS NA EDUCAÇÃO INFANTIL

Suelene de Rezende; Rute Cristina Domingos da Palma

DOI: 10.37885/210404430 94

SUMÁRIO

CAPÍTULO 07

ASPECTOS EPISTEMOLÓGICOS SUBJACENTES A ERROS INDIVIDUAIS FREQUENTES NO ENSINO INSTITUCIONALIZADO

Werventon dos Santos Miranda; Luciana de Nazaré Farias; Silvio Carlos Ferreira Pereira Filho

DOI: 10.37885/210303449 114

CAPÍTULO 08

BIOGRAFIA MATEMÁTICA E LINHA DO NUMERAMENTO: DUAS PROPOSTAS DO PNAIC-UFPEL PARA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS

Antônio Mauricio Medeiros Alves; Alexandra Alves Brandt

DOI: 10.37885/210303624 127

CAPÍTULO 09

CENÁRIOS INCLUSIVOS PARA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA: UTILIZAÇÃO DE APLICATIVOS *ON-LINE*

Carlos Eduardo Rocha dos Santos; Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes

DOI: 10.37885/210404100 143

CAPÍTULO 10

CONTRIBUIÇÕES DE ESTUDANTES DA EDUCAÇÃO BÁSICA E DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA PARA UMA EDUCAÇÃO FINANCEIRA CRÍTICA

Fernanda Muniz dos Santos; Jerlan Manaia de Araújo; Gabriela dos Santos Barbosa

DOI: 10.37885/210102773 157

CAPÍTULO 11

DINHEIRO NA MÃO É VENDEVAL, MEDIR É ESSENCIAL, UMA PROPOSTA PARA A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DO SISTEMA MONETÁRIO NACIONAL E DAS GRANDEZAS E MEDIDAS NOS ANOS INICIAIS

Josane Úrsula Heesch; Kellen Figueiredo Waltrich

DOI: 10.37885/210404202 171

CAPÍTULO 12

EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA: O CONCEITO DE MÉDIA MÓVEL NO ENSINO FUNDAMENTAL NA PANDEMIA DA COVID-19 NO BRASIL

Chang Kuo Rodrigues; Anderson José Gomes Ferreira; Antonio Marco Campos Carrara; Helena Pereira da Silva; Valquíria Dutra Leite

DOI: 10.37885/210504510 185

SUMÁRIO

CAPÍTULO 13

ENSEÑAR TRANSFORMACIONES LINEALES A PARTIR DEL MODELO DE VAN HIELE: UNA PROPUESTA APLICADA A ESTUDIANTES DE INGENIERÍA

Christian **Martínez**-Pino; Carlos **Vanegas**-Ortega

DOI: 10.37885/210303997..... 205

CAPÍTULO 14

ENSINO DE PROBABILIDADE PRESENTE EM ANAIS DO ENEM

Reinaldo Feio Lima; Márcio José Silva; Rosana dos Passos Correa; Helves Belmiro da Silveira

DOI: 10.37885/210303791..... 224

CAPÍTULO 15

ENSINO E APRENDIZAGEM ATRAVÉS DE VÍDEOS E TUTORIA VIRTUAL DURANTE O PERÍODO DE PANDEMIA

José Ronaldo Melo; Sandro Ricardo; Pinto da Silva; Maria Emanuelle Ribeiro Assef da Silveira; Gustavo Mapeano Almeida de Souza; Bruno Luiz Rodrigues e Silva; Andréia da Silva de Freitas; Gabriela Brigido da Silva; Iakson Herminio Linhares; André Moreira de Melo Filho

DOI: 10.37885/210404373..... 235

CAPÍTULO 16

“EU NÃO SOU UM PROFESSOR REFLEXIVO!”: FUNDAMENTOS PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ANTICOLONIAL

Guilherme Wagner

DOI: 10.37885/210303432..... 246

CAPÍTULO 17

EXPERIÊNCIAS E PERSPECTIVAS DA DOCÊNCIA POR MEIO DE PROJETOS DE EXTENSÃO DA UFMG.

Jéssica Rodrigues Ribeiro; Patrícia Laranjo Mello

DOI: 10.37885/210303560..... 255

CAPÍTULO 18

FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICA: EXPERIENCIAS ENRIQUECEDORAS Y CONTRAPRODUCENTES DURANTE EL ACOMPAÑAMIENTO DE LA PRÁCTICA

Daniela **Tello** Riquelme; Carlos **Vanegas**-Ortega

DOI: 10.37885/210303996..... 269

SUMÁRIO

CAPÍTULO 19

FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES NO CURSO DE PEDAGOGIA PARA ENSINAR MATEMÁTICA

Ariane Luzia dos Santos

DOI: 10.37885/210404360 288

CAPÍTULO 20

LABORATÓRIO DE GEOMETRIA ESPACIAL COM MATERIAL RECICLÁVEL

Angelica de Freitas Alves; Antonia Maria da Silva; Arilene Karen de Freitas Garcia; Erlan J. de Aquino

DOI: 10.37885/210404277 297

CAPÍTULO 21

MAPEAMENTO DE TRABALHOS DE EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA A PARTIR DOS RESUMOS DO SIPEMAT: PRIMEIRO OLHAR

Reinaldo Feio Lima; Rosana dos Passos Correa; Márcio José Silva; Osmar Talles Borges de Oliveira

DOI: 10.37885/210303797 311

CAPÍTULO 22

METODOLOGIAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA O ENSINO REMOTO: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA

Chang Kuo Rodrigues; Fernanda Angelo Pereira; Lilian Regina Araújo dos Santos; Luciana Troca Dantas

DOI: 10.37885/210404429 322

CAPÍTULO 23

O USO DA MATEMÁTICA NA COMPRA E VENDA DE COMBUSTÍVEL

Laiane Muniz da Silva; Carlos Henrique Santos Espíndola; Aline de Andrade Ferreira; Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra

DOI: 10.37885/201202475 343

CAPÍTULO 24

ORDENS E CLASSES DE UM NÚMERO NATURAL: O JOGO DE PERCEPÇÃO DE CONCEITOS UTILIZANDO O MATERIAL DOURADO

William Moura da Silva; Vívica Dayana Gomes dos Santos

DOI: 10.37885/210404314 356

SUMÁRIO

CAPÍTULO 25

PROGRAMAS DE INSERÇÃO E INDUÇÃO PROFISSIONAL DE PROFESSORES EM INÍCIO DE CARREIRA

Bertrand Luiz Corrêa Lima; Reginaldo Fernando Carneiro

DOI: 10.37885/210303729..... 370

CAPÍTULO 26

PRÁTICAS MATEMÁTICAS (RES) SIGNIFICADAS COM OS MEMBROS DO GEPLIMAC/UFAC, COM O USO DA TABUADA INTERATIVA

Mário Sérgio Silva de Carvalho; Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra

DOI: 10.37885/210404176..... 397

CAPÍTULO 27

REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NO ESTUDO DE INEQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU NO ENSINO MÉDIO

Diego da Silva Queiroz; Paulo Cesar Oliveira

DOI: 10.37885/210404267..... 415

CAPÍTULO 28

SABERES DE UM LICENCIANDO AO VIVENCIAR O ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO

Victor Nascimento de Souza; Gilberto Francisco Alves de Melo

DOI: 10.37885/210203411..... 437

CAPÍTULO 29

SOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA ANÁLISE NA PERSPECTIVA DA TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA -TAS

Telma Assad Mello; Lisandra Rodrigues Garcia Rodolfo

DOI: 10.37885/210404139..... 449

CAPÍTULO 30

TECITURAS ENTRE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, DOCÊNCIA E A FORMAÇÃO DO PEDAGOGO

Flavia de Andrade Correa; Juverlande Nogueira Pinto; Maria Cecília Correa de Souza; Sérgio Candido de Gouveia Neto

DOI: 10.37885/210404111..... 464

SUMÁRIO

CAPÍTULO 31

TRIÂNGULO ESFÉRICO, SUA ÁREA E OUTROS CONCEITOS: EXPERIMENTOS POR MEIO DE VÍDEOS E DO GEOGEBRA EM UM CURSO DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Franciele Santos Teixeira; Maria Teresa Zampieri; Maria do Carmo de Sousa

DOI: 10.37885/210404378..... 481

CAPÍTULO 32

UMA ANÁLISE DO CONTEÚDO DE FRAÇÃO PRESENTE EM PROVAS DE MATEMÁTICA DO SISTEMA DE AVALIAÇÃO DO ESTADO DO TOCANTINS – SAETO DO 5º ANO - ENSINO FUNDAMENTAL

Severino Roberto de Lima; Wander Alberto José; Idemar Vizolli

DOI: 10.37885/210303488..... 499

SOBRE AS ORGANIZADORAS 513

ÍNDICE REMISSIVO 514

A atividade orientadora de ensino e o desenvolvimento do pensamento teórico: discussões a partir da educação infantil

| Ana Paula Gladcheff **Munhoz**
UFSCar

| Andrea Maturano **Longarezi**
UFU

| Carolina Picchetti **Nascimento**
UFSC

| Débora Cristina **Piotto**
USP

| Elaine Sampaio **Araujo**
USP

| Fabiana Fiorezi de **Marco**
UFU

Uma versão em inglês deste texto foi publicado na revista polonesa Forum Oświatowe (Educational Forum) sob o título "FORMATION OF THEORETICAL THINKING IN PRESCHOOL CHILDREN IN THE CULTURAL-HISTORICAL PERSPECTIVE".

RESUMO

Objetivo: Este artigo apresenta discussão sobre o processo de desenvolvimento do pensamento teórico por meio do trabalho escolar, tendo por base os fundamentos teórico- metodológicos da Teoria Histórico-Cultural. **Objetivo:** A partir da análise de uma atividade pedagógica realizada com um grupo de crianças em idade pré-escolar e organizada à luz da proposição da Atividade Orientadora de Ensino, procura-se evidenciar as *mediações pedagógicas* que se apresentam como necessárias para que os conceitos teóricos se coloquem como conteúdo central da atividade de ensino do professor. **Resultado e conclusão:** Procurou-se demonstrar e defender a tese que o pensamento teórico *pode* ter início desde a educação infantil quando o ensino organiza ações nas quais o conhecimento teórico, expressão da unidade entre o *produto e o processo* do movimento lógico-histórico de elaboração do conceito, coloca-se como elemento central da atividade dos sujeitos.

Palavras-chave: Pensamento Teórico, Atividade Pedagógica, Educação Infantil.

■ INTRODUÇÃO

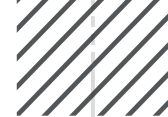
O presente texto apresenta uma discussão sobre o processo de desenvolvimento do pensamento teórico por meio da organização do trabalho escolar, tendo por base as fundamentações teórico-metodológicas da Teoria Histórico-Cultural. Buscamos analisar as *mediações pedagógicas* que se apresentam como necessárias para que os conceitos teóricos (DAVIDOV, 1988) ou científicos (VIGOTSKI, 2009), identificados em uma dada área de conhecimento, coloquem-se efetivamente como elementos promotores do desenvolvimento do pensamento teórico dos sujeitos (professores e estudantes). Nessa direção, buscamos apreender a relação entre o pensamento empírico e o pensamento teórico na Atividade Pedagógica, problematizando interpretações que estabelecem uma relação *linear* entre conceito e pensamento.

A Atividade Pedagógica é compreendida como a unidade entre a Atividade de Ensino (do professor) e a Atividade de Aprendizagem (da criança e/ou do estudante) (MOURA, ARAUJO, RIBEIRO, PANOSSIAN, MORETTI, 2010). Considerando o conceito de *atividade* a partir da Teoria Histórico-Cultural (LEONTIEV, 1983), essa unidade dialética entre a Atividade de Ensino e a Atividade de Aprendizagem expressa-se na compreensão de que a Atividade de Ensino, como a *atividade* do professor, busca criar condições para que os sujeitos entrem em *atividade* de aprendizagem com um determinado objeto de conhecimento, o que só é possível quando essa aprendizagem assume para o sujeito uma forma concreta da atividade humana: o jogo, o estudo, o trabalho (ELKONIN, 1987).

A necessidade de desenvolver essa problemática emerge de nossas investigações sobre a organização da Atividade Pedagógica, particularmente em relação à formação do pensamento teórico, um processo que pode ser explicado considerando a premissa vigot-skiana de que “a aprendizagem [conceitual] não começa só na idade escolar, ela existe também na idade pré-escolar” (VIGOTSKI, 2009, p.388). Fazemos essa discussão, tendo como referência teórico-metodológica os estudos acerca da Atividade Orientadora de Ensino, desenvolvidos por Moura (2012), que entende que a

Atividade Orientadora de Ensino tem uma necessidade: ensinar; tem ações: define o modo ou procedimentos de como colocar os conhecimentos em jogo no espaço educativo; e elege instrumentos auxiliares de ensino: os recursos metodológicos adequados a cada objetivo e ação (livro, giz, computador, ábaco, etc.). E, por fim, os processos de análise e síntese, ao longo da atividade, são momentos de avaliação permanente para quem ensina e aprende [ênfase no original]. (p. 155)

No presente texto enfatizamos a análise da atividade pedagógica no contexto da educação infantil, considerando, para tal, a tese de que o pensamento teórico é um *movimento*



permanente da *atividade* do sujeito que busca se apropriar conscientemente das muitas e diversas atividades humanas objetivadas no mundo. Sendo *processo* permanente, e não um “estado final”, o pensamento teórico *pode* ser trabalhado desde o início da educação escolar, a depender do modo como o ensino é organizado, pois, como expressou Davidov (1988): “o trabalho segundo ditos programas forma em muitos escolares de menor idade as bases do pensamento teórico” (p.7).

Para desenvolver essa tese, analisamos uma situação de ensino, a fim de evidenciar como *o modo de organização* da atividade pedagógica pode promover as bases do desenvolvimento do pensamento teórico desde a educação infantil.

■ SOBRE A RELAÇÃO ENTRE O CONCEITO EMPÍRICO E O TEÓRICO NO ENSINO

Uma das questões, a ser enfrentada na discussão sobre a relação entre o pensamento empírico e o pensamento teórico na atividade pedagógica, refere-se à interpretação sobre o que seria a dimensão *teórica* do conhecimento nos processos de ensino e de aprendizagem. Uma interpretação sobre o conhecimento teórico pautada no senso comum materializa-se em proposições de ensino nas quais o *conhecimento teórico* é reduzido à *definição* do conceito. A partir dessa interpretação tem-se, como corolário, uma expectativa pedagógica de que a aprendizagem de um conceito se manifeste fundamentalmente pela declaração verbal de sua definição. Se, por um lado, um conceito não depende de sua materialização verbal, como uma “definição” ou conjunto de definições, por outro, essa forma de apresentação do conceito não é suficiente para explicitar a sua dimensão teórica e, assim, suscitar o movimento do pensamento teórico na atividade de aprendizagem dos educandos. Por essa razão podemos dizer que o conceito teórico *está* e, ao mesmo tempo, *não está* em suas definições verbais.

O pressuposto para entendermos essa relação é o de que a dimensão teórica do conhecimento precisa sempre ser *revelada*, para o sujeito e por ele, a partir de seu engajamento com a atividade humana que produziu tal conhecimento, como demonstram os estudos de Davidov (1988), Davydov (1982), Galperin (2001), Leontiev (1983), Vigotski (2009), Vygotski (1996, 2001). Do ponto de vista da organização do ensino, esse pressuposto relaciona-se, fundamentalmente, com a proposição de *ações* que sejam capazes de desencadear o *movimento do pensamento* dos sujeitos em relação ao *produto* e ao *processo* de elaboração de um determinado conceito.

Para desenvolvermos essas posições sobre o trabalho pedagógico com o conceito teórico, apoiamo-nos em quatro teses vigotskianas (VIGOTSKI, 2009): a) o pensamento é uma *ação* que está sempre direcionada a resolver algum *problema*; b) a palavra é o principal





signo mediador do pensamento; c) fora do sistema conceitual, os conceitos assumem vínculos empíricos com o objeto; e d) o conceito propriamente dito forma-se somente na idade de transição (por volta dos 12 anos). A partir dessas teses e da discussão sobre como o ensino pode desencadear o pensamento teórico na atividade pedagógica, desdobram-se algumas questões específicas que passam a ocupar o papel de instrumentos para a análise de situações de ensino (Quadro 1).

Quadro 1. Teses vigotskianas e questões orientadoras para análise de situações de ensino

Teses vigotskianas	Questões orientadoras para análise de situações de ensino
O pensamento é uma <i>ação</i> que está sempre direcionando a resolver algum <i>problema</i> .	Qual a qualidade do <i>problema</i> que é proposto para o sujeito no seu processo de engajamento em uma atividade pedagógica?
A palavra é o principal signo mediador do pensamento.	Quais os tipos de generalização da palavra materializados nas situações de ensino?
Fora do Sistema conceitual, os conceitos assumem vínculos empíricos com o objeto.	Como se apresenta esse sistema conceitual em uma atividade pedagógica concreta que analisaremos?
O conceito propriamente dito forma-se somente na idade de transição.	Como considerar o movimento do pensamento teórico desde a educação infantil?

Fonte: Elaboração das Autoras.

A primeira tese vigotskiana que nos orienta nesse debate sobre como o ensino pode desencadear o pensamento teórico na Atividade Pedagógica é a própria conceituação sobre o que é o *pensamento*. Segundo Vigotski (2009), o pensamento é uma *ação* que está sempre direcionada a resolver algum *problema*.

O pensamento não se reflete na palavra, mas se realiza nela. Por essa razão, pode se falar do processo de formação (a unidade do ser e do não ser) do pensamento na palavra. Todo pensamento tenta unir algo com algo, estabelecer uma relação entre isto e aquilo. Todo pensamento tem movimento, curso, desdobramento, em uma palavra, o pensamento cumpre alguma função, algum trabalho, resolve alguma tarefa. (p. 409).

O ponto de destaque, a partir dessa primeira tese vigotskiana, é a necessidade de não perder de vista a dimensão *viva* do pensamento: ele surge como um meio de resolver um determinado problema, como parte integrante de uma determinada *atividade*, compreendida como um processo psicológico para satisfazer uma necessidade que se concretiza em ações para objetivar o motivo que a origina (LEONTIEV, 1983).

Portanto, é fundamental explicitar qual será essa atividade humana reconstituída no ensino, tendo em vista a socialização de uma determinada experiência social, no processo de constituição de um conceito: a quais necessidades históricas e culturais ele responde?

A segunda tese vigotskiana é a de que esse pensamento humano está sempre mediado por um *signo*, sendo a *palavra* o principal signo mediador da atividade do sujeito na sua relação com o mundo. Nesse contexto, Vigotski (2009) compreende que



[...] o conceito é impossível sem palavras, o pensamento em conceitos é impossível fora do pensamento verbal; em todo esse processo, o momento central, que tem todos os fundamentos para ser considerado causa decorrente do amadurecimento de conceitos, é o emprego específico da palavra, o emprego funcional do signo como meio de formação de conceitos. (p. 170)

Genericamente, um signo representa um meio de *orientação da ação* do sujeito, um modo consciente para dominar a própria conduta. Assim, uma questão central é saber *que tipo de signo é esse e como ele é utilizado*. Além de conhecermos os *fins* de uma dada atividade, é imprescindível saber os *meios* que foram sendo historicamente formados para alcançar tais fins. É nesse sentido que o signo se configura como mediação.

Para Rubinstein (1979), pelo pensamento se dá a relação entre “o homem e um sistema de conhecimentos socialmente elaborado e objetivado na palavra” (p.72). Ao comunicar o pensamento pela palavra, “se adquire ao mesmo tempo uma maior consciência do mesmo, dado que a compreensão em geral se realiza através da correlação com a palavra, expressando o que se compreende mediante o conteúdo – socialmente elaborado – do saber, objetivado na palavra” (p.159).

É por essa razão que Vigotski (2009) afirma que o pensamento não se expressa na palavra, mas nela se realiza. Tem-se, aqui, uma unidade *em formação* entre pensamento e palavra. O pensamento não está “pronto”, em busca de uma palavra para se expressar, mas ele se forma ao ir compondo essas palavras, em um processo contínuo. Metaforicamente, temos que “o pensamento é uma nuvem, da qual a fala se desprende em gotas” (VYGOTSKI, 1991, p.125).

A terceira tese vigotskiana é a de que a especificidade do conceito científico em relação ao cotidiano está no caráter *sistemático* do primeiro, ou seja, “o desenvolvimento dos conceitos científicos segue por uma via oposta àquela pela qual transcorre o desenvolvimento do conceito espontâneo na criança. Em certo sentido, essas vias são inversas entre si” (VIGOTSKI, 2009, pp.344-345). Para Vigotski (2009), o conceito científico se aproxima do teórico, embora ele discuta que o científico pode se dar de modo não teórico (ou seja, não dialético). Para assumir uma dimensão teórica, o conceito precisa aparecer em um *sistema*.

Fora do sistema, os conceitos mantêm com o objeto uma relação diferente daquela que mantêm ao ingressarem em um determinado sistema ... Fora do sistema, nos conceitos só são possíveis vínculos que se estabelecem entre os próprios objetos, isto é, vínculos empíricos. (p.379)

Essa afirmação é uma chave importante para nossas discussões. Tomado isoladamente ou como uma pura definição, um conceito (por exemplo, “mamífero”, “número”, “jogo”) não é nunca um conceito teórico propriamente dito. Tomando como exemplo a área de matemática, o conceito de “número” revela-se para os sujeitos e por eles, à medida que eles conseguem



atuar de forma autônoma ou consciente com as relações entre o *problema humano* historicamente surgido para controlar quantidades e os *meios* que foram sendo descobertos para se resolver esse problema. Essas relações aparecem, por sua vez, em um sistema conceitual que envolve os significados de: senso numérico, correspondência um a um, correspondência um a muitos (agrupamento), valor posicional e sistema de numeração. O conceito de número, portanto, vai se construindo para os sujeitos em sua *atividade de aprendizagem*, à medida que a *atividade de ensino* do professor organiza ações com esse sistema conceitual.

Por essa razão, a despeito da importância de compreendermos a posição vigotskiana de que o conceito propriamente dito se forma somente na idade de transição (quarta tese do quadro 1), podemos considerar que um ensino que busque organizar intencionalmente o desenvolvimento do pensamento teórico nos sujeitos deve ter essa orientação em *todas* as etapas da educação escolar (incluindo, portanto, a educação infantil). Isto porque se trata de um ensino orientado pela compreensão de que os conceitos compõem um determinado *sistema*, e este reflete a unidade entre o *problema humano* historicamente surgido em uma dada atividade e os *meios* historicamente encontrados para resolvê-lo.

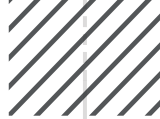
Tal posição nos permite afirmar que a formação do pensamento teórico, como processo de produção e/ou utilização dos conceitos teóricos, tem seu início na infância. Uma questão nuclear que se apresenta é: Como considerar, na atividade pedagógica, o *movimento do pensamento teórico* desde a educação infantil?

Por se tratar da asserção central deste estudo, esta questão será mais desenvolvida a seguir, a partir da ideia do pensamento como processo da atividade humana. Assim, ao discutirmos sobre o movimento do pensamento teórico na atividade pedagógica, precisamos analisar, centralmente, a qualidade do *problema* que é posto para estudantes e professores e que desencadeia neles uma determinada necessidade de *pensar*, bem como o *conteúdo* ou *objeto* específico desse pensamento. Para tal, direcionamos nossas discussões para a análise de uma atividade pedagógica organizada a partir das premissas da Atividade Orientadora de Ensino. Discutimos a *situação desencadeadora de aprendizagem* e o *problema desencadeador* como aqueles elementos da atividade pedagógica que efetivamente materializam a qualidade e a direção do objeto de pensamento dos sujeitos.

■ MÉTODO

A presente pesquisa, de caráter teórico-bibliográfico, teve como material empírico para a análise uma situação de ensino, realizada em uma Creche Universitária, com crianças de idade média de 5 anos, e organizada por meio dos princípios teórico- metodológicos da Atividade Orientadora de Ensino (MOURA, 1996, 2012). É importante ressaltar que os responsáveis





pelas crianças participantes assinaram um termo de anuência em relação à realização da intervenção bem como gravação dos encontros que foram, posteriormente, transcritos.

A situação de ensino aqui analisada, foi elaborada e desenvolvida por uma estudante de Pedagogia no contexto da Disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática, em um curso de Pedagogia, sendo parte de um projeto que envolveu diversas atividades como a contagem um a um, jogos, situações gráficas e foi realizado durante um semestre letivo, totalizando 60 horas. Todo o projeto foi registrado em caderno de campo da professora e discutido no âmbito da disciplina, além da produção de um vídeo com a duração de 22 minutos, no qual todo o processo é apresentado em uma sistematização teórico-metodológica. Escolhemos tal situação por ser reveladora da síntese do processo.

Neste artigo o foco de nossa análise dessa situação de ensino foi em relação ao *modo de organização* da atividade pedagógica por parte do professor, buscando evidenciar os aspectos teóricos e metodológicos que permitem promover as bases do desenvolvimento do pensamento teórico desde a educação infantil.

Ao focarmos o ensino na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural, destacamos o papel atribuído à *Atividade Orientadora de Ensino* (AOE), proposta por Moura (1996, 2012), com base no conceito psicológico de *atividade* (LEONTIEV, 1983). Os princípios teórico-metodológicos presentes no conceito de Atividade Orientadora de Ensino, como já indicado, explicitam-na como a unidade entre a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem no contexto da educação escolar (da educação infantil ao ensino superior).

A Atividade Orientadora de Ensino estrutura-se

[...] de modo a permitir que sujeitos interajam, mediados por um conteúdo negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema (Moura, 1996). É *atividade orientadora* porque define os elementos essenciais da ação educativa e respeita a dinâmica das interações que nem sempre chegam a resultados esperados pelo professor. [ênfase no original]. Este estabelece os objetivos, define as ações e elege os instrumentos auxiliares de ensino, porém não detém todo o processo, justamente porque aceita que os sujeitos em interação partilhem significados que se modificam diante do objeto de conhecimento em discussão. (MOURA, 2012, p.155)

Os princípios que regem a Atividade Orientadora de Ensino atentam às diferenças individuais, às particularidades do problema colocado em ação e aos vários conhecimentos presentes no ambiente educativo. Dessa forma, uma dimensão fundante que a constitui é a intencionalidade pedagógica, o que, segundo Moura (2012), imprime uma responsabilidade ímpar aos que organizam o ensino. Constitui-se, portanto, em uma orientação teórico-metodológica “direcionada especificamente para a reconstituição de uma atividade humana, em seus traços essenciais e necessários, nos processos de ensino e aprendizagem” (NASCIMENTO, 2014, p.277).





Como indicado por Gladcheff (2015), os professores, ao tomarem os objetivos de ensino traduzidos em conteúdos a serem apropriados pelos estudantes, criam um *problema desencadeador* como parte de uma *situação desencadeadora de aprendizagem* que o mobiliza e aos estudantes. Assim, os conteúdos, considerados como objetivos sociais a serem veiculados em sala de aula, passam a expressar uma história, que é a da humanidade resolvendo problemas (CARAÇA, 2010; IFRAH, 2005). Por isso, a situação desencadeadora de aprendizagem visa a

[...] contemplar a gênese do conceito, ou seja, a sua essência; ela deve explicitar a necessidade que levou a humanidade à construção do referido conceito, como foram aparecendo os problemas e as necessidades humanas em determinada atividade e como os homens foram elaborando as soluções ou sínteses no seu movimento lógico-histórico. (MOURA et al., 2010, p.103-104)

O movimento histórico do conceito vivenciado pela humanidade apresenta a essência das necessidades humanas que motivaram a produção de tal conceito em um determinado tempo e lugar; e essa produção também requereu a sua sistematização lógica. Para Kopnin (1978),

[...] por histórico subentende-se o processo de mudança do objeto, as etapas de seu surgimento e desenvolvimento.... O lógico é o reflexo do histórico em forma teórica, vale dizer, é a reprodução da essência do objeto e da história do seu desenvolvimento. (p.183).

Assim, este ensino, organizado de forma a privilegiar o movimento lógico- histórico do conceito, trabalha metodologicamente com a proposição de situações- problema organizadas em situações desencadeadoras de aprendizagem, que podem ser materializadas em: um jogo, com propósito pedagógico, que preserva o caráter de problema; *situações emergentes do cotidiano*, que oportunizam colocar a criança diante da necessidade de vivenciar a resolução de problemas significativos para ela; ou uma *história virtual do conceito*, que coloca a criança diante de uma situação-problema semelhante à vivida pelo homem no processo de criação de conceitos (Moura, 2012). É importante ressaltar que a história que envolve a situação desencadeadora “não é a história factual, mas sim aquela que está impregnada no conceito ao considerar que esse conceito objetiva uma necessidade humana colocada historicamente” (MORETTI, MOURA, 2011, p. 443).

A situação de ensino analisada neste artigo traduz uma situação desencadeadora de aprendizagem materializada na forma de uma história virtual que buscava colocar professores e crianças em atividade de ensino e de aprendizagem, respectivamente, com o conceito matemático de *agrupamento*.



■ RESULTADO E DISCUSSÃO

O movimento do pensamento teórico suscitado pela Atividade Pedagógica

A história virtual “A viagem de Ulisses” tem sua origem no trabalho desenvolvido com um clássico de literatura, *A Odisseia*, na adaptação da autora Ruth Rocha. A partir da história de Ulisses, é criada pelos professores uma história virtual na qual o herói grego é capturado pela poderosa feiticeira Circe, que o mantém refém e o obriga a determinadas tarefas. De acordo com a história virtual, logo que aporta na ilha, a feiticeira destitui Ulisses de todos os seus conhecimentos matemáticos e dá a ele a tarefa de cuidar dos animais da ilha, de modo que nenhum se perca. Sem os conhecimentos matemáticos, Ulisses pede ajuda às crianças, por meio de uma carta, para resolver o seguinte problema: como ele poderia fazer isso sem saber contar? Do contrário, não seria libertado. As crianças se mobilizam com a necessidade do herói e o ajudam por meio de uma carta, propondo que ele controle a quantidade de animais por meio da correspondência um a um: uma pedrinha para cada animal. Na continuidade da atividade de ensino, Ulisses agradece a ajuda recebida e apresenta um novo problema que ele tem para resolver: a quantidade de animais aumentou muito, e já não seria possível controlar usando a correspondência de uma pedrinha para cada animal. Então, muito preocupado com a enorme quantidade de animais de que agora deveria tomar conta, ele pede ajuda novamente às crianças para que consiga fazê-lo utilizando uma pequena quantidade de pedrinhas.

Assim, a história sintetiza o seguinte *problema desencadeador de aprendizagem*: Como Ulisses pode controlar uma quantidade muito grande de bichinhos de que ele tem de cuidar, sem carregar tantas pedras? Tal problema coloca a criança diante de uma situação semelhante ao problema humano vivido no processo de criação do conceito de número: controlar quantidades cada vez maiores com o menor número de objetos-signos possível.

A organização da Atividade de Ensino pela professora possibilitou que as crianças elaborassem e discutissem algumas hipóteses, demonstrando estar mobilizadas a assumir para si o problema desencadeador proposto na história. Retomando a tese vigotskiana de que “*fora do sistema conceitual, os conceitos só podem assumir vínculos empíricos com o objeto*”, uma primeira questão a ser analisada sobre *A viagem de Ulisses* é, justamente, o *sistema conceitual* ao qual o conceito de agrupamento se vincula. Em que medida o conceito de agrupamento é apresentado às crianças como parte de um sistema nesta situação de ensino que estamos analisando? Que sistema é esse e como ele pode *desencadear* para as crianças o movimento do pensamento teórico?

O conceito de agrupamento pertence ao sistema conceitual de “número”, bem como ao Sistema de Numeração (SN). Assim, por um lado, poderíamos pensar esse sistema



conceitual como uma sucessão de conceitos cada vez mais complexos, sendo o próprio SN, incluindo aí o Sistema de Numeração Decimal (SND), seu elo final: *correspondência um a um – agrupamento – valor posicional – frequência – potência – base – sistema de numeração decimal*.

Embora tenhamos nessa descrição uma dimensão importante desse sistema conceitual, essa forma linear de apresentação dos conceitos nos dá – do ponto de vista da análise pedagógica – apenas o que seria a *definição* desses conceitos. Mais do que isso, ao realizarmos a composição desse sistema conceitual apenas *dessa* forma, criamos uma tendência de reforçar a posição de que a dimensão teórica do conceito esteja no último elo da cadeia de conceito (no caso, o conceito de SND), considerando-se, por conseguinte, todas as demais etapas como modos *empíricos* do conceito.

Assim, embora visualizar essa sequência do sistema seja importante como uma referência de seus elos, é necessário, em uma análise do movimento do pensamento teórico dos sujeitos, explicitarmos os nexos conceituais que unem esses conceitos. Isso deve ser feito a partir do ponto de vista da *atividade humana* encarnada no conteúdo que se está ensinando, buscando explicitar a relação entre o *problema* surgido na prática social da humanidade e os *meios* criados por ela, em sua *atividade*, para resolvê-lo, processo esse que expressa o movimento lógico-histórico do conceito (MOURA et al., 2010). No caso aqui referido, o problema é *como controlar grandes quantidades com o menor número possível de signos-símbolos*, e um dos meios para resolvê-lo está no conceito matemático de *um que vale muitos*.

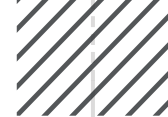
Considerando os princípios teórico-metodológicos da Atividade Orientadora de Ensino, podemos dizer que, para analisar *o movimento do pensamento teórico* desencadeado pela Atividade Pedagógica, seja necessário observar o modo específico a partir do qual o sistema conceitual a ser ensinado pode se materializar nas ações propostas.

Nessa perspectiva, afirmar que um dado conceito assume uma dimensão teórica ou empírica no ensino requer que analisemos seu efetivo *papel* no pensamento dos sujeitos, ao resolver o problema de aprendizagem proposto na atividade pedagógica.

Considerando a tese vigotskiana de que o pensamento visa sempre a estabelecer uma relação e é um movimento de formação do pensamento na palavra (VIGOTSKI, 2009), podemos retomar algumas questões apresentadas no início do texto: qual a *qualidade do problema* posto para o sujeito em uma atividade pedagógica capaz de desencadear o seu pensamento para desenvolver o pensamento teórico?

Recuperemos a situação de ensino *A viagem de Ulisses*. Ela propõe como problema para a atividade das crianças um problema real surgido na prática social: o *controle do movimento de quantidades*, buscando controlar *grandes* quantidades com o menor número





possível de signos-símbolos. E sugere trabalhar com um *meio* específico de resolução desse problema: o *conceito* de correspondência um a muitos (um que vale muitos – agrupamento). Notemos, por ora, que o conceito de “correspondência um a muitos” é *um* dos elos possíveis para resolver esse problema e, sendo assim, permite uma determinada *qualidade* nessa resolução. O conceito de “valor posicional” (que amplia a ideia de “um que vale muitos”, ao substituir as características físicas dos objetos-signos pela *posição* que ele ocupa) é *outra* possibilidade nesse caso e permite outra qualidade na resolução. Temos, assim, para solucionar um mesmo problema, *modos* diferentes, sintetizados em dois conceitos: “um que vale muitos” e “um que vale muitos *na posição*”. Entretanto, a despeito de toda a “simplicidade” do conceito de agrupamento, comparativamente ao de *valor posicional*, quando o sujeito chega à ideia de *um que vale muitos* como uma síntese da *sua* atividade de pensamento, ao se engajar em um problema de *como controlar grandes quantidades com o menor número de signos-símbolos possível*, essa resposta indica um *movimento do pensamento conceitual* desse sujeito. Indica-nos sua relação consciente com o problema e, em certa medida, com sua própria atividade de pensamento, posto que utiliza esse conceito (agrupamento) como *um meio real de organizar as suas ações*. Essa relação consciente com o problema proposto e os meios para solucioná-lo constitui-se em um dos indicativos centrais para avaliarmos o *movimento do pensamento conceitual* do sujeito na atividade pedagógica.

Quando uma criança diz, na tentativa de solucionar o problema desencadeador, “*já sei, uma pedrinha que vale 3... ou 4 ou 5!*”¹, sua fala evidencia o seu pensamento em direção à resolução do problema humano sintetizado na situação desencadeadora de aprendizagem aqui analisada e mediado pelo conceito de *um que vale muitos*. A fala dessa criança não nos permite afirmar que ela tenha se apropriado, de forma “definitiva” do conceito, mas possibilita dizer que esse conceito passa a fazer parte da sua atividade de pensar o problema humano de *controlar grandes quantidades com o menor número de signos-símbolo possível*.

Para as demais crianças, essa síntese apresentada pela colega *pode* ter aparecido como uma solução pronta ao problema e, assim, como um instrumento não consciente de sua atividade. Ainda que essa outra criança verbalize em suas respostas a solução desejada (“*é uma pedrinha que vale 3*”), essa relação pode ser para ela nada mais do que uma frase, uma “regra para sua ação” de controlar quantidades (por exemplo: “a cada 3 bichos, eu pego uma pedra”), mas não ainda um “conceito” orientador de sua atividade, uma síntese consciente entre o problema humano surgido na prática social e os meios possíveis para solucioná-lo (“*já sei, uma pedra pode valer 3!*”). O fato de o sujeito *saber* que um objeto (pedra) pode valer qualquer quantidade e que essa quantidade pode ser atribuída *por ele mesmo* faz

1 Transcrição da gravação em vídeo.





muita diferença na *qualidade* do movimento do pensamento que se forma no sujeito, pois é uma manifestação do *movimento de seu pensamento em direção ao pensamento teórico*.

Buscamos, assim, evidenciar as possibilidades de apreender o movimento do pensamento dos sujeitos na direção do pensamento teórico (na direção de uma relação consciente com o problema e os meios em uma dada atividade humana), e não de classificar de forma definitiva o seu pensamento *ou* como empírico *ou* como teórico.

Essa posição pode ser ratificada quando se reconhece que mesmo o conceito de *valor posicional* pode assumir uma dimensão empírica no ensino. Uma atividade pedagógica que trabalhe com o SN e o SND no estilo “faça”/“resolva” (por exemplo, a cada 10x troca por 1y) traz uma possibilidade menor de mobilizar o pensamento teórico dos educandos do que o trabalho com o conceito de agrupamento proposto, por exemplo, na história virtual *A viagem de Ulisses*. Assim, ainda que o conceito de agrupamento seja mais simples do que o de valor posicional, para *ambos* é possível evidenciar tanto uma dimensão empírica quanto uma dimensão teórica do conceito, o que coloca para a atividade pedagógica a tarefa e a *possibilidade* de trabalhar com o movimento do pensamento teórico desde o início da escolarização.

Tomemos, então, o conceito de agrupamento e tentemos mostrar o que seriam a sua dimensão empírica e a sua dimensão teórica em situações concretas de ensino. Quando o conceito de agrupamento aparece em situações como *juntar para contar* (3, 6, 9, 12...); *juntar para andar as casinhas no tabuleiro* (volta dois - avança dois); juntar para fazer *trocas operacionais* (4 vermelhos = 1 amarelo; 10 vermelhos = 1 amarelo), o conceito de agrupamento aparece muito mais como uma *ação-operação* (nos termos leontievianos) do que uma ação consciente. Ocorre que, nesses exemplos, o *problema* posto para os sujeitos não se relaciona diretamente com o problema de *controlar grandes quantidades*, o que condiciona o papel que o conceito de agrupamento *pode* desempenhar no sujeito nessas situações. Retomando Vigotski (2009), para quem um conceito sempre surge por alguma necessidade, como um meio de resolver algum problema real posto para o pensamento/sujeito, nessas situações de ensino descritas anteriormente, *usamos* a ideia de agrupamento para resolver problemas concreto-empíricos (da contagem, do jogo de tabuleiro, do jogo de trocas), de modo que o conceito de *um que vale muitos* não aparece como uma necessidade para o sujeito.

Podemos utilizar essas tarefas de ensino na perspectiva de trabalhar com o conceito de agrupamento, porque de fato ele *está lá*. Mas, ao mesmo tempo, o conceito *está* somente para quem já se apropriou dele e pode “percebê-lo” em tais situações. Para as crianças, esse conceito precisaria ainda ser revelado *para e pela* sua *atividade*, ou seja, é preciso que sejam propostas explicitamente condições para que o sujeito realize uma atividade que reproduza os traços essenciais da atividade humana encarnada no conceito (LEONTIEV, 1983).





Na história *A viagem de Ulisses*, as crianças, por meio da resolução do problema proposto, vão atribuindo sentido ao conceito em movimento, lembrando, como afirma Vigotski (2009), que o sentido é dinâmico, fluido, complexo e possui várias zonas de estabilidade. Mesmo que a solução, em um primeiro momento, tenha partido de uma única criança, o fato de resolver o problema contribui para explicitar a necessidade desse conceito para cada uma das crianças que participam da história.

Nesse contexto, evidenciamos também ações organizadas pela professora, concretizadas na utilização do recurso material escolhido para o desenvolvimento da atividade pedagógica. O material sensorial utilizado, a maquete da ilha, exposta na Figura 1 e composta pelas plantas, pelos animais e pelos pedregulhos, exerce um papel indispensável no processo de formação do conceito para as crianças nessa etapa do ensino.

Figura 1. Modelo de ilha, composto por plantas, animais e pedras.



Fonte: Imagem retirada da gravação de vídeo feita durante a atividade.

Nas palavras de Vigotski (2009):

[...] o conceito, especialmente para a criança, está vinculado ao material sensorial de cuja percepção e elaboração ele surge; o material sensorial e a palavra são partes indispensáveis do processo de formação dos conceitos e a palavra, dissociada desse material, transfere todo o processo de definição do conceito para o plano puramente verbal que não é próprio da criança. (p.152)

Nessa direção, retomando Vigotski (2009), temos o problema da *sistematicidade do conceito* e da finalidade do ensino (escolar), que é o sujeito ter uma *conduta voluntária e consciente*. Para lidarmos com esse problema, precisamos focar na análise concreta de atividades de ensino, buscando compreender os modos como um determinado *sistema conceitual* é materializado nas ações de ensino e de estudo: materialização da relação problema-meios surgidos em uma dada atividade humana e que, como experiência social, deve ser reconstituído *para e pelos* sujeitos na atividade pedagógica.





Pensamento como processo da atividade humana

A discussão sobre o desenvolvimento do pensamento teórico e empírico na Atividade Pedagógica pressupõe considerar o pensamento como processo e produto da atividade humana, conforme tratado por diferentes autores da Teoria Histórico-Cultural, por exemplo, Davidov (1988), Galperin (2001), Kopnin (1978), Rubinstein (1979), entre outros.

Retomando as contribuições de Kopnin (1978) acerca do pensamento como reflexo da realidade, podemos afirmar que o pensamento é uma faculdade puramente humana, um modo de conhecimento da realidade pelo homem e um meio de criar ideias, resultante da interação entre homem (ser social) e objeto; “é o reflexo da realidade sob a forma de abstrações” (p.121).

Assim, podemos entender, como propõe Kopnin (1978), que o pensamento humano é uma imagem subjetiva do mundo objetivo, configurando-o como um processo objetivo e criador. Para Kopnin (1978), a subjetividade do pensamento consiste

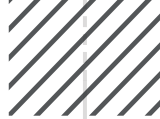
[...] no fato de o pensamento sempre pertencer ao homem enquanto sujeito; ... o seu resultado não é a criação do próprio objeto como tal, com todas as suas propriedades, mas apenas da imagem ideal do objeto. No pensamento sempre operamos com a imagem ideal do objeto e não com o próprio objeto o objeto ser representado com grau variado de plenitude, adequação e profundidade de penetração em sua essência. (pp.126-127)

É nesse sentido que podemos compreender a existência de uma dimensão empírica e teórica do pensamento, como expressões de uma variabilidade de compreensão da realidade objetiva.

A existência do pensamento como imagem subjetiva do mundo objetivo, conforme defendido por Kopnin, pode ser percebida na atividade pedagógica por meio da história *A viagem de Ulisses*, quando as crianças levantam hipóteses de respostas ao problema desenhado de aprendizagem, indicando que poderia se “colocar corrente na perna do bichinho” ou “passear com um de cada vez” ou, ainda, “já sei, pode ser uma pedrinha que vale três [bichinhos]... ou quatro... ou cinco. ou seis!”. Tais hipóteses expressam modos particulares de apreender subjetivamente o problema de controlar quantidades cada vez maiores com o menor número de objetos-signos possíveis e, ao serem analisadas pelas próprias crianças com a mediação da professora, podem contribuir para a elaboração de sínteses que expressem cada vez maior adequação e profundidade em relação à essência da realidade.

Este é um processo de análise e síntese que “têm caráter criativo e seu resultado é o avanço do nosso conhecimento” (KOPNIN, 1978, p.236); trata-se de um momento analítico-sintético indispensável ao processo de pensamento. Esse movimento, como expressão da *atividade* do sujeito, apresenta-se em unidade com as emoções e as sensações, como





bem nos lembra Vigotski (2009): “O próprio pensamento não nasce de outro pensamento mas do campo da nossa consciência que o motiva, que abrange os nossos pendores e necessidades, os nossos interesses e motivações, os nossos afetos e emoções” (p. 479).

É a partir dessa compreensão que podemos entender a importância de organizar situações de ensino que, reconstituindo um problema humano e uma experiência social, possam igualmente *mobilizar* os sujeitos para buscar uma solução para este problema: por que vou me envolver com a busca de resposta sobre *como controlar uma quantidade muito grande de bichinhos que Ulisses tem de cuidar sem carregar tantas pedras?* O fato de afirmarmos que, na situação de ensino *A viagem de Ulisses*, o conceito de agrupamento aparece como expressão da relação *controle de grandes quantidades – um que vale muitos e muitos que valem um* leva-nos a considerar que o pensamento das crianças estava mobilizado pelos motivos de cada um, no intuito de ajudar Ulisses em sua busca de resolver o problema posto. Ao desencadear esse motivo nos sujeitos, como pode a Atividade Pedagógica contribuir para colocar em evidência a dimensão genérica desse problema enfrentado por Ulisses e levar a uma aproximação teórica do conceito de *agrupamento*?

Essa ideia é apresentada por Davidov (1988, p.125), ao afirmar que o conteúdo do pensamento teórico é sua existência mediatizada, como processo de idealização da atividade prática, das formas universais das coisas; e essa existência, quando considerada no contexto da educação escolar, implica considerar na Atividade Pedagógica os conceitos como formações históricas, que trazem a marca do trabalho humano, pois são, igualmente, processo e produto da atividade do homem. Como afirma a teoria materialista-dialética do conhecimento, o pensamento, na dimensão de atividade humana, tem como sujeito a humanidade, na sua dimensão de gênero humano, na sua relação universal; assim, o pensamento do indivíduo é uma função desenvolvida historicamente, como expressão da máxima riqueza humana, cuja apropriação pode ser iniciada desde a educação infantil.

A seguir discorreremos sobre a relação entre a organização do ensino e o desenvolvimento do pensamento teórico, de modo que questões frequentes no cenário pedagógico acerca do pensamento teórico e do ensino possam orientar-nos à defesa da tese de que o desenvolvimento do pensamento teórico *pode* ter início na infância, a depender do modo como o ensino é organizado.

Pensamento teórico e organização do ensino

Considerando a perspectiva da Atividade Pedagógica defendida neste texto, uma questão central refere-se à necessidade de nos posicionarmos sobre a importância de direcionar o ensino para a formação do pensamento teórico. Por que trabalhar com conceitos teóricos





faz-se relevante no trabalho pedagógico? Qual o papel desse tipo de aprendizagem para a formação dos sujeitos?

Para nos aproximarmos de respostas a essas questões, buscamos, neste artigo, explicar o significado atribuído à expressão *pensamento teórico*, relacionando-a a um processo a partir do qual o sujeito pode se conscientizar da própria atividade do seu pensamento.

A consciência da própria atividade de pensamento que, invariavelmente, transforma a atuação do sujeito no mundo, não se extingue na sua ação imediata. Ter consciência da própria atividade de pensamento ao operar, por exemplo, com o conceito de Sistema de Numeração (SN), não se limita a poder “fazer as contas mais rápido” ou “não errar a contas” etc. Ainda que essa operacionalidade seja parte do produto almejado com a formação do pensamento teórico em relação ao conceito de SN (saber fazer contas bem e, em alguns contextos, fazer rápido), a questão central é a possibilidade que esse aprendizado conceitual fornece para *nos descobrirmos como sujeitos criadores de nós mesmos e do mundo*. Reconhecer isso significa entender tal conhecimento como processo e produto de uma determinada atividade humana – no caso, uma atividade que buscava resolver o problema de como controlar quantidades cada vez maiores com o menor número de signos-símbolos e de como esse controle poderia ocorrer, atribuindo significados distintos conforme a *posição* ocupada pelo signo-símbolo. Trata-se, assim, de formar a consciência não simplesmente do processo de atividade, mas dele como um produto da prática social humana, o que implica a possibilidade de o sujeito ter consciência sobre aquilo que sabe. Como destaca Vigotski (2009), “ao generalizar meu próprio processo de atividade, ganho a possibilidade de outra relação com ele” (p. 289).

A formação de conceitos como ato mental toma como princípio a compreensão de que

[...] um conceito é mais do que a soma de certos vínculos associativos formados pela memória, é mais do que um simples hábito mental; é um ato real e complexo de pensamento que não pode ser aprendido por meio de simples memorização, ... o conceito é, em termos psicológicos, um ato de generalização. (VIGOTSKI, 2009, p.246)

Para Davidov (1988), do ponto de vista da formação dos conceitos científicos na escola, desenvolver o pensamento teórico, por sua essência lógico-histórica, permitirá às novas gerações apropriar-se do estágio mais avançado da cultura humana, pois o

[...] saber contemporâneo pressupõe que o homem domine o *processo de origem e desenvolvimento das coisas mediante o pensamento teórico*, que estuda e descreve a lógica dialética. O pensamento teórico tem seus tipos específicos de generalização e abstração, seus procedimentos de formação dos conceitos e operações com eles. Justamente a formação de tais conceitos abre aos escolares o caminho para dominar os fundamentos da cultura teórica atual. [...]. A escola, a nosso juízo, deve ensinar os alunos a *pensar teórica-*



Podemos trazer essas ideias para nossos dias e considerar que o conhecimento teórico constitui o objetivo principal da atividade pedagógica, pois é por meio de sua apropriação que se estrutura a formação do pensamento teórico (MARCO, 2009). Entretanto, para que esse processo seja desencadeado nos sujeitos, é preciso um ensino organizado especificamente para este fim.

Colocar as crianças nesse movimento significa colocá-las em atividade e, portanto, podemos, como defende Rubinstein (1979), considerar o pensamento como atividade, na sua dimensão psicológica, pois, para o autor,

[...] o pensamento aparece, sobretudo, como atividade quando é examinado em sua relação com o sujeito e com os objetivos que tem de alcançar. O pensamento como atividade irrompe não só a regularidade de seu decurso como pensar (como análise, síntese, generalização, etc.), senão, ademais, no plano de motivação pessoal, comum ao pensar e a toda atividade do homem. (p. 75)

Nessa perspectiva, ao defendermos a tese de que o desenvolvimento do pensamento teórico *pode* ter início na infância, a depender do modo como o ensino é organizado, defendemos igualmente um ensino no qual: os conteúdos sejam organizados como um *sistema hierárquico de conhecimentos*; ocorra um processo arbitrário e consciente (ação voluntária); ensine-se o não imediato, visível, direto (para além dos limites da experiência individual), e o significado social se torne pessoalmente significativo, como propõem Rubinstein (1979) e Vigotski (2009).

■ CONCLUSÃO

Neste artigo, defendemos a ideia de que o início do desenvolvimento do pensamento teórico pode ocorrer desde a educação infantil, a depender do modo como o ensino é organizado nessa etapa da educação básica. Para fazer tal defesa, discutimos algumas ideias presentes na teoria Histórico-Cultural, como: conceitos científicos, conceitos espontâneos, pensamento empírico e pensamento teórico. Além disso, também analisamos uma atividade pedagógica organizada à luz da proposição da Atividade Orientadora de Ensino e realizada com um grupo de crianças de 5 anos em uma pré- escola. A análise mostrou que crianças dessa idade podem dar início ao processo de apropriação de um conceito teórico – no caso discutido, o conceito de agrupamento –, a depender da forma como o ensino é organizado.

Assim, podemos retomar uma questão inicial, a saber: como determinadas ações pedagógicas permitem suscitar o movimento do pensamento teórico dos sujeitos que tomam parte na atividade pedagógica? Ao apresentarmos a *qualidade do problema* proposto no



ensino cujo núcleo se sintetiza na questão *como controlar uma quantidade muito grande de bichinhos que Ulisses tem de cuidar sem carregar tantas pedras?*, buscamos mostrar a mobilização e o direcionamento do pensamento das crianças para considerar os *fins* e os *meios* no processo de solução desse problema que, a exemplo da experiência social da humanidade, toma para si a possibilidade de controlar grandes quantidades e sintetiza-se na significação matemática de *um que vale muitos e muitos que valem um*.

Conforme discutido na análise de *A viagem de Ulisses*, uma situação de ensino deve explicitar o *problema humano* surgido na prática social e que está sintetizado em um conceito. Esse ensino deve tomar a compreensão desse problema como parte integrante da compreensão do conceito que lhe corresponde. Um ensino que, tendo como ponto de partida os nexos conceituais de tal conceito, proponha ações nas quais esses nexos vão sendo revelados *para e pelos* sujeitos, primeiro em suas ações materiais e, posteriormente, cada vez mais, em suas palavras, é potencialmente capaz de contribuir para promover o desenvolvimento do pensamento teórico dos sujeitos envolvidos na Atividade Pedagógica.

■ REFERÊNCIAS

1. CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática** (Paulo Almeida, Rev.) Lisboa: Gradiva. 2010.
2. DAVIDOV, V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**. Trad. Marta Shuare. Moscú: Progreso. 1988.
3. DAVYDOV, V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación. 1982.
4. ELKONIN, D. B. Sobre el problema de la periodización del desarrollo psíquico en la infancia. In V. Davidov, & M. Shuare (Orgs.), **La psicología evolutiva e pedagógica en la URSS** (pp. 104-124). URSS: Progreso. 1987.
5. GALPERIN, P. Y. Sobre la formación de las imágenes sensoriales y de conceptos. In: ROJAS, L. Q. (Comp.), **La formación de las funciones psicológica durante el desarrollo del niño** (pp. 27-40). Tlaxcala: Editora Universidad Autónoma de Tlaxcala. 2001.
6. GLADCHEFF, A. P. **Ações de estudo em atividade de formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais**. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo (FEUSP), São Paulo. 2015. DOI: 10.11606/T.48.2016.tde-09032016-103554. Disponível em: <<https://www.teses.usp.br/teses>>. Acesso em: 21 abr. 2021.
7. IFRAH, G. **Os números**: a história de uma grande invenção (Stella M. de Freitas Senra, Trad.). São Paulo: Globo. 2005.
8. KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento** (Paulo Bezerra, Trad.). São Paulo: Solivro. 1978.



- 
9. LEONTIEV, A. N. **Actividad, consciencia, personalidad**. Habana: Pueblo y Educación. 2ª reimpressão. 1983.
 10. MARCO, F. F. **Atividades computacionais de ensino na formação inicial do professor de matemática**. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas, São Paulo. 2009. Disponível em: <<http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/251676>>. Acesso em: 20 jan. 2021.
 11. MORETTI, V. D.; MOURA, M. O. Professores de matemática em atividade de ensino: contribuições da perspectiva histórico-cultural para a formação docente. **Ciência e Educação**, 17(2), 435-450. 2011.
 12. MOURA, M. O. A atividade de ensino como unidade formadora. **Bolema**, 12, 29-43. 1996.
 13. MOURA, M. O. A atividade de ensino como ação formadora. In A. D. CASTRO, & A. M. P. CARVALHO (Orgs.). **Ensinar a ensinar**: didática para a Escola Fundamental e Média. São Paulo: Cengage, Learning. 2012.
 14. MOURA, M. O.; ARAUJO, E. S.; RIBEIRO, F. D.; PANOSSIAN, M. L.; MORETTI, V. D. A Atividade Orientadora de Ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In
 15. M. O. Moura. (Org.). **A atividade pedagógica na teoria Histórico-Cultural**. Brasília: Liber Livro. 81-110. 2010.
 16. NASCIMENTO, C. P. **A atividade pedagógica da educação física**: a proposição dos objetos de ensino e o desenvolvimento das atividades da cultura corporal. Tese de doutorado. Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo, São Paulo. 2014. DOI: 10.11606/T.48.2014.tde-01102014-105809. Disponível em: <<https://www.teses.usp.br/teses>>. Acesso em: 21 abr. 2021.
 17. RUBINSTEIN, S. L. **El desarrollo de la psicología**. Principios e métodos. Augusto Vidal Roget, Trad.). Habana: Pueblo Y Educación. 1979.
 18. VIGOSTKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes. 2009.
 19. VYGOTSKI, L. S. **Obras escogidas** (Tomo I). Madrid: Antonio Machado Libros. 1991. VYGOTSKI, L. S. **Obras escogidas** (Tomo IV). Madrid: Visor. 1996.
 20. VYGOTSKI, L. S. **Obras escogidas** (Tomo II). Madrid: Antonio Machado Libros. 2001.

A modelagem matemática como colaboradora do ensino em cursos superiores

| Miriam Aparecida **Rosa**

RESUMO

As situações com as quais um profissional se depara em seu ambiente de trabalho, por vezes, relacionam aspectos de áreas distintas. A modelagem matemática muitas vezes pode ser o elo que liga esses aspectos, representando-os em uma linguagem que eles podem ser tratados e guiados de forma a mostrar-nos possíveis soluções. Este artigo discorre sobre o potencial multidisciplinar da modelagem matemática como estratégia de ensino em cursos superiores de áreas diversificadas. São apresentados exemplos de experiências com esta metodologia, desenvolvidas com alunos de cursos superiores de áreas diversas, com o objetivo de identificar nos estudantes envolvidos o desenvolvimento de suas capacidades para resolverem problemas de suas respectivas áreas.

Palavras-chave: Modelagem Matemática, Ensino Superior, Multidisciplinaridade.

■ INTRODUÇÃO

As grandes mudanças nos campos da tecnologia e das ciências ocorridas nas últimas décadas têm exigido dos profissionais que atuam nessas áreas cada vez mais preparo, conhecimentos diversificados e uma busca contínua por aprendizados. Consequentemente, essas mudanças também reclamam adaptações no ensino voltado para a formação desses profissionais.

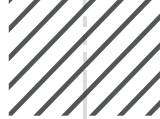
Metodologias de ensino que valorizam conhecimentos teóricos e abstratos sem relacioná-los com situações reais e de interesse para a formação profissional do estudante, ainda que isto ocorra apenas no início do curso, geralmente o levam à desmotivação e, em alguns casos, à desistência do curso, além de não prepará-lo o suficiente para o exercício da profissão. Por vezes, a teoria é exposta pelo professor e, em seguida, ele a associa a fatos ou situações reais apenas superficialmente, com exemplos simplificados, principalmente se comparados aos que o futuro profissional irá se deparar quando no exercício de sua profissão.

É claro que temos que considerar que o aluno iniciante de um curso pode não ter todos os conhecimentos necessários para solucionar determinadas situações-problema de sua área e também que, muitas vezes, é necessário analisar apenas a parte essencial de uma situação-problema, sob pena de ela não poder ser tratada nem por grandes pesquisadores da área. Aqui, a crítica se refere a um ensino voltado à situações-problema pouco realistas, que às vezes até contém em sua apresentação um tema relacionado à área de interesse, mas na verdade tratam-se apenas da verificação mecânica de técnicas e que não propiciam ao aluno o desenvolvimento da capacidade de articulação entre o que estudou, outros conhecimentos e com suas aplicações em situações reais.

Considerando essa necessidade de formar profissionais efetivamente preparados para atuarem no mercado, novas propostas de ensino surgem apresentando-se com um certo distanciamento do ensino tradicional, mas com um equilíbrio entre o aprendizado de conceitos teóricos, visto que na devida medida eles também são necessários, e experiências que envolvem suas conexões com situações reais.

Quando busca a solução de uma situação-problema real, um aluno ou um profissional, na grande maioria das vezes, se depara com a necessidade de adquirir conhecimentos de áreas distintas, pois problemas reais não são perfeitamente subdivididos por áreas da ciência, conforme observado por D'Ambrósio no prefácio do livro de Bassanezi (2019): “para que se possa lidar com problemas reais, é necessário que o observador tenha grande flexibilidade e conhecimentos variados”.

Por este motivo, muitas das novas metodologias de ensino utilizam pelo menos alguma das variações terminológicas da interdisciplinaridade: multidisciplinaridade,



pluridisciplinaridade, interdisciplinaridade e transdisciplinaridade, conforme os níveis propostos por Guy Michaud¹ (1969 apud Fazenda 1979, p. 54).

Uma situação-problema a ser solucionada, seja em um ambiente de trabalho ou proposta por um professor aos seus alunos, inicialmente pode não ter delimitações claras quanto à área e aos conceitos que serão necessários para a sua resolução. Neste caso, serão necessárias pesquisas e investigações sobre o tema em questão para que se possa ter mais clareza quanto aos conhecimentos e conceitos necessários para tratar a situação-problema. Este é um bom momento para o professor propor aos alunos uma exploração multidisciplinar, que ocorre quando “a solução de um problema torna necessário obter informação de duas ou mais ciências ou setores do conhecimento” (Piaget, 1972, p. 136), permitindo que o aluno identifique por si só quais são as informações necessárias para o tratamento da situação-problema. A partir daí, é que se torna possível uma reflexão sobre qual seria o melhor caminho para a busca ou tratamento da situação-problema.

Se a escolha for tratar os aspectos importantes para o estudo através de uma representação matemática, então a escolha envolve a Modelagem Matemática.

Um dos responsáveis pela consolidação e difusão da modelagem matemática para o ensino no Brasil, foi o professor Rodney Bassanezi. Segundo Bassanezi (2019)

a modelagem consiste na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem do mundo real. [...] A modelagem pressupõe multidisciplinaridade. E, nesse sentido, vai ao encontro das novas tendências que apontam para a remoção de fronteiras entre as diversas áreas de pesquisa.

Embora a representação através de modelos sempre tenha existido na história humana e esteja presente em diversas áreas como moda, arte, arquitetura, música, ciências naturais e sociais, economia, etc, nem sempre é conveniente representar um modelo matematicamente, devido à finalidade para a qual ele é construído. No entanto, em áreas como as ciências exatas, naturais e econômicas, muitos problemas relevantes são pesquisados a partir de modelos matemáticos. Em ciências sociais por exemplo, o uso dos modelos matemáticos em pesquisas tem tido progresso, ainda que lento.

Com o intuito de destacar o potencial da Modelagem Matemática como estratégia de ensino-aprendizagem em cursos superiores de áreas bastante distintas serão apresentados brevemente a seguir, alguns relatos de experiências de ensino em que ela mostrou-se grande colaboradora para um ensino significativo, voltado para as necessidades da formação profissional na atualidade.

1 Cf. The Social Sciences — MOUTON-UNESCO - Cf. CERI/HE/CP/69.04



■ MÉTODO

A metodologia de pesquisa utilizada foi do tipo qualitativa, no sentido considerado por Esteban (2010, p. 124)

por pesquisa qualitativa, entendemos qualquer tipo de pesquisa que gera resultados que não foram alcançados por procedimentos estatísticos ou outro tipo de quantificação. Pode referir-se a pesquisas sobre a vida das pessoas, histórias, comportamentos e também ao funcionamento organizativo, aos movimentos sociais ou às relações e interações. Alguns dos dados podem ser quantificados, porém, a análise em si mesma é qualitativa.

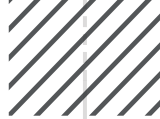
O procedimento metodológico utilizado foi a pesquisa e o estudo bibliográfico, onde foram selecionados livros e periódicos que tratam dos temas interdisciplinaridade, multidisciplinaridade e modelagem matemática no ensino superior.

A pesquisa envolveu inicialmente, o reconhecimento de conceitos interdisciplinares definidos por especialistas reconhecidos da área, em seguida, a associação desses conceitos com a modelagem matemática, e, posteriormente, foi exploratória, visando a análise e a seleção de trabalhos que relatam experiências de ensino com modelagem matemática em cursos superiores onde a multidisciplinaridade foi explorada. Dos trabalhos selecionados, optou-se por discorrer brevemente cinco experiências de ensino que evidenciam o caráter multidisciplinar e os resultados de aprendizagem obtidos através delas.

■ RESULTADOS E DISCUSSÃO

Muitos pesquisadores da área de modelagem matemática voltada para o ensino, recomendam fortemente que a abordagem inicial de uma atividade de ensino seja a escolha de um tema, que, se possível, deve ser feita pelos próprios alunos. A menos que este tema seja muito específico, após esta escolha, surgem entre os alunos muitas discussões e questionamentos em diversos sentidos, evidenciando aspectos distintos que impulsionam a busca por vários e, talvez novos, conhecimentos. O professor pode incentivar seus alunos a explorá-los mais ou menos, conforme verifique serem de maior ou menor interesse para a formação profissional deles.

A primeira experiência que apresentaremos já é bem conhecida na literatura da área. Foi relatada e vivenciada por Bassanezi (2019) ao lecionar a disciplina de cálculo para uma turma de calouros do curso de tecnologia de alimentos na UNICAMP em 1983.



Experiência 1

Ao ter o primeiro contato com a matemática na universidade, os alunos da referida turma, através de uma camiseta, manifestavam seu repúdio pela disciplina, pois a consideravam inútil para sua formação profissional. Obviamente, isso se devia às opiniões de seus veteranos. Então, o professor fez a seguinte proposta para eles: só trabalhariam com a matemática que eles achassem interessante e útil, com problemas e situações propostas por eles próprios.

Dentre os vários temas propostos, um deles foi relatado e estudado. Buscou-se responder a seguinte pergunta feita por um dos alunos: “meu pai planta batatas, colocando cada semente a uma distância de 30 cm, queria saber porque ele faz desta maneira”. A procura por uma resposta para essa pergunta, levou a turma a uma pesquisa junto à secretaria de agricultura, onde obtiveram informações sobre as técnicas de cultivo de batatas e a relação dessas técnicas com uma maior produtividade.

Um fator bastante influente sobre a produtividade das batatas é o espaçamento entre as plantas. Após analisarem alguns dados fornecidos pela secretaria de agricultura e fazerem alguns cálculos, os alunos modelaram uma equação a partir da qual alguns aspectos da produtividade foram analisados, enquanto alguns conhecimentos de cálculo diferencial, integral e numérico eram construídos.

O autor relata que este problema despertou um forte interesse da turma pela disciplina, e que apenas 1 dos 70 alunos da turma foi reprovado.

Esta atividade de ensino, relacionou conhecimentos de matemática e modestas informações sobre técnicas de plantio. No entanto, outros aspectos poderiam ter sido explorados, caso o professor considerasse relevante ao desenvolvimento de novos conceitos com a turma, como por exemplo os aspectos biológicos, econômicos, etc.

A próxima experiência, relatada por Araújo (2004), foi vivenciada por duas turmas, uma do turno diurno e outra do noturno, do curso de Geografia na UFMG em 2002, no decorrer de um semestre de aulas da disciplina de matemática I.

Experiência 2

No início do curso, alguns alunos chegaram a dizer à professora que ela deveria ser paciente, pois eles eram “muito fracos” nessa disciplina. No entanto, ela escolheu criar um ambiente de discussão crítica sobre papel da matemática na geografia.

Inicialmente, foi apresentada a eles uma orientação ampla sobre o projeto que seria desenvolvido. Cada grupo escolheu um tema para desenvolver seu projeto. Os temas escolhidos variaram entre recursos hídricos, poluição, criminalidade, energia nuclear, lixo,





movimentos migratórios e índice de desenvolvimento urbano (IDH). O projeto que tratou deste último tema foi apresentado com mais detalhes em um dos trabalhos da autora.

Durante o desenvolvimento desse projeto, o grupo procurou compreender sobre a criação do IDH, seu cálculo, sua eficiência e o comparou com índice de condição de vida (ICV).

Para o cálculo do IDH são considerados a longevidade da população, seu nível educacional e sua renda. Os aspectos sociais desta composição foram o maior foco do grupo, já que estes são mais próximos da área de interesse de quem cursa geografia. O papel da matemática nesta experiência foi o de ferramenta de auxílio à interpretação dos dados coletados por eles. Os alunos apenas utilizaram as fórmulas e questionaram sobre a representatividade dos resultados obtidos através delas, mas não pensaram, ou se interessaram em saber, sobre suas construções, o que a professora reconheceu como algo que poderia ter sido incentivado por ela. No entanto, eles tiveram a postura crítica de não interpretar os resultados obtidos através delas como algo inquestionável.

Após apresentarem dados referentes às diversas regiões da cidade que eles estudavam, concluíram que o IDH era pouco eficiente para medir o desenvolvimento humano, e questionaram se este poderia ser medido eficientemente por um índice.

Segundo a autora, uma de suas turmas, especificamente a do período noturno, foi pouco receptiva em relação ao desenvolvimento dos projetos pois estavam mais preocupados com as notas, o que a levou à conclusão de que a experiência não foi negativa e sim, precisava ser aprimorada.

A experiência a seguir, foi vivenciada por uma turma do primeiro período de um curso de biologia da UNESP de Rio Claro no primeiro semestre de 2011, durante as aulas semestrais da disciplina matemática aplicada, conforme foi relatado por Soares (2012).

Experiência 3

Com o objetivo de que os alunos relacionassem a matemática com sua área de interesse, a professora decidiu trabalhar durante todo o semestre com o fenômeno de transmissão da malária.

Em um primeiro momento, os alunos assistiram a um vídeo curto sobre o assunto para iniciarem um debate. O debate envolveu as informações já conhecidas sobre a doença, além levantar questões sobre como eles poderiam estudá-la em uma determinada região, que fatores seriam considerados, como representar os dados obtidos, etc. Foram apresentadas questões para guiar a discussão dos alunos, com o intuito de que o maior foco dela se voltasse para o estudo da transmissão da doença. O objetivo final do debate, era elencar os fatores de influência na transmissão da doença sugeridos pelos alunos para, em seguida, compará-los com as hipóteses do modelo matemático que representa a transmissão da doença.





Após a explicação da dinâmica de transmissão da doença em relação as hipóteses feitas pelos alunos, o modelo matemático escolhido para representar o fenômeno biológico foi apresentado pela professora a eles. Como este modelo se tratava de um sistema de equações diferenciais e os alunos naquele momento não tinham conhecimentos sobre derivadas, os termos que as envolviam foram interpretados como taxas de variação. Os alunos acompanharam, dentro do possível, as explicações dadas em relação ao modelo.

Na sequência, foram observadas a simplificação do modelo em relação à realidade e a necessidade disto para que se possa trabalhar com um modelo. Os alunos refletiram sobre as limitações que isto gera e a adequabilidade do modelo simplificado aos propósitos de seus estudos. A respeito disso, Bassanezi (1988) cita Mark Kac:

se você não consegue resolver o problema a que se propôs, então tente simplificá-lo. A condição única é esta: você não deve simplificá-lo demasiadamente a ponto de perder as informações essenciais .

A próxima atividade da turma, envolveu a exploração do modelo matemático através de um software, objetivando entender as equações em termos do fenômeno e do comportamento das soluções. Durante as atividades do semestre, conceitos de pré-cálculo e cálculo diferencial foram introduzidos, utilizando-se dos gráficos relacionados ao modelo construído por eles mesmos através do software.

Entrevistas foram realizadas com os alunos, questionando-os sobre o trabalho desenvolvido com eles durante o semestre. Em todas elas, os estudantes referiram-se à relação entre a biologia e a matemática mencionando sobre as possibilidades de aplicações da matemática à biologia. Também reconheceram o quanto a matemática é útil à sua área de interesse e o quanto o trabalho desenvolvido com o modelo os auxiliou na compreensão dos conceitos matemáticos, principalmente porque envolviam um contexto biológico.

Nesta experiência, os alunos da turma não chegaram a deduzir o modelo matemático estudado. De acordo com Soares e Borba (2011, p. 227),

em particular, nas disciplinas de serviço, sempre há uma tensão entre aplicação e ensino de ferramentas matemáticas. O dilema pode ser sintetizado assim: há um desejo de que problemas aplicados à área do curso (de Biologia, por exemplo) sejam discutidos a partir do início da disciplina, mas não há ferramentas para que isso aconteça, porque os alunos só sabem um pouco de função e não sabem derivadas, nem integrais.

Por este motivo, ela optou por apresentar aos alunos um modelo já existente desde o primeiro dia de aula, pois caso contrário, teria que trabalhar com situações muito simplificadas, que normalmente são distantes dos problemas realísticos, ou então trabalhar com situações aplicadas apenas no final do semestre.





De acordo com a autora, o software teve um papel de mediador no estabelecimento da relação entre a biologia e a matemática para os alunos, embora ele não fosse o único fator responsável por isso.

Em experiências de ensino, como esta que acabamos de citar, o software assume um papel importante no desenvolvimento de conhecimentos multidisciplinares, pois muitas vezes, se eles não forem utilizados, o acesso às soluções da situação-problema em questão, tão bem como suas representações gráficas, são muito difíceis de serem obtidas, às vezes obtê-las chega a ser inviável. Através do auxílio de programas computacionais, problemas realísticos da área de interesse dos alunos podem ser estudados, em alguns casos como nesta experiência, logo no início do curso, e possibilitam que o tempo e foco dos estudantes se voltem para a interpretação dos resultados numéricos e gráficos relacionados ao problema a ser solucionado por eles.

O relato de experiência seguinte, foi vivenciada por uma turma do curso de sistemas de informação, em uma faculdade privada de Salvador em 2003.

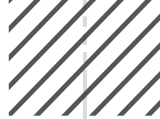
Experiência 4

No início do semestre, os alunos se organizaram em grupos para desenvolverem um projeto sobre um tema de interesse deles e correlato à sua área. Eles deviam levantar dados e resolver problemas relacionados ao tema usando a matemática durante o semestre. Um dos temas escolhidos foi o gás natural veicular (GNV), e é a experiência vivenciada pelo grupo responsável por este projeto que foi relatada por Barbosa (2004) e que apresentarei resumidamente a seguir.

No primeiro relatório do grupo, foram destacadas as vantagens do uso do GNV, dentre elas a de não apresentar impurezas e resíduos em sua combustão, além de apresentar dados sobre o perfil de seus consumidores e o aumento de seus adeptos.

O professor relata, que os alunos obtiveram esses dados através de pesquisas realizadas apenas na internet, apesar de tê-los instruído a utilizar também outras fontes como livros e especialistas, além de elaborar e resolver problemas relacionados ao tema. Ele acreditou que os alunos não tiveram experiências prévias com modelagem matemática, ou atividades de ensino semelhantes, e que acharam que satisfariam o professor com tabelas. Então ele viu a necessidade de fazê-los procurar definir o que de fato eles queriam investigar, qual era o foco do projeto. Isto foi feito através de questionamentos aos participantes do grupo, que os levaram a concluir que o interesse era saber sobre o custo-benefício da conversão de um automóvel a gasolina para GNV. Naquele momento, o papel do professor era de organizador das ideias e mediador das discussões.





No relatório seguinte, eles já deveriam apresentar uma resolução matemática para as questões envolvendo custo-benefício da conversão. No entanto, os alunos não fizeram uma análise matemática própria e sim, apresentaram informações que conseguiram de outras fontes.

Durante as conversas, foi discutido sobre quanto tempo levaria para o consumidor obter o retorno do investimento feito para a conversão. Este seria o estudo a ser apresentado no próximo relatório deles, através de uma análise própria. Com o auxílio de um software, eles construíram uma planilha que relaciona quilometragem rodada com a economia feita pelo usuário após a conversão. Após algumas discussões do grupo geradas por uma pergunta feita pelo professor, também conseguiram apresentar a função que relaciona tempo e retorno financeiro, além do gráfico dela.

Na apresentação final do projeto, os alunos também apresentaram um programa que eles fizeram, onde o usuário podia inserir a distância média por dia percorrida por ele e recebia do programa o tempo de retorno do investimento feito para a conversão.

Através dos relatórios dos alunos o professor teve indícios de como eles estavam trabalhando na tarefa, e com isso ele pode fazer comentários e dar sugestões para que eles próprios pudessem laborá-los. Dessa forma, o professor pôde orientá-los sobre as atividades a serem desenvolvidas por eles sem ter que, como ele disse, “moldá-los”.

Esta experiência retrata a dificuldade que muitos alunos têm ao realizarem uma atividade de ensino baseada na modelagem, que é reconhecer na situação-problema proposta pelo professor a matematização dela. Nesta experiência em específico, os alunos inicialmente, apenas associaram a questão do retorno do investimento feito para a conversão do veículo a gasolina para GNV a dados numéricos, organizados em uma tabela. Foram necessários questionamentos por parte do professor para instigá-los à associação desses valores com o modelo matemático em si. Esta etapa do processo de modelagem em geral é a mais desafiadora para o aluno, mas também traz muitos benefícios ao seu aprendizado e desenvolvimento de sua autonomia para resolver problemas.

A última experiência de ensino a ser apresentada aqui, foi relatada por Bassanezi (2002) e ocorreu em um curso de especialização de professores na UNIJUI, no período de férias escolares em 1989 e 90. Entre os temas escolhidos pelos alunos, o escolhido para ser relatado a seguir foi: o vinho.

Experiência 5

A escolha do tema por alguns dos alunos, foi devido ao fato de que na região em que eles viviam a produção de vinho era essencial para a economia. Os principais questionamentos





em relação ao vinho foram: fabricação de pipas, fermentação do mosto, comercialização e teor alcoólico.

Inicialmente foram feitas entrevistas com produtores para uma coleta de dados, além de uma pesquisa etnológica. Em seguida, foi discutido sobre a construção e a geometria das pipas e tonéis.

Um dos produtores apresentou-lhes seus esquemas de construção de pipas, herdados de seus ancestrais, donde também extraía informações sobre o cálculo do volume das pipas. Após uma análise das formas geométricas envolvidas nesta construção, os alunos concluíram que a fórmula para o cálculo do volume utilizada pelo produtor não coincidia com a obtida por eles através de conceitos formais de geometria, mas ambas levam a resultados aproximados.

Na sequência, os dados coletados inicialmente foram analisados estatisticamente, e para melhores representações das equações envolvidas nos estudos, foram utilizados métodos computacionais.

Para melhor conhecerem sobre o processo de fermentação do vinho, eles analisaram gráficos que relacionavam a variação de temperatura e a densidade do mosto (uva amassada que está sendo fermentada), além de considerarem que enquanto produzem álcool, o consumo de açúcar pela população de leveduras aumenta. A relação entre esses aspectos foi analisada, levando a um modelo matemático. Na busca desse entendimento, foram considerados conhecimentos sobre comportamento químico, a dinâmica populacional das leveduras, métodos numéricos, utilização de um software para cálculos e construção de gráficos, além da análise estatística de dados coletados.

Em relação à comercialização do produto, o autor não mencionou se este aspecto foi estudado com a turma. Sobre o teor alcoólico no sangue, no mesmo trabalho o autor relata uma experiência de ensino realizada com outra turma e menciona que poderia perfeitamente ter abordado este aspecto com a turma anterior. Nesta experiência, os estudos relacionaram as concentrações de álcool no sangue pela ingestão de vinho e outras bebidas, as taxas de risco de acidentes, além da eliminação do álcool pelo organismo em relação ao tempo gerando modelos matemáticos. Os alunos também construíram um bafômetro.

Nesta experiência, a multidisciplinaridade foi bastante explorada. Através da diversidade de aspectos envolvidos no estudo de um único tema, muitos conhecimentos foram desenvolvidos, demonstrando que o ensino pode acontecer sem precisar delimitar áreas ou desvincular-se da realidade, mesmo para alunos iniciantes de um curso superior.



■ CONCLUSÃO

Os experiências de ensino que foram relatadas brevemente aqui, sugerem e inspiram maneiras de se trabalhar matemática com alunos de áreas bastante distintas, de forma que temas das áreas de interesse desses alunos tenham alguma associação com os conceitos matemáticos a serem estudados. Nas experiências, quando conhecimentos matemáticos precisavam ser acessados ou adquiridos por eles, os alunos já estavam estimulados a buscar maneiras de tratar ou solucionar a situação-problema. Já haviam se convencido da existência de um bom motivo para aprenderem os conceitos matemáticos com os quais se deparavam naquele momento.

Além disso, essas experiências demonstram como o tratamento de situações-problema reais inevitavelmente necessita de uma exploração multidisciplinar, e como o professor pode se utilizar disto para produzir um aprendizado mais significativo, conforme identifique as reais necessidades dos futuros profissionais que por ele estão sendo preparados.

Podemos observar que também existiram alguns momentos de dificuldade no decorrer do desenvolvimento das atividades, peculiares dos alunos dos cursos que as vivenciaram, o que é natural de se esperar, e como elas foram desviadas de forma a não prejudicar o interesse desses alunos pela obtenção dos conhecimentos a serem adquiridos até o final do processo. Além disso, a maioria dessas experiências evidenciou o desenvolvimento da capacidade crítica dos alunos diante de dados e resultados, o que demonstra o crescimento de suas aptidões para resolver problemas realísticos do cotidiano de suas futuras profissões.

■ REFERÊNCIAS

1. ARAÚJO, J. L. Matemática para Geografia: reflexões sobre uma experiência. In: Cury, H. N. (org.). **Disciplinas matemáticas em cursos superiores**: reflexões, relatos, propostas. Porto Alegre, EDIPUCRS, 2004. cap. 4, p. 85-110.
2. BARBOSA, J. C. Modelagem matemática em cursos para não-matemáticos. In: Cury, H. N. (org.). **Disciplinas matemáticas em cursos superiores**: reflexões, relatos, propostas. Porto Alegre, EDIPUCRS, 2004. cap. 3, p. 63-83.
3. BASSANEZI, R. C.; RERREIRA, J.; WILSON, C. **Equações diferenciais com aplicações**. 1. ed. São Paulo: Harbra, 1988. 572 p.
4. BASSANEZI, R. C. **Modelagem matemática**: teoria e prática. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2019, 235 p.
5. BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 4. ed., 2ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2019. 389 p.
6. ESTEBAN, M. P. S. **Pesquisa qualitativa em educação**: fundamentos e tradições. Tradução: Miguel Cabrera. 1. ed. Porto Alegre: AMGH, 2010. 268 p.



7. FAZENDA, I. C. A. **Integração e interdisciplinaridade no ensino brasileiro**: efetividade ou ideologia. 4. ed. São Paulo: Edições Loyola, 1979. 107p.
8. PIAGET, J.P. The epistemology of interdisciplinary relationships. Apostel, L. *et al.* (org.). *In: Interdisciplinarity: Problems of Teaching and Research in Universities*. Paris: Organisation for Economic Cooperation and Development, 1972. cap. 1, p. 127-139.
9. Rosa, M. A. Contribuições da modelagem matemática para abordagens multidisciplinares em cursos superiores. *In: SOUZA, P. M. (org). Inovação na educação brasileira: metodologias e casos*. Recife: Even3 publicações, 2021. cap. 25, p. 488-506
10. SOARES, D. da S.; BORBA, M. C. Fenômeno biológico, sistema dinâmico e noções de cálculo I: uma proposta. *In: ALMEIDA, L. W.; ARAUJO, J. L.; BISOGNIN, E. (org.). Práticas de modelagem matemática na educação matemática*. Londrina: Eduel, 2011, p. 227-247.
11. SOARES, D. da S. **Uma Abordagem Pedagógica Baseada na Análise de Modelos para Alunos de Biologia**: qual o papel do software? 2012, 341 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - IGCE/UNESP, Rio Claro, 2012.



A resolução de problemas como eixo norteador na formação de professores que ensinam matemática

| Flávia Sueli Fabiani **Marcatto**
IMC-UNIFEI

| Lourdes De la Rosa **Onuchic**
ICMSC-USP/PGEM-Unesp

RESUMO

Este texto tem como objetivo apresentar reflexões sobre o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para futuros professores. Nos apoiamos na pesquisa baseada em design, com foco nos processos de aprendizagem. No desenvolvimento das ações, foram incentivados registros escritos em portfólios com ênfase no processo de resolução de problemas. Dois problemas foram selecionados para intervenções em turmas da Educação Básica. O processo estimulou, os futuros professores de matemática, a questionar suas próprias respostas, explorar ideias matemáticas, questionar o problema e seus modos de buscar a solução, fazer generalizações e transformar um dado problema em novas situações-problema, adaptando-as para suas aulas. Isso evidencia uma concepção de ensino-aprendizagem obtida por via de ação reflexiva e compartilhada que constrói conhecimentos, aprimorando a formação inicial e continuada de professores de Matemática.

Palavras-chave: Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática Através da Resolução de Problemas, Práticas de Discussão, Ações de Professores de Matemática.

■ INTRODUÇÃO

Neste capítulo discutimos uma perspectiva de trabalho na formação de professores de ensinam matemática amparado pela Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAM-RP). As ações aqui descritas foram desenvolvidas no âmbito da disciplina: O Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas, para estudantes do curso Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI). Participaram deste estudo 13 alunos. Desses, nove atuavam como professores em turmas da Educação Básica. Foi acordado com eles que as atividades propostas fossem, na medida do possível, aplicadas em suas respectivas turmas de Educação Básica. Nessa disciplina adotamos a definição de problema como “tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado” (ONUCHIC e ALLEVATO, 2011, p. 81) de alguma forma em resolver.

Para Lester e Cai (2016) as pesquisas indicam que a Metodologia de Resolução de Problemas não deve ser considerada como um tópico separado no currículo de matemática. A resolução de problemas (RP) deve ser parte integrante da aprendizagem matemática e um compromisso significativo deve ser assumido para incluir a resolução de problemas em todos os níveis de ensino e com todos os tópicos matemáticos. No contexto deste estudo a MEAAM-RP foi parte integrante da disciplina e não apenas apresentada aos alunos.

Além do compromisso com a resolução de problemas no currículo de matemática, os professores precisam identificar estratégias adequadas na seleção dos problemas e orquestrar o discurso em sala de aula para maximizar oportunidades de aprendizagem. O discurso em sala de aula refere-se às formas de representar, pensar, conversar, concordar e discordar que professores e alunos usam ao se envolverem em tarefas de resolução/exploração de problemas (LESTER E CAI, 2016). Há evidências teóricas e empíricas consideráveis que apoiam a conexão entre o discurso da sala de aula e a aprendizagem do aluno. Conforme os alunos explicam e justificam seus pensamentos e desafiam as explicações de seus colegas e professores, eles também estão envolvidos em esclarecimento de seu próprio pensamento e se apropriam do saber.

Em particular, os professores devem envolver os alunos em uma variedade de atividades de resolução de problemas: encontrar diferentes estratégias de solução para um determinado problema, engajar-se na exploração matemática e na proposição de problemas, justificando suas soluções e generalizações (LESTER e CAI, 2016).

Assumiu-se a MEAAM-RP, tomando como referência os estudos de Onuchic (1999), Onuchic e Allevato (2004, 2011) e Allevato e Onuchic (2014). Para encaminhar o trabalho, selecionamos os problemas identificados por *O Problema dos Sanduíches* e *O Problema dos Copos*.



Todo o encaminhamento desta proposta teve como referência a metodologia proposta pelo Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP-RC, onde a resolução de problemas, na perspectiva da Educação Matemática, é compreendida não só como uma alternativa ao ensino tradicional, mas como uma prática pedagógica educacional, desencadeando discussões sobre como abordá-la em sala de aula.

No desenvolvimento das ações, os estudantes foram orientados a registrá-las e organizá-las em portfólio. Esta forma de registro dos trabalhos foi proposta com o objetivo de orientar e facilitar o planejamento de ações futuras, a todos que pretendam utilizar a MEAAM-RP. Os problemas foram selecionados, partindo de critérios de interesse, para intervenções em sala de aula em turmas da Educação Básica, bem como atendendo às necessidades e/ou dificuldades dos estudantes da disciplina em questão.

Considerou-se também para qual turma ou etapa da Educação Básica seria mais adequada sua aplicação, levando-se em conta os conceitos e conteúdos matemáticos envolvidos na resolução; como ampliar esses problemas para contemplar outros alunos de etapas mais avançadas da Educação Básica; quais estratégias deveriam ser consideradas para a resolução do problema com o propósito de garantir a aprendizagem dos alunos.

As propostas, ações e reflexões presentes nestes portfólios não são definitivas, nem tão pouco pretendia-se abordar de uma única maneira o ensino de matemática a partir da resolução de problemas. As situações-problema apresentadas neste capítulo são uma contribuição de estudos sobre esta temática bem como uma opção pedagógico-metodológica para estudantes da licenciatura e professores de Matemática.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

Na década de 1990 observou-se um declínio na pesquisa sobre resolução de problemas, mas isso não significa que não houve progressos, ao contrário continuou a evoluir – com uma aparência diferente da que vinha acontecendo nas décadas de 1970 e 1980. A pesquisa continuou preocupada com uma matemática que fizesse sentido, mas os estudos mudaram do laboratório para as salas de aula (SCHOENFELD, 2007). Talvez por isso, no cenário brasileiro as discussões sobre o ensino e a aprendizagem por meio da resolução de problemas tenha arrefecido um pouco as pesquisas em contextos escolares, apesar da RP ser recomendada como um caminho para ensinar matemática, na Educação Básica, na década de 1990, com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e reforçado na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), de 2017.





O GTERP da UNESP-RC, no Brasil, ao longo de quase trinta anos, produziu 33 trabalhos, sendo 19 dissertações de mestrado e 14 teses de doutorado, todos com ênfase na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAM-RP).

A pesquisa que floresceu durante a década de 1980 teve um importante impacto nas práticas escolares, devido às publicações do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) (Conselho Nacional de Professores de Matemática), nos Estados Unidos, em 1989 os Padrões de Currículo e Avaliação para a Matemática Escolar, em seguida os Padrões Profissionais para o ensino de Matemática (1991) e os Padrões de Avaliação para a Matemática Escolar (1995). Assim, o trabalho empregado pelo NCTM ao longo de duas décadas (1980 e 1990) culminou na publicação em 2000 do livro *Princípios e Padrões para a Matemática Escolar*, conhecidos com *Standards*, trazendo fundamentação teórica e orientações para os professores de matemática, bem como exerceu influência em currículos de outros países na implantação, sistematização e divulgação da Resolução de Problemas.

Esse documento articula cinco objetivos gerais para todos os estudantes: aprender a valorizar a matemática, tornar-se confiante em sua capacidade de produzir matemática, que se tornem solucionadores de problemas matemáticos, que se comuniquem matematicamente, e que desenvolvam o raciocínio matemático. Portanto, esses objetivos implicam que os estudantes sejam apresentados a um número considerável de experiências variadas e interrelacionadas de resolução de problemas, que os incentivem a valorizar a aprendizagem matemática, para compreender e apreciar o papel da matemática nos assuntos humanos; que eles sejam encorajados a explorar, cometer e corrigir erros para que ganhem confiança em sua capacidade de resolver problemas; que eles devam ler, escrever e discutir matemática; e devem ainda conjecturar, testar e construir argumentos sobre a validade de uma conjectura. (NCTM, 2000)

Os *Standards* enfatizavam a resolução de problemas, o raciocínio matemático, as conexões entre os conteúdos matemáticos, e a comunicação em matemática, entre outras, como metas importantes de instrução no contexto escolar. Os pesquisadores começaram a projetar instruções com um objetivo mais amplo, frequentemente usando métodos chamados de *experimentos de design* em que criaram e exploraram as propriedades de instrução e as teorias que estão por trás dela.

Schroeder e Lester (1989), definem o trabalho dos conteúdos matemáticos por meio da resolução de problemas em três abordagens diferentes. O ensino *sobre resolução de problemas*, onde se discute como os problemas são resolvidos. Nesse tipo de abordagem o professor introduz um problema somente depois de ensinar aos alunos os passos de como resolver um problema. O ensino *para resolução de problemas*, em que se expõe um





problema somente após o ensino de um novo conteúdo. Nele os alunos entendem que o problema está diretamente ligado ao conteúdo e começam a trabalhar com ele de forma a encontrar respostas. Talvez nesse tipo de abordagem os alunos se sintam estimulados e condicionados a resolver o problema utilizando apenas os conhecimentos do conteúdo visto, e acabem não sendo capazes de pensar outros caminhos, fazer outros questionamentos, ou até mesmo tentar algum método de resolução individual, o que também é válido. Já no ensino *via resolução de problemas*, o problema é tido como *gerador*, e é a partir dele que o professor trabalha o conteúdo. Entendemos que, essa abordagem é a mais recomendada, pois permite aos alunos a conexão do que é, em um contexto próximo da realidade deles, algo concreto, com a sua representação abstrata, transferida para a linguagem matemática. Assim,

... implementar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, exige do professor e dos alunos novas posturas e atitudes com relação ao trabalho em sala de aula. O professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. Os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade. Esse ato exige de ambos, portanto, mudanças de atitude e postura, o que, nem sempre, é fácil conseguir. (ONUChic e ALLEVATO, 2011, p. 82)

No contexto de um ensino de matemática via RP, alguns autores propõem etapas para a resolução dos problemas. É como indicam Allevato e Onuchic (2014) em dez encaminhamentos para o bom desempenho em RP: proposição do problema (**PP**), leitura individual (**LI**), leitura em conjunto (**LC**), exploração do problema (**ExP**), observar e incentivar (**OI**), registro das resoluções (**RR**), discussão coletiva (**DC**), busca do consenso (**BC**), formalização do conteúdo (**FC**), elaboração de novos problemas (**EP**). Tais etapas foram pensadas como facilitadoras para adentrar a um melhor caminho na resolução dos problemas. Todas essas etapas são importantes, pois cada uma permite ao aluno chegar ao desenvolvimento de determinadas habilidades que por esse processo se possa chegar. É uma possibilidade da RP para garantir ao aluno que alcance o resultado desejado. Em cada uma dessas fases o professor tem um papel, mas sempre, se possível, deixando com que os alunos construam o caminho da resolução para o problema e chegar à solução.

Em todos os encaminhamentos assumimos, neste trabalho, que a atividade proposta é colaborativa no âmbito dos estudantes e foi adaptada das ideias defendidas por Boavida (2005) onde a colaboração é um processo dinâmico e criativo em que os participantes se envolvem na atividade de forma voluntária, sem hierarquias, onde é fundamental a aceitação das diferenças dos entendimentos matemáticos e a valorização da participação de cada um. Portanto a colaboração, na perspectiva deste estudo, envolve conversar uns com os outros





e narrar os entendimentos emergentes da atividade proposta, que podem permitir ampliar as perspectivas individuais e coletivas e principalmente encontrar sentido na atividade matemática proposta.

Ao ensinar Matemática a partir de um problema, esse é colocado como o ponto de partida para a construção de conhecimentos matemáticos. Novos conteúdos, conceitos e estratégias são construídos a partir do problema proposto, com a participação ativa dos alunos e a orientação do professor. O processo ensino-aprendizagem-avaliação nesta abordagem requer do aluno uma postura colaborativa como construtor do seu próprio conhecimento e do professor, uma postura de condutor do processo, planejando, instigando e orientando o processo de construção de um conhecimento novo para os alunos.

O percurso metodológico

Nos apoiamos nas experiências em ciclos de instrução baseada em design, com foco em processos de aprendizagem (COBB et al 2003; PREDIGER, GRAVEMEIJER, CONFREY, 2015). Considerando as características deste tipo de pesquisa em ciclos de design, onde as teorias escolhidas devem articular: um papel ativo dos alunos com o apoio do professor, ambientes de sala de aula onde os alunos recebem tarefas ricas para trabalhar e amplas oportunidades para participar individual e coletivamente. A teoria que apoia este estudo é a Metodologia de Ensino Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Uma vez que suas características estejam atendidas o foco passa a ser a emergência do pensamento dos alunos, buscando identificar momentos produtivos e momentos de falha.

Para Kilpatrick (2017), uma proposta de resolução de problemas em matemática envolve sujeitos resolvendo problemas matemáticos sob uma determinada condição. Os problemas propostos permitiram explorações, investigações, interpretações e formulação de novas questões para resolver com significado.

Foi solicitado aos estudantes da disciplina a aplicação dos problemas discutidos em sala de aula, em suas respectivas turmas dos ensinos Fundamental e Médio. Nove dos estudantes da disciplina possuíam turmas em escolas públicas e privadas de Educação Básica, o que permitiu ao grupo realizar as intervenções. Esses estudantes foram orientados a realizar registros escritos, nos portfólios, de todas as etapas.

Para a elaboração de portfólios foi solicitado, aos licenciandos, o registro de todas as atividades, permitindo refletir sobre o trabalho realizado, revisando processos, decisões e estratégias, articulando ideias. Para Silva e Sá-Chaves (2008), o portfólio tem sido utilizado em várias áreas de formação profissional, cumprindo um papel importante em diferentes contextos educativos. É uma estratégia que potencializa a construção do conhecimento de





forma reflexiva, com vistas à uma progressiva emancipação dos sujeitos em formação. O portfólio neste estudo é considerado como um instrumento de registro que tem como finalidade sistematizar as ações desenvolvidas no decorrer da disciplina realizadas na sala de aula ou fora dela. Representa a criação de uma cultura de registro e documentação que favorece os processos do ensino e da aprendizagem, em especial ao permitir construir um registro dos seus métodos de resolver as situações-problema.

Aspectos fundamentais da metodologia na sala de aula

Optando pela concepção de problema proposta por Onuchic e Allevato (2011), para quem se trata de uma situação desconhecida que mobiliza conhecimentos para a sua solução, o grupo de estudantes da disciplina *O Ensino da Matemática através da Resolução de Problemas* produziu reflexões e encaminhamentos nos portfólios que podem ser úteis para os professores que pretendem utilizar essa metodologia. Os problemas aqui expostos foram selecionados pelo grupo, partindo de critérios de interesse para aplicação em turmas de alunos da Educação Básica.

Considerando o que se pretende com os problemas discutidos, o planejamento das aulas considerou momentos de introdução e compreensão dos problemas, de trabalho autônomo, acompanhado pela docente (primeira autora deste capítulo), de discussão e reflexão e momentos de síntese e reelaboração.

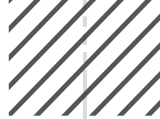
Atendendo à perspectiva destacada, definiram-se fundamentos para o trabalho com os problemas: a) seleção de problemas geradores, visando à construção de um novo conceito ou procedimento; b) compreensão dos problemas, buscando identificar aqueles correlatos e processos de resolução; e c) apresentação das soluções, discutindo-se e analisando-se estratégias de resolução.

Quanto ao trabalho do professor no sentido de oportunizar a discussão reflexiva dos estudantes, consideraram-se os seguintes fundamentos: i) observar, estimular e acompanhar a resolução dos problemas conduzidos por eles; ii) incentivar a mobilização de conhecimentos prévios; iii) discutir e analisar soluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos; iv) guiar e mediar as discussões coletivas; e v) desafiar os estudantes a ir além do problema, formulando novas questões ou enunciando novos problemas.

Dessa forma propõe-se que o trabalho, em sala de aula, baseado nos fundamentos descritos acima possa promover reflexões sobre a metodologia de resolução de problemas na formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática.

Neste estudo apresentamos momentos de discussão sobre os processos de resolução de dois problemas geradores, realizados na disciplina e posteriormente em turmas da





Educação Básica. Eles foram selecionados por serem ilustrativos, tanto por sua proposição, quanto pelas estratégias de resolução dos professores e alunos.

A análise desses momentos é parte das reflexões dos portfólios produzidos na disciplina, a partir dos problemas: o *Problema dos Sanduíches* e o *Problema dos Copos*.

Problemas geradores

Os problemas foram selecionados, discutidos e analisados considerando os fundamentos elencados para o trabalho com os problemas e para o trabalho do professor, seguindo as etapas da MEAAM-RP. Posteriormente, foram trabalhados em intervenções, em salas de aula do Ensino Fundamental, da Educação Básica, por licenciandos que já atuavam como professor eventual.

As soluções foram discutidas durante os encontros na referida disciplina. O objetivo foi fazer os alunos vivenciarem a resolução de problemas como uma metodologia de ensino e, a partir dessa experiência, se colocar no papel de aluno resolvidor. A seguir, algumas resoluções discutidas entre os estudantes e a professora responsável pela disciplina, para os dois problemas apresentados neste capítulo.

O problema dos Sanduíches

A situação-problema intitulada *O Problema dos Sanduíches*¹ (Quadro 1), foi considerada pelos licenciandos como proposta interessante para a abordagem de assuntos referentes à justiça na divisão de recursos, atendendo ao encaminhamento PP da MEAAEM-RP.

Quadro 1. O problema dos sanduíches.

Lara, Isa e Cris foram a um piquenique. Lara levou dois sanduíches, Isa três, mas Cris esqueceu de levar seu lanche. Se as três amigas repartirem o alimento igualmente e Cris precisou pagar Lara e Isa um total de R\$ 5,00 pelos sanduíches repartidos, quanto cada uma delas (Lara e Isa) deveria receber em dinheiro?

Fonte: Marcatto (2019)

Realizaram a leitura do problema, etapa **LI**, organizaram-se em grupos para discutir, etapa **LC** e iniciaram a exploração do problema, etapa **ExP**. O professor busca orientar e incentivar todo o trabalho dos grupos, etapa **OI**. É oportuno, no momento das etapas iniciais (**PP**, **LI**, **LC**, **ExP**), avaliar: dificuldades com a leitura e a interpretação; discutir dúvidas recorrentes; abordagens que não são colaborativas; discussões e reflexões iniciais dos resolvidores ao buscar conceitos anteriores para ajudar nas explorações do problema.

Um grupo apresentou uma conjectura inicial (**RR**), elaborada a partir da primeira leitura realizada (**LI**), da situação-problema, “se uma levou dois sanduíches e a outra levou três, a garota que levou R\$ 5,00 deve pagar R\$ 2,00 a uma e R\$ 3,00 a outra”. Na sequência se

1 O problema foi traduzido e adaptado de um material impresso obtido em um curso de formação, no ano de 1996, pela autora.

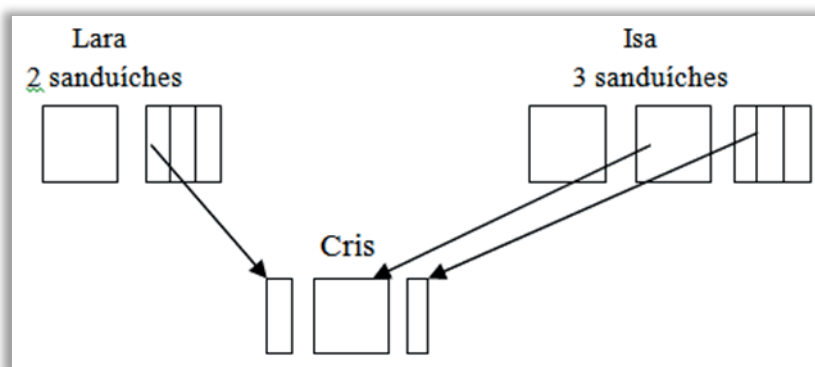




anteciparam em contar que estavam equivocados (*LC*) ao refletirem sobre o critério de justiça, assim se questionaram entre si, se era justo essa divisão (*ExP*). Eles correlacionaram cinco sanduíches com R\$ 5,00, reduzindo a solução a tão somente associar R\$ 1,00 para cada sanduíche. Ao compartilhar essa solução alguns questionaram o quanto era justo Lara receber R\$ 2,00, pelos dois sanduíches que levou, visto que comeu sua parte e contribuiu apenas com uma pequena parte, na divisão geral. Isa levou três sanduíches, contribuindo assim, com a maior parte consumida pela Cris (que levou R\$ 5,00), etapas **DC** e **BC**.

Continuando os registros, etapas **RR** e **DC**, foi exibida uma solução por meio de representação gráfica que representa a quantidade de sanduíches que Lara e Isa levaram para o piquenique e a divisão entre as três meninas, como se pode observar no Quadro 2.

Quadro 2. Divisão dos sanduíches entre Isa, Lara e Cris.



Fonte: Marcatto (2019)

A divisão ilustrativa dos sanduíches iniciou com um sanduíche inteiro para cada menina. Assim, Isa deu um sanduíche para Cris, visto que ela levou a maior quantidade e, com essa ação, fica com a mesma quantidade de sanduíches que Lara. Desse modo, nova divisão foi realizada, agora com os sanduíches extras de Lara e Isa, entre as três meninas. Dividiu-se cada sanduíche extra, em três partes iguais, obtendo seis partes ao todo. Essas foram distribuídas entre as três meninas, ou seja, cada uma ficou com duas partes de sanduíches. Logo, ao final da divisão, cada menina ficou com um sanduíche inteiro mais duas partes do sanduíche que fora dividido em três.

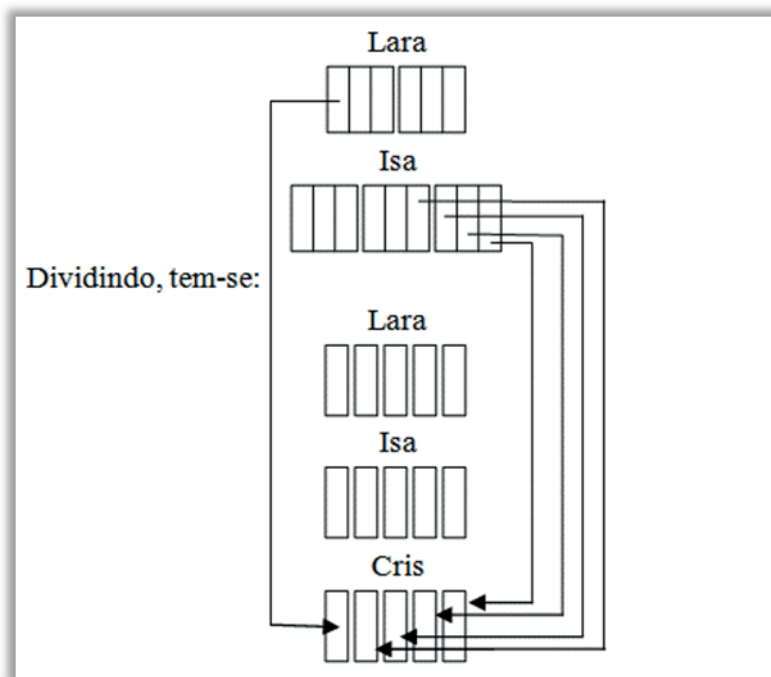
Concluída a partilha dos sanduíches, chegou o momento de Cris pagar a quantia que havia levado, R\$ 5,00, às demais meninas. Como pode ser visto no Quadro 2, Lara deu um terço de um sanduíche para Cris, enquanto Isa deu um sanduíche inteiro mais um terço de sanduíche. A divisão foi realizada considerando que um sanduíche inteiro poderia ser dividido em três partes iguais. Portanto, Cris recebeu cinco partes iguais de sanduíches, sendo que uma parte foi dada por Lara e quatro por Isa. Cada parte de sanduíche equivale a R\$ 1,00, o que significa que Lara recebeu R\$ 1,00 e Isa, R\$ 4,00.





Outra resolução, discutida coletivamente (*RR*, *DC*), dividiu-se em três partes todos os cinco sanduíches. Assim, Lara teria seis partes e Isa nove partes, já que tinham dois e três sanduíches respectivamente. Com essa divisão, haveria 15 pedaços iguais de sanduíches, sendo que cada menina ficaria com cinco pedaços, como podemos ver no Quadro 3.

Quadro 3. Divisão dos sanduíches em três partes iguais.



Fonte: Marcatto (2019)

Dessa forma, Lara que tinha seis pedaços, deu um pedaço para Cris e ficou com cinco, enquanto Isa que tinha nove pedaços, deu quatro pedaços à Cris. Assim, se considerarmos cada pedaço equivalente a R\$ 1,00, Isa receberia R\$ 4,00 e Lara ficaria com R\$ 1,00.

Além das resoluções apoiadas por desenhos, foram discutidas duas soluções realizadas aritmeticamente (*RR* e *DC*), as quais serão detalhadas a seguir e se assemelham, uma vez que recorrem à divisão numérica entre a quantidade total de sanduíches (cinco), pelo total de meninas no piquenique (três), resultando em uma dízima periódica (1,66666...).

A primeira solução utilizou o valor aproximado 1,6. Em seguida, 1,6 do total de sanduíches que cada menina levou para saber quanto cada uma deu a Cris. Lara levou dois sanduíches e comeu 1,6 sanduíches, portanto contribuiu com 0,4 sanduíches para Cris. Isa levou três sanduíches e, também, comeu 1,6 sanduíches, portanto contribuiu com 1,4 sanduíches para Cris. Considerando os valores obtidos, 1,6 representa a quantidade de sanduíches que cada menina tinha direito de comer. Assim, Isa deu 1,4 sanduíches à Cris e Lara, deu 0,4 sanduíche, totalizando 1,8 sanduíches para Cris. Essa solução apresenta uma inconsistência com a situação-problema apresentada, pois não respeitou a condição de divisão em partes iguais, dos sanduíches, entre as três meninas.





Esse resultado diferente do encontrado com a utilização de representação gráfica, feita anteriormente, suscitou uma discussão reflexiva entre os estudantes da disciplina. O fato de termos realizado um truncamento no resultado da divisão ($5 \div 3$), para a dízima periódica 1,66666... ficando 1,6, utilizou-se de uma aproximação incorreta que causou uma diferença nos valores numéricos finais dos sanduíches repartidos, etapas **DC** e **BC**.

Por fim, a última resolução discutida tem o raciocínio semelhante ao anterior, porém considerou 1,6666... como resultado da divisão entre a quantidade total de sanduíches e a quantidade de meninas. Logo, como Lara tinha dois sanduíches, ela deu para Cris 0,3333... sanduíche, enquanto Isa contribuiu com 1,3333... sanduíches, uma vez que ela tinha três sanduíches. Com isso, se Cris pagar um total de R\$ 5,00 pelos sanduíches consumidos, pode-se constatar que o valor que Isa receberá de Cris é de R\$ 4,00 e Lara receberá R\$ 1,00. Essa resolução apresenta operações com números decimais, nesse caso dízimas periódicas, o que poderia oportunizar a introdução desse assunto para alunos dos anos finais do Ensino Fundamental.

Nas discussões das etapas **BC** e **FC**, alguns licenciandos defenderam que a resolução que envolvia dízimas periódicas, era mais complexa e que teriam dificuldade em chegar no resultado com seus alunos. Pode-se afirmar que as resoluções apresentadas não são as únicas possíveis para esse problema, assim como podem ser encontrados soluções incorretas e que vale a pena discuti-las. Além disso, pode-se partir desse problema para criar outro (**EP**), ampliando-o e modificando-o de modo a suprir as necessidades dos alunos, assim como pode ser proposto, aos alunos, uma pesquisa de preços dos ingredientes que compõem os sanduíches, objetivando a dar origem a novas situações-problema.

Nessa perspectiva, ao explorarem as resoluções, envolvendo alguns preços, podem resultar em dízimas periódicas e/ou não periódicas. O aluno, ao entrar em contato com estas quantidades, pode imaginar que o resultado de seus cálculos esteja errado, já que até então, parece inconcebível pensar que a razão entre dois números inteiros positivos resulte em um número com infinitas casas decimais, de forma periódica, motivando o trabalho com novos conceitos e com novas abordagens de ensino.

As estratégias de resolução do problema desde as mais simples, envolvendo desenhos e materiais concretos, são importantes para a introdução de conceitos matemáticos básicos, para alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Este problema pode ser utilizado também para abordar questões culturais e de justiça, assim como pode ser ampliado, gerando novas situações-problema. Em relação a isso, foi realizada uma ampliação do problema, a qual propõe a introdução de outros conceitos matemáticos que podem ser abordados numa segunda fase da aplicação do problema ou em anos subsequentes, Ensino Médio por exemplo, como se pode observar no Quadro 4.



Quadro 4. Ampliação do Problema dos Sanduíches

Lara, Isa e Cris foram a um piquenique. Lara levou dois sanduíches de mortadela. Isa levou três de presunto e queijo. No entanto, Cris não conseguiu preparar os sanduíches a tempo para levar e optou por levar o dinheiro para pagar o que consumiu. Sabendo que:
 As três amigas dividiram os sanduíches igualmente, inclusive as porções de sabor;
 Os pães dos sanduíches não se diferenciavam, sendo todos pães franceses;
 Todos os pães pesavam, em média, 50 gramas;
 O preço de 100 gramas de pão francês é de R\$ 0,90;
 Em cada lanche de mortadela havia duas fatias, enquanto nos demais lanches havia uma fatia de cada item;
 Cada fatia de mortadela, presunto e queijo pesava aproximadamente 30 gramas;
 O preço de 100 gramas de mortadela é R\$ 1,80;
 O preço de 100 gramas de presunto é R\$ 2,20;
 O preço de 100 gramas de queijo é R\$ 2,60;
 Qual será o preço que Cris deverá pagar a Lara e a Isa, respectivamente, considerando o preço de todos os itens presente nos sanduíches consumidos por ela? Qual o valor total que Cris terá que pagar para participar do piquenique?

Fonte: MARCATTO (2019)

O problema dos copos

O segundo problema escolhido foi o *Problema dos Copos*², que da mesma forma que ocorreu com o problema anterior, também foi trabalhado com turmas do Ensino Fundamental, de acordo com a PP da MEAAEM-RP. Durante as intervenções, nas aulas de matemática, na Educação Básica, os licenciandos que atuavam como professores relataram a surpresa que tiveram com a diversidade de processos de resolução de seus alunos.

Quadro 5. Problema dos Copos

Um copo cheio de água pesa 275g, este mesmo copo, quando cheio de óleo pesa 225g. Dois copos idênticos aos anteriores, um com a metade de água e o outro com a metade de óleo pesam juntos 375g. Quanto pesa, em gramas, o copo vazio?

Fonte: MARCATTO (2019)

As resoluções do problema foram incentivadas e discutidas durante as aulas da disciplina, na Universidade, bem como com os alunos da Educação Básica. Realizaram a leitura do problema (**LI**), organizaram-se em grupos (**LC**), iniciaram a exploração do problema (**ExP**), orientados e incentivados pelo professor (**OI**). Da mesma forma, é oportuno durante as etapas iniciais (**PP**, **LI**, **LC**, **ExP**), avaliar: dificuldades com a leitura e a interpretação; dúvidas recorrentes; abordagens que não são colaborativas; discussões e reflexões iniciais dos resolvidores ao buscar conceitos anteriores para ajudar nas explorações do problema.

Nas discussões realizadas com os licenciandos (**RR**, **DC**), prevaleceu o processo de resolução que envolvia sistemas de equações. As resoluções feitas pelos alunos dessas turmas e pelos estudantes da disciplina serão apresentadas a seguir. A primeira resolução foi realizada, articulando a linguagem natural com a linguagem matemática ou simbólica, a qual podemos observar no Quadro 6.

2 O problema foi traduzido e adaptado de um material impresso obtido em um curso de formação, no ano de 2002, pela autora.

Quadro 6. Resolução escrita do Problema dos Copos

Tem-se que:

$$\begin{aligned} \text{copo} + \text{água} &= 275g \text{ (1)} \\ \text{copo} + \text{óleo} &= 225g \text{ (2) e} \\ 2 \text{ copos} + \frac{1}{2} \text{ óleo} + \frac{1}{2} \text{ água} &= 375g \text{ (3)} \end{aligned}$$

Somando (1) e (2), tem:

$$2 \text{ copos} + \text{óleo} + \text{água} = 500g \text{ (4)}$$

Subtraindo (4) e (3):

$$\frac{1}{2} \text{ óleo} + \frac{1}{2} \text{ água} = 125g$$

Assim,

$$375g - 125g = 250g \text{ (dois copos)}$$

Logo,

Cada copo vazio pesa 125g.

Fonte: MARCATTO (2019)

A segunda resolução envolve um pensamento algébrico, onde o peso do copo vazio foi representado pela incógnita x . Logo, para encontrar esse valor, formulou-se uma equação que representasse a soma do peso de dois copos vazios, meio copo de água e meio copo de óleo, sendo que podemos concluir pela informação dada no problema que o peso de um copo cheio de água (peso do líquido mais peso do copo) é $275g$, portanto o peso da água seria dado por $275g - x$ e da mesma maneira o peso do óleo é $225g - x$, como podemos observar na equação seguinte.

$$\frac{1}{2}(275g - x) + \frac{1}{2}(225g - x) + 2x = 375g$$

A partir disso, para encontrar o peso do copo vazio, resolve-se a equação. O processo de desenvolvimento dessa equação encontra-se no Quadro 7.

Quadro 7. Resolução da equação do quadro 7

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(275g - x) + \frac{1}{2}(225g - x) + 2x &= 375g \\ \frac{275g}{2} - \frac{x}{2} + \frac{225g}{2} - \frac{x}{2} + 2x &= 375g \\ \frac{500g}{2} - x + 2x &= 375g \\ 250g + x &= 375g \\ x &= 375g - 250g \\ x &= 125g \end{aligned}$$

Fonte: MARCATTO (2019)

A terceira solução (RR, DC) se apoiou em um raciocínio algébrico, usando o processo de resolução de equações baseado no princípio de adição de igualdades, com o auxílio da



noção de equilíbrio, por meio do modelo de uma “balança”. Inicialmente, converteu-se os dados do problema em linguagem algébrica (a : representa o peso da água; c : peso do copo vazio; o : peso do óleo), simulando uma situação de equilíbrio dos pratos de uma balança, como mostra o Quadro 8.

Quadro 8. Resolução do problema dos Copos

Tem-se que:
 $1c + 1a = 275g$ (1)
 $1c + 1o = 225g$ (2) e
 $1c + \frac{1}{2}o + 1c + \frac{1}{2}a = 375g$ ou $2c + \frac{1}{2}o + \frac{1}{2}a = 375g$ (3)
Colocando as equações (1) e (3) na balança tem-se:

$2c + \frac{1}{2}o + \frac{1}{2}a =$	$1c + 1a =$
$375g$	$275g$

Diferença de 100g

Fonte: MARCATTO (2019)

É possível observar que o lado esquerdo possui $100g$ a mais que a quantidade que está no prato da direita, no modelo da “balança”. Para manter o equilíbrio acrescentou-se $100g$ ao lado direito, como ilustrado no Quadro 9.

Quadro 9. Acréscimo de 100 g para equilibrar a balança

$2c + \frac{1}{2}o + \frac{1}{2}a =$	$1c + 1a + 100g =$
$375g$	$375g$

Fonte: MARCATTO (2019)

Após esse acréscimo, pode-se perceber que, em ambos os lados da “balança”, tem-se ao menos um copo vazio. Logo, podemos retirá-lo dos dois lados, mantendo assim o equilíbrio. Após essa retirada, multiplicou-se ambos os lados por dois, evitando operar com números na forma fracionária. Essas ações podem ser visualizadas no Quadro 10.



Quadro 10. Retirada dos copos e ajustes nas operações aritméticas

Logo, temos que $1c + \frac{1}{2}o + \frac{1}{2}a = 1a + 100g$. Multiplicando por dois, em ambos os lados, tem-se que:

$$2c + 1o + 1a = 2a + 200g$$

Fonte: MARCATTO (2019)

Assim, desenvolveu-se essa equação, subtraindo $1a$ de ambos os lados e, em seguida, substituiu-se $1c + 1o$ por $225g$ no lado esquerdo, isso pode ser feito, pois representa a igualdade (2), descrita no Quadro 8. Com isso, obtém-se o resultado descrito no Quadro 11.

Quadro 11. Resolução da equação algébrica

$$\begin{aligned} 2c + 1o + 1a &= 2a + 200g \\ 1c + 1c + 1o &= 1a + 200g \\ 1c + 225g &= 1a + 200g \\ 1a &= 1c + 25g \end{aligned}$$

Fonte: MARCATTO (2019)

Por fim, substituindo a igualdade $1a = 1c + 25g$ na expressão (1), descrita no Quadro 8, o desenvolvimento da igualdade encontrada pode ser visto no Quadro 12.

Quadro 12. Resolução final

Substituindo na igualdade (1), $1c + 1a = 275g$, tem-se:

$$\begin{aligned} 1c + 1c + 25g &= 275g \\ 2c + 25g &= 275g \\ 2c &= 275g - 25g \\ 2c &= 250g \\ c &= 125g \end{aligned}$$

Fonte: MARCATTO (2019)

Uma quarta solução foi proposta (*RR*, *DC*), usando operações aritméticas. Iniciou-se com a divisão do peso do copo cheio de água por dois: $275g \div 2 = 137,5g$. Em seguida, fez-se a mesma operação com o peso do copo cheio de óleo, chegando ao valor de $112,5g$. Adicionando-se os valores encontrados, obtém-se $250g$. Após essa operação, realizou-se a



diferença entre 375g e 250g (diferença entre o peso de dois copos com metade dos líquidos, água e óleo, e o peso de um copo com metade dos líquidos, água e óleo), resultando 125g (peso de um copo vazio), como ilustrado no Quadro 13. No lado direito do quadro estão as operações aritméticas substituídas pela notação simbólica (desenvolvimento algébrico).

Quadro 13. Resolução aritmética e algébrica

$275 + 2 = 137,5$	$(1c + 1a) + 2 = (\frac{1}{2}c + \frac{1}{2}a)$
$225 + 2 = 112,5$	$(1c + 1o) + 2 = (\frac{1}{2}c + \frac{1}{2}o)$
$137,5 + 112,5 = 250$	$(\frac{1}{2}c + \frac{1}{2}a) + (\frac{1}{2}c + \frac{1}{2}o) = (1c + \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}o)$
$375 - 250 = 125$	$(2c + \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}o) - (1c + \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}o) = (1c)$

Fonte: MARCATTO (2019)

Ainda, outra solução para esse problema (*RR*, *DC*), semelhante ao raciocínio feito anteriormente, foi realizada a partir da diferença entre o valor do peso de dois copos com metade dos líquidos, água e óleo e o valor do peso de um copo cheio de água, obtendo o valor de 100g. Em seguida, fez-se a mesma operação, retirando um copo cheio de óleo, resultando em 150g. Após essas operações, adicionou-se os resultados, 100g e 150g e, em seguida, dividiu-se o resultado por dois, obtendo 125g correspondente ao peso de um copo vazio. Podemos verificar essa resolução também de forma algébrica no Quadro 14.

Quadro 14. Resolução aritmética e algébrica.

$375 - 275 = 100$	$(2c + \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}o) - (1c + 1a) = (1c - \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}o)$
$375 - 225 = 150$	$(2c + \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}o) - (1c + 1o) = (1c + \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}o)$
$100 + 150 = 250$	$(1c - \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}o) + (1c + \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}o) = (2c)$
$250 + 2 = 125g$	$(2c) + 2 = (1c)$

Fonte: MARCATTO (2019)

As soluções apresentadas nos quadros 13, 14 e 15 foram coletadas nas intervenções que dois licenciandos realizaram, com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Durante as etapas *DC* e *BC*, ocorridas na disciplina, sentiram necessidade de compreender o raciocínio dos alunos, que resolveram utilizando apenas operações aritméticas, algebrizando cada passo da resolução. Dessa forma, a próxima solução discutida (*RR*, *DC*), utilizou a estratégia de operar com o peso dos copos cheios de água e de óleo. Inicia adicionando o peso do copo cheio de água com o peso do copo cheio de óleo, obtendo 500g (peso de dois copos completos com os líquidos, água e óleo). Em seguida, multiplicou-se 375g (dois copos com metade dos líquidos, água e óleo) por dois, chegando ao valor de 750g, representando o





peso de quatro copos, sendo um deles cheio com água e o outro cheio com óleo. Subtraiu-se os valores encontrados, $750g$ e $500g$ ($250g$ o que equivale ao peso de dois copos vazios), e dividiu-se por dois, obtendo $125g$, ou seja, o peso de um copo vazio. Assim, como nos quadros 13 e 14, a solução algébrica também está no Quadro 15.

Quadro 15. Resolução aritmética e algébrica.

$275 + 225 = 500$	$(1c + 1a) + (1c + 1a) = (2c + 1a + 1a)$
$375 \times 2 = 750$	$(2c + \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a) \times 2 = (4c + 1a + 1a)$
$750 - 500 = 250$	$(4c + 1a + 1a) - (2c + 1a + 1a) = (2c)$
$250 \div 2 = 125g$	$(2c) \div 2 = (1c)$

Fonte: MARCATTO (2019)

Além dessas resoluções, foi discutida em sala uma solução inválida (etapas *RR*, *DC*), uma vez que fora encontrado o resultado de $125g$, que a princípio é a resposta do problema, porém verificamos que não representava o peso do copo vazio (*BC*), pois a estratégia utilizada para a resolução levava a uma interpretação equivocada. Essa iniciou-se com a adição do peso de um copo cheio de água e um copo cheio de óleo, resultando $500g$ (peso de dois copos completos com os líquidos, água e óleo). Desse valor, subtraiu-se o peso de dois copos, um com metade de água e o outro com a metade de óleo, resultando no valor que acreditava-se ser o peso do copo vazio, $125g$. Ao resolver de forma algébrica, constatamos que o valor encontrado representava apenas o peso da metade da quantidade de água e metade da quantidade de óleo, ou seja, apenas o peso dos líquidos, como pode ser visto no Quadro 16, no qual apresentamos também a solução algébrica.

Quadro 16. Resolução aritmética e algébrica da solução inválida.

$275 + 225 = 500$	$(1c + 1a) + (1c + 1a) = (2c + 1a + 1a)$
$500 - 375 = 125$	$(2c + 1a + 1a) - (2c + \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a) = (\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a)$

Fonte: MARCATTO (2019)

Diante das explorações apresentadas, pode-se considerar que esse problema possui diversas formas de resolver, utilizando-se raciocínios aritmético e algébrico e ainda representações gráficas. Sabemos ainda que essas não são as únicas maneiras de encontrar a resposta correta. O interessante desse problema para a disciplina foi a discussão realizada em cada resolução, uma vez que buscava-se compreender o raciocínio utilizado, para que identificássemos o que esse representava dentro da situação-problema. Foram discutidas e analisadas nas discussões coletivas 15 soluções diferentes, apresentadas pelos estudantes





participantes da disciplina, bem como aquelas trazidas de suas intervenções na Educação Básica (etapa *FC*). Dentre elas, algumas incorretas que foram fundamentais para a reflexão dos professores e futuros professores, buscando a compreensão de seus próprios erros e de seus alunos.

■ CONSIDERAÇÕES

No desenvolvimento da disciplina a partir dos problemas geradores: *O Problema dos Sanduíches* e *O Problema dos Copos*, mediados pela Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, ofereceu-se oportunidades aos estudantes para explorarem problemas de matemática utilizando estratégias de resolução diversificadas. À medida que os estudantes se envolveram e participaram da atividade proposta, contribuíram para a evolução das práticas matemáticas, podendo reorganizar e construir entendimentos cada vez mais sofisticados sobre a matemática. Os momentos de discussões coletivas, de forma colaborativa, foram essenciais para que os processos de raciocínio pudessem emergir na sala de aula.

Nesse trabalho, conceitos e conteúdos dos Ensinos Fundamental e Médio foram (re)construídos e (re)significados pelos professores e futuros professores, não mais de uma forma tradicional, como já tinham vivenciado e não compreendido, mas com a participação ativa, com compreensão e significado.

Existe uma tradição matemática escolar que envolve a exposição de um tópico específico pelo professor, que posteriormente define as tarefas para os alunos. As tarefas possuem características particulares: toda a informação dada é exata, e não necessita de maior exploração, ou seja, toda informação dada é necessária e suficiente para resolver os exercícios. Um destaque desta proposta foi observar uma nova postura diante de atividades matemáticas ampliando a exploração como a leitura de enunciados e sua interpretação, elaboração de estratégias e utilizando-as, realizando verificações e testando a razoabilidade das soluções, além de fazer relação de conceitos matemáticos e elaborar conexões entre eles.

A proposta da disciplina não foi a de ensinar a resolver problemas e sim a de usar problemas para ensinar matemática e promover uma atitude positiva em relação à resolução de problemas. As questões que devemos fazer ao escolher um problema são: Quais conceitos e procedimentos matemáticos são possíveis ensinar por meio deste problema? Para quais anos da Educação Básica poderia ser trabalhado? É possível gerar outros problemas a partir de um problema inicial? Assim, a Matemática quando explorada dessa maneira, ganha significado.

O envolvimento dos estudantes, professores e futuros professores, no processo estimulou-os a questionar suas próprias respostas, a explorar ideias matemáticas, a questionar





o problema e seus modos de encontrar a solução, a fazer generalizações e a transformar um problema em novas situações-problema, adaptando-as para suas aulas na Educação Básica. Isto evidencia uma concepção de ensino e de aprendizagem obtida por via de ação reflexiva e compartilhada que constrói conhecimentos, aprimorando a formação inicial e continuada de professores de matemática.

■ REFERÊNCIAS

1. ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. (Orgs). *Resolução de problemas: teoria e prática*. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.
2. BOAVIDA, A. M. R. *A argumentação em matemática: investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração*. Portugal: UL, 2005, 995p. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Didática da Matemática, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, 2005.
3. BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental*. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.
4. COBB, P. et al. Design Experiments in Education Research. *Educational Researcher*. V.32, no. 1, p. 9-13, jan/fev. 2003.
5. KILPATRICK, J. Reformulando: abordando a resolução de problemas matemáticos como investigação. In ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; LEAL JUNIOR, Luiz Carlos; PIRONEL, Márcio. *Perspectivas para a resolução de problemas*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017, p. 85-107.
6. LESTER F.K., CAI J. Can Mathematical Problem Solving Be Taught? Preliminary Answers from 30 Years of Research. In: Felmer P., Pehkonen E., Kilpatrick J. (eds) *Posing and Solving Mathematical Problems. Research in Mathematics Education*. Springer, 2016.
7. MARCATTO, F. S. F. Uma reflexão sobre resolução de problemas na formação de professores que ensinam matemática. *REVEMOP*: Ouro Preto, MG, v. 1, n. 3, p. 458-475, set./dez. 2019.
8. NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA: Author, 1989.
9. ONUCHIC, L. de la R., ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho. (Org.). *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213-231.
10. ONUCHIC, L. de la R., ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema*, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.
11. ONUCHIC, L. de la R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática*. São Paulo: EdUNESP, 1999, p.199-218.





12. PREDIGER, S., GRAVEMEIJER, K. & CONFREY, J. Design research with a focus on learning processes: an overview on achievements and challenges. *ZDM Mathematics Education* 47, p. 877–891, 2015.
13. SCHOENFELD, A.H. Problem solving in the United States, 1970–2008: research and theory, practice and politics. *ZDM Mathematics Education* 39, p. 537–551, 2007.
14. SILVA, R. F. da, SÁ-CHAVES, I. Formação reflexiva: representações dos professores acerca do uso de portfólio reflexivo na formação de médicos e enfermeiros. *Interface – Comunicação, Saúde, Educação*, Botucatu, v. 12, n .27, p. 721-734, out./dez. 2008.



A utilização do jogo de bingo como instrumento educativo nas aulas de matemática: um relato de experiência

| **Jocinéia Medeiros**
UNILA

| **Marcos Lübeck**
UNIOESTE

| **Graciela Siegloch Lins**
SEED

| **Fernando Luiz Andretti**
SMED

RESUMO

O objetivo neste artigo é socializar uma experiência que assumiu o jogo de bingo como instrumento educativo para auxiliar o ensino e aprendizagem da Matemática. O jogo de bingo, normalmente, é utilizado como atividade de lazer na sociedade, e é facilmente adaptável para outras realidades, o que o torna assaz relevante ao contexto educacional. Assim, este relato apresenta um experimento realizado numa turma de 7º ano, na Escola Estadual Tarquínio Santos, em Foz do Iguaçu/PR. A atividade motivou muito os alunos a resolverem situações-problemas reais, em detrimento às questões artificiais do livro didático. Proporcionou, igualmente, momentos de descontração, socialização, respeito à regras, autonomia, etc. Em suma, utilizar o jogo de bingo como instrumento educativo nas aulas de Matemática foi colocar os alunos diante de situações novas e desafiadoras, aguçando sua habilidade matemática, atenção, concentração, criatividade e raciocínio lógico, contribuindo com princípios essenciais para a formação de cidadãos ativos para viverem na sociedade contemporânea.

Palavras-chave: Jogo de Bingo, Instrumento Educativo, Ensino e Aprendizagem, Matemática.

■ INTRODUÇÃO

Com o progresso na sociedade, está cada vez mais difícil despertar a atenção dos alunos para os conteúdos escolares, uma vez que vivem rodeados por uma variedade de recursos tecnológicos. Somado a isto, ainda, tem o fato de um número considerável de pessoas não cultivarem bons sentimentos relacionados a Matemática, como constata Medeiros (2019). Muitos a consideram como uma disciplina monótona e difícil, o que torna ainda mais complicado para o professor conquistar a atenção destes alunos para os conteúdos curriculares. Nesse sentido, é bem importante criar e disponibilizar situações prazerosas envolvendo a Matemática, de maneira a buscar formas de tornar o seu ensino menos complexo e mais inclusivo, como sugerem Lins (2019) e Andretti (2020), para que, de fato, seja possibilitada uma aprendizagem efetiva e duradoura.

Dessa forma, o desafio do professor torna-se cada vez maior, pois este precisa buscar estratégias diversificadas que propiciem diferentes experiências de aprendizado para o ensino da Matemática. Ao inserir atividades lúdicas e adaptá-las aos conteúdos matemáticos, estas tornam-se importantes ferramentas para a aprendizagem, haja vista que promovem, além da socialização, a criatividade e o raciocínio lógico. Ao mesmo tempo que os alunos se divertem estão aprendendo, sem perceber que estão aprendendo.

Assim, este trabalho tem como objetivo fundamental socializar uma experiência educacional que assumiu o jogo de bingo como um importante instrumento educativo que pode auxiliar o professor no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

■ RELATO DE CASO

Uma experiência com jogos

A sala de aula tem se tornado cada vez mais desafiadora para os professores. Muitas vezes, estes tem que conviver com as condições de falta de estrutura escolar, desvalorização salarial, desprestígio do magistério e, ainda, o desinteresse por parte das novas gerações de estudantes. Além disso tudo, necessitam superar velhos hábitos que direcionam as reproduções de performances de ensino baseados na excessiva aplicação de exercícios repetitivos para a fixação de conceitos ou de técnicas de memorização da Matemática, posteriormente ao ensino dos conteúdos escolares.

O desafio, então, é buscar diferentes formas de proporcionar situações de ensino e aprendizagem que façam com que os alunos vejam essa disciplina de uma forma mais ampla, como um todo, ligada ao seu ambiente, não somente com ênfase em números, fórmulas e cálculos, sem compreenderem os porquês de tal atividade. Nesse aspecto,

A utilização de jogos na educação vem ao encontro de uma opção diferenciada, capaz de atuar como reforço de conteúdos, que por sua vez, podem ser avaliados ou não pelo professor e, também como instrumento interessante e motivador no ensino-aprendizagem (RAU, 2011, p. 30).

Importante frisar que aplicar jogos em sala de aula sem um propósito de ensino e aprendizagem, utilizando-os como passatempos, isso dificilmente proporcionará uma aprendizagem de fato. Ao inserir qualquer tipo de jogo como instrumento educativo nas aulas de Matemática é importante que isso seja bem planejado, de forma a constar qual o tipo de jogo a ser utilizado no planejamento, em que momento e em que contexto será aplicado, e que seja utilizado para facilitar a compreensão de diferentes conteúdos. Logo:

O entendimento do jogo como recurso pedagógico passa pela concepção de que, se a escola tem objetivos a atingir e o aluno busca a construção de seu conhecimento, qualquer atividade dirigida e orientada visa a um resultado e possui finalidades pedagógicas (RAU, 2007, p. 32).

Embora os jogos de bingo estejam ligados a jogos de azar, em que o ganhar e o perder está mais relacionado a sorte do que a estratégias de cálculos, ao introduzirmos este tipo de jogo como instrumento educativo na escola, adaptando-o de várias maneiras a fim de atender as variadas áreas do conhecimento, este torna-se útil como atividade para revisão ou, ainda, fixação de conteúdo, além de possibilitar trabalharmos a atenção, concentração, o respeito à regras num sentido lato, persistência, trabalho em equipe, comunicação, interação aluno-aluno, aluno-conhecimento e aluno-professor.

Outro aspecto relevante nos jogos é que auxilia no impedimento da

[...] tendência que os alunos têm de pensar que são incapazes de aprender Matemática, [pois] temos o lúdico como um recurso interessante e eficaz. A atividade lúdica apaixona os seres envolvidos, além de desenvolver o raciocínio lógico, sua inteligência e o instinto inventivo. O que evidencia o poder do jogo quando colocado como atividade didática (MATOS; FONSECA, 2015, p. 32).

Importante destacar que, aliados aos jogos, podem ser caracterizados grandes temas, geradores de situações-problemas, que sejam lançados problemas desafiadores que provoquem o maior número de estudantes a pensar e criar estratégias de resoluções. Nesse aspecto, tirar a ênfase de exercícios repetitivos de cálculos e focar na resolução de problemas é um caminho interessante, pois

[...] o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;

[...] [Assim,] a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (BRASIL, 1997, p. 32-33).

Atividades nestes termos, geralmente, atraem os estudantes, e ao professor cabe selecionar situações-problemas desafiadoras, que mostrem aplicações da Matemática nas brincadeiras, que propiciem que o entusiasmo de alguns alunos contagie os demais, possibilitando, de alguma forma, a interessarem-se por questões matemáticas. É conveniente destacar que, segundo Almeida (2003), a educação lúdica está distante da ideia de ser considerada apenas um passatempo, pois ela é uma ação inerente em todas as fases da vida, sempre em direção a algum conhecimento.

As brincadeiras, ao proporcionarem interação, possibilitam reduzir a timidez de algumas crianças, tornando-as mais desinibidas e ajudando-as a se sobressaírem de certas situações-problemas apresentadas em sua realidade. Neste ínterim, temos que:

Os jogos, realmente, possuem um poder transformador. Tira-nos da passividade e nos instiga a sermos formadores de opiniões. Jogo é atividade, tomada de decisão, análise mental. Logo, o professor pode usá-lo como suporte para o ensino dos conteúdos matemáticos. Além de Ensinar Matemática, o professor estará edificando a cidadania. Visto que os alunos ficarão aptos a exercer o seu livre-arbítrio de forma competente, criando estratégias e soluções para a realidade em que eles estão inseridos (MATOS; FONSECA, 2015, p. 32).

Em síntese, as atividades lúdicas, tais como quebra-cabeças, problemas do tipo charadas, cruzadinhas, caça-palavras, jogos de bingo, caça-números, jogo da memória, brincadeiras infantis, e outros, em dinâmicas de grupo e/ou sendo trabalhadas com fins pedagógicos, propiciam situações de aprendizagem que, uma vez exploradas na escola, corroboram com o que diz Sneyders (1996, p. 36), que “educar é ir em direção à alegria”, e, assim, ir em busca de “[...] recuperar o verdadeiro sentido da palavra ‘escola’: lugar de alegria, prazer intelectual, satisfação [...]” (ALMEIDA, 2003, p. 64).

Aspectos metodológicos

Este artigo é um fruto de experiências realizadas em aulas de Matemática com várias turmas dos Anos Finais do Ensino Fundamental de escolas públicas e privadas de Foz do Iguaçu/PR. Apesar da atividade ocorrer em várias turmas, apresentamos neste relato de apenas uma turma, especificamente uma turma de 7º ano do período vespertino da Escola Estadual Tarquínio Santos de Foz do Iguaçu/PR.

Essa turma de 7º ano apresentava uma característica, dada pelos professores, de ser uma “sala agitada”, pois havia muita indisciplina e conversas paralelas durante as explicações



de conteúdo. Nas aulas de Matemática, o cenário não era diferente. Diante disso, pensamos numa atividade diversificada para trabalhar os conteúdos matemáticos e, também, atrair a atenção dos estudantes, bem como reduzir a indisciplina nas aulas.

A atividade lúdica implementada, ou seja, o jogo de bingo, visava facilitar o ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos das respectivas turmas. É claro que foi necessária uma adaptação do jogo de bingo para a aplicação dos vários conteúdos matemáticos, além de muito planejamento em busca do momento certo em que este seria introduzido no ensino e a forma como seria utilizado para ensinar Matemática.

Dessa forma, o jogo de bingo foi utilizado como instrumento de fixação e para a revisão de conteúdo, juntamente com a resolução de problemas. Foi acordado com os alunos que, após a explanação sobre o conteúdo, havendo colaboração por parte deles, seria realizado um bingo, para toda sala trabalhar em conjunto e resolver as situações problemas do conteúdo abordado, em vez de serem passados uma série de exercícios, por vezes descontextualizados, que havia nos livros didáticos. Os alunos concordaram muito rapidamente. Assim, procedeu-se com o acordado.

Foram explanados os conteúdos, que na ocasião era sobre Equações do 1º Grau. Após a explicação dos conteúdos e sanadas as dúvidas, foi solicitado aos alunos que eles confeccionassem uma cartela de bingo em seu caderno. A cartela deveria ter 25 quadrados, tal como a cartela de bingo original, sendo cinco colunas e cinco linhas cada. Deveriam preencher os quadrados aleatoriamente com números de 0 a 99, com exceção do quadrado central, localizado na terceira linha da terceira coluna, que ficaria sem número, podendo os alunos, neste quadrado, colocar a letra inicial de seu nome. A professora da turma deu um visto em todas as cartelas para que não fossem alteradas no decorrer do jogo. Para marcar os números na cartela foram utilizadas bolinhas de papel preparadas pelos alunos.

Ao fazer o planejamento da atividade, foram elaborados 50 situações-problemas condizentes com os conteúdos abordados (Equações do 1º Grau). Além disso, durante a aplicação da atividade, foram improvisadas outras situações que envolveram os próprios alunos. Exemplos: “A soma da idade do aluno fulano e do aluno beltrano menos a idade de ciclano resulta em?”; “A décima parte do ano de nascimento do aluno da esquerda para a direita que está na segunda fila da terceira coluna, menos o sêxtuplo da soma das idades da aluna e do aluno que faltaram na aula hoje?”; “Hoje corresponde a quantos dias letivos do ano escolar?”.

As 50 situações-problemas estavam digitadas, impressas e postas dobradas em uma caixinha. A cada sorteio era solicitado que um aluno sorteara a pergunta, e com o auxílio dos materiais disponíveis na sala, os problemas eram abordados e resolvidos entre os alunos. Neste caso, a professora apenas intermediava a atividade.





Com o resultado numérico das situações-problemas, os alunos observavam se em sua cartela havia tal resultado. Se havia, marcavam com a bolinha de papel. Para ganhar o jogo, poderiam preencher na vertical, horizontal, diagonal ou os quatro cantos. Uma vez preenchido numa destas posições, o aluno alertava a classe gritando a palavra 'bingo', como se faz tradicionalmente nesse jogo. A rodada prosseguia até haver três ganhadores. Após, as cartelas eram desmarcadas e iniciava nova rodada do jogo, no mesmo formato, desta forma, ampliando as chances de o máximo de pessoas ganhar.

Quem ganhava o jogo acumulava pontos para serem inseridos em sua nota, além de serem todos, durante o jogo, avaliados quanto a sua participação, trabalho em equipe e argumentação na resolução das questões, respeito às regras, raciocínio lógico, etc.

■ DISCUSSÃO E REFLEXÃO

Devido à dificuldades relacionadas com a indisciplina dos alunos, são crescentes os problemas com o ensino e aprendizagem. Passa-se muito tempo da aula chamando a atenção dos alunos, mais do que propriamente ensinando os conteúdos curriculares. Nas escolas públicas, as dificuldades são um pouco maiores devido a quantidade de alunos, de serem, aproximadamente, o dobro do que na escola particular. Mas, com vontade de ensinar, mesmo os alunos não facilitando e demonstrando pouco caso da disciplina, foi pensado em buscar alternativas para atrair a atenção dos alunos para os conteúdos e para reduzir a indisciplina. Aliás, “assim é a docência, com ou sem indisciplina. Ela integra saberes específicos para agir em situações desfavoráveis [...]” (LÜBECK; ANDRETTI; KLEHM, 2016, p. 32)

Nesse sentido, foram realizadas as inserções de jogos nas aulas de Matemática, dentre os quais o jogo de bingo se sobressaiu. No campo didático-pedagógico,

O jogo direcionado para o âmbito educativo, realmente, pode tornar o ensino de qualquer disciplina mais frutífero, sendo que essa metodologia visa estabelecer conexões com a realidade, buscando mostrar a presença do conteúdo proposto em situações cotidianas. O que faz com que os alunos se mobilizem para assimilá-lo (MATOS; FONSECA, 2015, p. 38).

Nas rodadas de bingo, diante das resoluções das situações-problemas, os alunos interagem uns com os outros de forma a apresentarem diferentes raciocínios e estratégias para chegar a resolução das questões, respondendo de forma espontânea. Uns questionavam as respostas dos outros e os alunos tímidos se envolviam com a atividade a partir do entusiasmo dos demais. Com isso, notamos que, “por meio dessas atividades, o indivíduo se socializa, elabora conceitos, formula ideias, estabelece relações lógicas e integra percepções” (KIYA, 2014, p. 10).





Durante a atividade, foi possível perceber algumas dificuldades dos alunos, como lapsos de memória referentes a tabuada em muitos alunos, o que acarretava obter distintas respostas para um único problema, e dificuldades na interpretação da situação-problema sorteada/apresentada. Assim, a partir dos diferentes resultados, a professora instigava os alunos a explanarem sua compreensão sobre a situação-problema sorteada e a argumentarem o porquê de suas respostas, estimulando-os a convergirem ao resultado.

Nestes termos,

O jogo, no contexto da aprendizagem matemática, é uma alternativa que prevê o fortalecimento da prática pedagógica do docente atuante nessa área, auxiliando na detecção das dificuldades dos alunos, na verificação se o conteúdo foi bem compreendido e, por conseguinte, na possibilidade de construção de um conhecimento que seja, de certo modo, atraente e que seja visto pelo aluno como de grande significado para a sua vida em sociedade (RIBEIRO; PEREIRA, 2015, p. 4).

Percebemos que, com a inserção dos jogos, diminuiu consideravelmente a indisciplina dos alunos nas aulas, assim como muitos dentre eles demonstraram maior interesse pelo conteúdo abordado. Inicialmente, os alunos se interessavam mais pela pontuação que ganhariam em sua nota. Contudo, no decorrer dos jogos, todos foram se envolvendo com a atividade de tal modo que acabaram esquecendo o que ‘ganhariam’. Aliás, o ‘ganhar’ e o ‘perder’ saiu de foco, dando lugar ao ensinar e ao aprender.

Durante o jogo foi possível observar e identificar as dificuldades dos alunos e, desta forma, ajudá-los a superar as dificuldades apresentadas. Fazer anotações e refletir sobre a prática para planejar e buscar novas estratégias para ensinar foi fundamental. De fato, “é pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem é que se pode melhorar a próxima prática” (FREIRE, 1996, p. 43). E isso foi alcançado com essa práxis.

■ CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pelo fato do jogo de bingo ser adaptável a muitos conteúdos e áreas do ensino, torna-se muito enriquecedor no contexto educacional, desde que utilizado como um instrumento educativo, bem planejado e, principalmente, com objetivos específicos. Para atender as necessidades educacionais dos alunos, corrobora para facilitar o ensino e aprendizagem da Matemática.

O que pode ser uma característica de desvantagem neste tipo de atividade é seu caráter competitivo, pois, muitas vezes, por considerar haver ganhadores e perdedores, as atividades que envolvem competição não são bem-vistas por muitos educadores. Isto é uma maneira errônea de se perceber estas atividades, pois se bem intermediadas pelos professores, e





sendo valorizado o processo em vez de unicamente o resultado final, é possível, na maioria das vezes, obter sucesso em sua realização.

De acordo com Kiya (2014), os jogos de caráter competitivo, se bem utilizados, contribuem para ensinar os alunos a trabalharem, dentre outros, as suas emoções e percepções, ajudando-os a internalizar conceitos que os auxiliarão a lidar com seus sentimentos em particular e dentro de grupos, preparando-os para a vida em sociedade.

Nesse âmbito, com as experiências realizadas nas várias turmas dos Anos Finais do Ensino Fundamental, mais especificamente na turma do 7º da Escola Estadual Tarquínio Santos, conferiu-se que o jogo de bingo apresentou como vantagem ser um aliado importante no ensino da Matemática, pois proporcionou atitudes favoráveis para a aprendizagem, propiciando o diálogo e a troca de argumentos entre os alunos para a resolução das situações-problemas. Além disso, permitiu aos alunos sentirem interesse e prazer em resolver questões matemáticas por meio do jogo, um contraponto importante ao que geralmente acontece com os exercícios dos livros didáticos.

Assim, este jogo foi assimilado como um instrumento educativo facilitador e motivador para a compreensão de diferentes conteúdos do ensino e aprendizagem da Matemática, proporcionando momentos de descontração e sendo acessível a todos. E, associado a resolução de situações-problemas, permitiu aos alunos pensarem mais ativa e produtivamente, não aceitando facilmente os resultados apresentados por seus pares e, por vezes, questionando-se a si mesmos.

Por fim, a busca constante de estratégias de ensino que facilitem a compreensão dos conteúdos, de forma a instigar os alunos a pensarem por si, mas com outros, em vez de efetuarem repetições de cálculos, corrobora para a formação de estudantes capazes de exercer sua cidadania com autonomia, correlacionando conhecimentos curriculares na sua vida em sociedade.

Esperamos, com esse relato de experiência, motivar outros docentes a inserirem atividades lúdicas, em especial o jogo de bingo em suas aulas e, também, contribuir com informações e reflexões sobre o jogo de bingo utilizado como um instrumento educativo nas aulas de Matemática, em que este corrobora para a detecção de dificuldades dos alunos, consolidação dos conhecimentos de forma divertida e, não menos importante, a colaboração e comportamento em grupo.



■ REFERÊNCIAS

1. ALMEIDA, P. N. de. **Educação Lúdica**: técnicas e jogos pedagógicos. 11. ed. São Paulo: Loyola, 2003.
2. ANDRETTI, F. L. **Matemática e Música**: uma proposta de ensino para os anos iniciais do ensino fundamental. 2020. 181 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu, 2020.
3. BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 29 jan. 2019.
4. FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**: saberes necessário à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.
5. KIYA, M. C. da S. **O uso de jogos e de atividades lúdicas como recurso pedagógico facilitador da aprendizagem**. Ortigueira: Professor/PDE, 2014. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernosped/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_uepg_ped_pdp_marcia_cristina_da_silveira_kiya.pdf Acesso em 28 abr. 2021.
6. LINS, G. S. **O ensino de Matemática para alunos do 9º ano com deficiência intelectual atendidos na sala de recursos multifuncional**. 2019. 129 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu, 2019.
7. LÜBECK, M.; ANDRETTI, F. L.; KLEHM, W. L. Enfrentando a indisciplina nas salas de apoio à aprendizagem. In: SOUZA, J. R. et al. (org.). **O PIBID e a Formação de Professores de Matemática, Pedagogia e Letras**: ações e concepções. Porto Alegre: EVANGRAF/UNIOESTE, 2016, p. 23-34.
8. MATOS, I. S. de; FONSECA, S. M. T. da. **A utilização de jogos matemáticos como um dos procedimentos para trabalhar o ensino dos números inteiros, em uma turma de 7º ano do ensino fundamental**. Macapá: 2015. Disponível em: <https://www2.unifap.br/matematica/files/2017/01/Ivanildo-Soares-e-Sonia-Maria-Teixeira-da-Fonseca.pdf> Acesso em: 28 abr. 2021.
9. MEDEIROS, J. **A aversão à Matemática no olhar dos professores licenciados em Matemática da rede municipal de ensino de Foz do Iguaçu/PR**. 2019. 155 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu, 2019.
10. RAU, M. C. T. D. **A Ludicidade na Educação**: uma atitude pedagógica. Curitiba: Ibpex, 2007.
11. RAU, M. C. T. D. **A Ludicidade na Educação**: uma atitude pedagógica. Curitiba: Ibpex, 2011.
12. RIBEIRO, N. G.; PEREIRA, L. B. D. Utilização do Jogo Scino como Ferramenta de Promoção do Conhecimento Matemático. In: **II Seminário de Iniciação à Docência e Formação de Professores – SEMINID/UPE**, Recife: Realize, 2015. Disponível em: http://editorarealize.com.br/revistas/epbem/trabalhos/TRABALHO_EV065_MD1_SA4_ID806_30102016232054.pdf.> Acesso em: 28 abr. 2021.
13. SNEYDERS, G. **Alunos Felizes**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

Aprender a ensinar os conceitos matemáticos iniciais na perspectiva de acadêmicos de Pedagogia

| **Marlene Terezinha Fernandes**
ULBRA

| **Jutta Cornelia Reuwsaat Justo**
ULBRA

RESUMO

O capítulo discute o ensino de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental sob o olhar de acadêmicos de um curso de Pedagogia de uma universidade privada do sul do Brasil. **Objetivo:** investigar, na perspectiva dos acadêmicos do curso de Pedagogia, a formação matemática recebida e os desafios para ensinar os conceitos matemáticos iniciais durante o estágio curricular. **Método:** organizou-se um grupo focal com a participação voluntária de oito acadêmicos após a realização do estágio de docência nos anos iniciais. Discutem-se dois questionamentos feitos ao grupo focal sobre: i) os desafios para o ensino de matemática nos anos iniciais e ii) quais as contribuições da formação recebida para ensinar tais conteúdos. **Resultados:** os acadêmicos relataram, durante sua prática de estágio, as vivências que foram marcantes no seu percurso de formação, traduzidas em facilidades e/ou dificuldades com a matemática. **Conclusão:** considera-se que ainda há necessidade que se ampliem e aprofundem os conhecimentos sobre os processos de ensinar e aprender os conceitos matemáticos iniciais e ter domínio didático-pedagógico sobre o conteúdo a ser ministrado nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Educação Matemática, Formação Inicial, Pedagogia, Saberes da Docência.

■ INTRODUÇÃO

O presente texto integra uma pesquisa mais ampla que originou uma tese de doutorado (FERNANDES, 2019). A pesquisa original investigou as perspectivas de acadêmicos de Pedagogia sobre os conhecimentos necessários para ensinar matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Neste capítulo discutimos a formação matemática recebida e os desafios para ensinar os conceitos matemáticos iniciais durante o estágio curricular manifestada pelos acadêmicos em um grupo focal. Ao organizar o grupo focal tivemos como propósito possibilitar aos acadêmicos do curso de Pedagogia pesquisado um espaço de diálogo e de análise, mesmo que crítica e contestadora, sobre a formação matemática recebida na Universidade frente aos desafios para ensinar os conceitos matemáticos iniciais vivenciados na prática do estágio curricular obrigatório. Nesse diálogo nos interessava, sobretudo, *ouvir* os pedagogos em formação sobre o ensino da matemática e *perceber* as concepções, representações e significados que o aprender a ensinar matemática representa no universo de docência requerido para os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

O capítulo apresenta dois questionamentos desenvolvidos com o grupo focal em relação às percepções que os acadêmicos manifestam sobre a formação matemática recebida no curso de Pedagogia e os desafios para o ensino de Matemática nos anos iniciais.

■ MÉTODO

Para desenvolver a investigação, elegemos o enfoque qualitativo para descrever e interpretar as informações, por considerarmos que se adapta ao objetivo proposto. Minayo (2011) afirma que a pesquisa qualitativa responde questões subjetivas, adentrando no universo de significados muito particulares, com respeito a motivações, aspirações, percepções, crenças, valores e atitudes.

Optamos pelo estudo de caso por considerar, conforme Gil (2002) que o “estudo de caso coletivo é aquele cujo propósito é o de estudar características de uma população” (p. 139), que consiste, neste texto, no conjunto dos acadêmicos participantes do grupo focal, pois o propósito de escolher uma determinada população tem um fim determinado, “eles são selecionados porque se acredita que, por meio deles, torna-se possível aprimorar o conhecimento acerca do universo a que pertencem” (ibidem). Foram convidados a participar, voluntariamente, do grupo focal aqueles acadêmicos regularmente matriculados no curso, que já haviam cursado as disciplinas de matemática e realizado o estágio curricular obrigatório nos anos iniciais.

Bauer e Gaskell (2002) descrevem a entrevista grupal como um método que serve para mapear e compreender as narrativas dos atores, em termos mais conceituais e abstratos, e



relacionar com outras observações, pois fornece os dados básicos para o desenvolvimento e compreensão de percepções quanto a atitudes, valores e motivações em relação ao comportamento das pessoas em contextos sociais específicos. Dessa forma, realizamos a entrevista grupal na perspectiva de um grupo focal.

Na definição de Flick (2013), os participantes de um grupo real e homogêneo são similares nas dimensões essenciais com respeito à questão de investigação, por terem participado de etapas anteriores da pesquisa. Os grupos focais são positivos quando todos os membros têm a oportunidade de expor a sua opinião, evitando que um dos participantes direcione as discussões (SAMPIERI et al, 2013). Para constituir o grupo, convidamos os acadêmicos a participarem, voluntariamente, da entrevista grupal. O grupo focal se constituiu, então, por oito participantes, caracterizando-se como um grupo real e homogêneo.

O registro da análise dos depoimentos do grupo focal deu-se a partir da constituição de categorias de análise (BARDIN, 2016) que foram organizadas com base nas duas questões norteadoras, mediadas pelo diálogo e provocações da mediadora que representam, mesmo que implicitamente, nossas inquietações sobre a formação matemática em cursos de Pedagogia. A partir das concepções que constituem as categorias estabelecidas *a priori*, associadas aos questionamentos que desencadearam as discussões e registro dos principais aspectos mencionados nos depoimentos dos participantes, organizamos uma síntese nas figuras registradas no início de cada seção a seguir.

■ RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os depoimentos dos acadêmicos, conforme se constata na transcrição das falas das categorias analisadas neste artigo, agrupam-se por similaridades semânticas e conceituais, estimuladas, talvez, pela própria dinâmica do grupo focal que possibilita a escuta das falas de todos os participantes, ao mesmo tempo em que influencia novas falas e complementações ao discurso individualizado. Por essa razão, selecionamos, desses registros, alguns recortes dos discursos na contextualização dessa categoria.

Na Figura 01 apresentamos, resumidamente, o contexto dos depoimentos por considerá-los significativos e representativos das falas dos participantes do grupo focal quando questionados sobre a formação matemática recebida no curso e as percepções dos acadêmicos sobre essa formação.



Figura 01. Percepções dos acadêmicos sobre a formação Matemática recebida.

Categoria e questionamento	Síntese dos depoimentos
Categoria 1 – A Matemática no curso de Pedagogia – <i>que percepções o acadêmico manifesta sobre essa formação?</i>	Adquirir os saberes matemáticos para ensinar.
	Conteúdos que tenham sentido/significado para o aluno.
	Professor adotar atitudes de mediação na construção dos saberes.
	Aproximar os conteúdos da realidade do aluno.
	Saber articular atividades práticas com os conteúdos.
	Ter a oportunidade de aprender um pouco mais sobre as formas de ensinar

Fonte: Fernandes (2019).

Constatamos em muitas falas dos acadêmicos participantes que eles percebem a necessidade de saber matemática para ensinar, mas mencionaram que somente aprender a teoria pode não ser suficiente para, de fato, elaborar os conceitos matemáticos com os alunos. Serrazina (2012) afirma que é indispensável ao professor saber os conteúdos matemáticos que tem de ensinar, no entanto, reportando-se aos estudos de Ball e Bass (2000), complementa que “este conhecimento não é suficiente, para além de conhecer os conteúdos a ensinar, é também necessário ao professor saber como ensiná-los” (p. 268).

[...] durante o curso a gente tem muitas aprendizagens, mas acho que faltou um pouco também, como ensinar, [...] então, no estágio falta um pouco de segurança na nossa parte, eu acho que isso dentro das aulas do curso devia ser mais trabalhado [...] trabalhar o que a gente aprendeu e como ensinar isso para os alunos de uma forma mais prática, trazer a prática para dentro da sala de aula, acho que faltou um pouco dessa prática. (AP17)

Ball e Bass (2000) ao proporem novas maneiras de olhar o conhecimento pedagógico do conteúdo para compreendê-lo e aplicá-lo na prática reforçam que é necessário considerar alguns aspectos nesse contexto: compreensão prévia e aprofundada do professor sobre o conteúdo a ser ensinado; evidenciar o conhecimento pedagógico desse conteúdo ao interpretar como o aluno manifesta esse conhecimento, por fim, ter o entendimento de como estes saberes e práticas se conectam. No entendimento das autoras, em muitas situações este corpo de conhecimento está empacotado, isto é, existe a conexão do conhecimento matemático com o conhecimento de aprendizes, aprendizagem e a didática para ensiná-los. No entanto, este corpo de conhecimentos “pode não equipar sempre o professor com a flexibilidade necessária para administrar a complexidade da prática” (BALL; BASS, 2000, p. 87). Concluem ao afirmar que é fundamental que o professor perceba o vínculo do seu conhecimento matemático com a aprendizagem dos alunos e, para que esta conexão ocorra de fato, é importante que o professor faça a distinção entre saber como ensinar matemática e saber isto de maneira que capacite o seu uso na prática.

Outros relatos destacaram que a formação no curso de Pedagogia proporcionou os conhecimentos matemáticos essenciais para o exercício da docência, favorecendo a



elaboração de conceitos e a aplicabilidade dos conteúdos matemáticos que fizessem sentido para os alunos.

As aulas de matemática no curso de Pedagogia foram muito importantes, onde percebi a importância da matemática nos anos iniciais, através de estudos adquiridos com os conhecimentos teóricos e práticos refleti sobre a importância da prática pedagógica através das aulas [...], aprendemos que o professor deve ser o mediador, trabalhar com atividades que trazem a realidade do aluno para a sala de aula, que promovam atividades que possibilitem ao aluno investigar, analisar e construir o seu próprio conhecimento. (AP18)

Santos (2014), ao falar sobre a formação matemática necessária ao aluno do ensino fundamental, argumentou que essa formação é parte importante do processo de formação geral a ser promovido na escola por meio de variadas atividades e práticas pedagógicas relacionadas com as diferentes áreas do conhecimento.

Embora deva-se considerar que o alcance de uma formação escolar é produto de ações articuladas em diferentes campos e áreas, pode-se defender que o trabalho com a Matemática na escola cumpre uma finalidade formativa específica que articula dois objetivos essenciais: o desenvolvimento de capacidades relacionadas ao pensamento, ao raciocínio lógico matemático e a aquisição de capacidades relacionadas a leitura, interpretação, compreensão de situações cotidianas em que a matemática esteja presente (Santos, 2014, p.43).

As percepções e reflexões dos participantes sobre o domínio dos conteúdos de matemática para ensinar nos anos iniciais evidenciam, em alguns relatos, que o acadêmico compreendeu a estrutura curricular da formação ao perceber que os saberes dos conteúdos e o saber pedagógico, e em algumas situações os saberes da experiência, são determinantes para a compreensão e articulação destes com as atividades práticas para ensinar matemática.

Quanto ao questionamento sobre os desafios que eles encontraram para ensinar matemática nos anos iniciais durante a prática docente do estágio curricular, os acadêmicos participantes do grupo focal revelaram.

Figura 02. Percepções sobre os desafios de ensinar Matemática.

Categoria e Questionamentos	Síntese dos depoimentos
Categoria 2 – A formação matemática no curso de Pedagogia – quais desafios para o ensino da Matemática nos anos iniciais?	Exercitar na prática as possibilidades de integrar as atividades de Matemática com as demais áreas do conhecimento.
	A autonomia total para o planejamento traz um pouco de insegurança. Ao mesmo tempo, o direcionamento das ações do estágio pode frustrar as expectativas dos acadêmicos, principalmente se for a primeira experiência de docência.
	Ter consciência que a utilização de recursos diversos, como jogos e materiais manipulativos, histórias etc, devem ser usados para favorecer a liberdade intelectual dos alunos.
	Ter a informação conceitual sobre cada conteúdo e a atividade prática que seria mais adequada, inclusive para selecionar os jogos e materiais manipulativos.

Fonte: Fernandes, 2019.





Ao fazer o questionamento a mediadora estimulou os participantes para que todos se manifestassem no sentido de colher informações sobre o planejamento das atividades de matemática, as facilidades e dificuldades na execução dessas atividades na prática do estágio. Os questionamentos a seguir, aqui, estão agrupados, no entanto, foram se constituindo e guiando as falas e discussões diante dos posicionamentos dos acadêmicos. *Refletindo sobre a sua prática no estágio comente sobre as facilidades e dificuldades encontradas: Como ocorreu o planejamento de matemática para a prática do estágio? O que foi priorizado no planejamento? Houve interferência da escola ou da professora regente? Tiveram liberdade para planejar ou foi limitado? Quais os conhecimentos matemáticos elaborados durante a graduação que foram requeridos na prática da docência?*

O planejamento se deu através do uso de histórias matemáticas envolvendo as quatro operações e, também, utilizando o cotidiano do aluno para a realização das atividades [...] atuei na Educação de Jovens e Adultos/EJA e não tive dificuldades durante a aplicação do planejamento. (AP18)

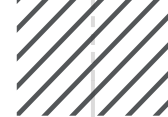
O depoimento da AP18 traz, mesmo que implicitamente, que não houve qualquer restrição por parte da escola ou da professora quanto à elaboração do planejamento e execução das atividades, o que reforça a nossa percepção, resultante das leituras dos relatórios de estágio, que na EJA há certo desprendimento da rigurosidade conteudista que se percebe nos anos iniciais.

[...] eu trabalhei com o 4º ano e fiz com eles um jornal dentro da sala de aula [...] aí eu entendi que poderia trabalhar matemática com os dados e anúncios do jornal que eles usaram como modelo [...] a professora orientadora me ajudou muito nessa questão porque eu trabalhei o jornal, junto com a história do município [...] trabalhei muito com gráficos, que parecia difícil, mas depois vi que era bem fácil porque eles não conheciam e tiveram muito interesse. [...] o professor deles era na verdade formado em letras, ele estava com o quarto ano por falta de professores, então ele não dominava matemática e falou para mim: “faz como tu achar melhor”. (AP33)

A pretensa autonomia e liberdade didática conferida ao acadêmico pode causar estranheza e provocar inquietações, pois é transferido ao professor principiante o compromisso com a gestão da aprendizagem desses alunos. Ao mesmo tempo em que ocorre o cerceamento ao planejamento do estagiário pela escola ou pelo professor, o oposto a esse comportamento, ou seja, a total liberdade pode desencadear sentimentos de insegurança, desmotivação e incertezas.

Outro aspecto que se destaca no depoimento desse acadêmico está relacionado com o uso de dados estatísticos nos anos iniciais que possibilita ao aluno situar-se naquele universo e interagir com as novas aprendizagens para compreensão e participação das discussões





de maneira autônoma. Para Costa, Pinheiro e Costa (2016), a estatística está presente em todas as etapas da Educação Básica e se houver fragilidades na formação desses docentes, certamente a deficiência se estenderá para a formação de seus alunos.

O estágio curricular dos anos iniciais foi realizado no 3º ano do ensino fundamental em uma escola estadual [...] o planejamento das atividades de matemática transcorreu de uma forma tranquila, integrando essas atividades às demais do projeto interdisciplinar, trabalhei com operações de adição com reserva e subtração com transporte [...] escrita de números por extenso, numerais sucessores e antecessores, ordens crescente e decrescente dos números e com a resolução de histórias matemáticas envolvendo situações cotidianas da cidade [...] os alunos demonstraram interesse na realização das atividades, além de estarem envolvidos com a temática do projeto eles também gostavam bastante das atividades matemáticas [...] alguns alunos apresentavam mais dificuldades na resolução de problemas e operações, então utilizava materiais concretos, recursos didáticos e jogos matemáticos [...] a turma como um todo se desenvolveu dentro do esperado, por isso não tive dificuldade na execução do planejamento matemático. (AP34)

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) registra claramente que o ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental deve se reportar as vivências cotidianas das crianças com números, formas e espaço e, também, as experiências desenvolvidas na Educação Infantil, para iniciar uma sistematização dessas noções.

Nessa fase, as habilidades matemáticas que os alunos devem desenvolver não podem ficar restritas à aprendizagem dos algoritmos das chamadas “quatro operações”, apesar de sua importância. No que diz respeito ao cálculo, é necessário acrescentar, à realização dos algoritmos das operações, a habilidade de efetuar cálculos mentalmente, fazer estimativas, usar calculadora e, ainda, para decidir quando é apropriado usar um ou outro procedimento de cálculo (BRASIL, 2017, p. 274)

As orientações da BNCC para a aprendizagem matemática pressupõem que a aquisição das habilidades e competências estão intrinsecamente relacionadas à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações. Nesse sentido, vale lembrar Shulman (1986) que considera a conexão entre o conteúdo da disciplina e a compreensão para ensinar como fundamentais para traçar as diretrizes do trabalho do professor em sala de aula. “Desse modo, recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e *softwares* de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas” (BRASIL, 2017, p. 274).

O uso de materiais manipulativos possibilita que os alunos estabeleçam relações matemáticas, estimulem a observação para identificar regularidades e padrões que levem à





reflexão e à sistematização das habilidades adquiridas em anos anteriores, o que leva à identificação das aprendizagens já consolidadas (GRANDO, 2013).

Ball e colaboradores (2000, 2008) desenvolveram seus estudos sobre o conhecimento matemático dos professores dos anos iniciais, buscando compreender como os professores mobilizam e articulam esses saberes com a experiência e a prática docente. Para esses pesquisadores o conhecimento matemático envolve o domínio de conceitos, procedimentos e conhecimento da própria matemática, ou seja, o conhecimento *de e sobre* a matemática.

Eu sempre tive uma relação muito boa com a matemática, então dentro dos meus estágios sempre procurei trabalhar a matemática [...] eu tive a sorte que os meus alunos do 2º ano do ensino fundamental adoravam matemática também, então no meu projeto eu perguntei para eles o que eles queriam trabalhar e eles responderam: a gente quer continhas, então para eles a matemática era só continhas [...] busquei com o projeto mostrar que a matemática está em tudo, não só nas continhas, trabalhamos com livros, histórias [...] um livro que marcou bastante foi o Monstromática, que foi até o título do meu projeto. (AP17)

O registro de AP17 demonstra que a boa relação com a matemática, construída ao longo da vida escolar, pode ser determinante para uma prática docente prazerosa e facilitadora de aprendizagens matemáticas. Em tese, é um professor que gosta da matemática desenvolvendo ações e atividades significativas com seus alunos, desmistificando traumas e estimulando o gosto pelos conteúdos. O que pode ser comprovado na continuidade do seu relato quando diz que, além de estimular os alunos dos anos iniciais, também teve a oportunidade de trabalhar com alunos em formação no curso de Magistério em nível médio.

No meu projeto de formação de professores que aconteceu depois do estágio com os anos iniciais foi com a didática da matemática no curso de Magistério. A professora da disciplina pediu para trabalhar os números, então eu trouxe para as alunas a minha experiência do estágio com o 2º ano. [...] procurei mostrar para elas o conteúdo de uma forma mais fácil, que elas pudessem aprender [...] por causa da minha facilidade com a matemática e da minha prática que tinha no magistério. Busquei ensinar para as alunas o que eu entendo que falta do curso de magistério que é como ensinar, as alunas diziam que isso causava insegurança. (AP17)

As discussões sobre a formação dos formadores em matemática têm suscitado pesquisas e estudos na intenção e buscar informações sobre essas práticas para compreendê-las no contexto da formação de professores. Gonçalves e Fiorentini (2005) discutem a formação e desenvolvimento profissional de docentes que formam matematicamente futuros professores tomando como referência quatro eixos descritos por Fiorentini (1993) e Fiorentini et al. (1998) considerados fundamentais à formação do professor de matemática (p.73):





Formação matemática (acadêmica e escolar, relativa à disciplina, tanto em seus aspectos procedimentais e sintáticos quanto conceituais, semânticos e atitudinais).

Formação geral (cultura geral, educação humanística, educação tecnológica).

Formação científico-pedagógica (fundamentos históricos, sociológicos, filosóficos, psicológicos e epistemológicos relativos às ciências da educação).

Formação relativa à atividade profissional da docência (saberes da atividade profissional relativa ao ensino e à aprendizagem da matemática – saberes curriculares complexos relativos à experiência ou ao trabalho docente nos diferentes contextos, incluindo também o saber fazer e o saber ser. Um desses contextos é o universitário [...]).

Os autores assumem que o principal eixo da formação profissional é o relativo à atividade profissional da docência, por entender que este contém os saberes fundamentais à realização do trabalho docente enquanto professor de matemática. Esse trabalho envolve, simultaneamente, aspectos teóricos e práticos, conceituais e didático-pedagógicos, fundindo-se ao saber fazer e ao saber ser. No entender dos autores, é em torno desse eixo que os demais devem orbitar durante a formação dos professores na universidade (GONÇALVES; FIORENTINI, 2005).

Nessa mesma direção, Nacarato, Mengali e Passos (2019) entendem que um dos desafios na formação do professor que irá atuar nos anos iniciais é garantir, de forma integrada, a apropriação dos fundamentos da matemática e as questões pedagógicas. Nesse aspecto, entendemos que a formação do professor em relação à matemática e aos saberes que precisam ser ensinados deverá ser a mais harmoniosa possível, no sentido de desmistificar traumas e conflitos que porventura ainda persistam na relação do acadêmico com a matemática.

Os depoimentos dos acadêmicos que participaram do grupo focal, apesar de ser um grupo reduzido, revelaram as percepções dos acadêmicos sobre a formação recebida no curso de Pedagogia e quais os desafios para ensinar matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A maior parte dos acadêmicos do grupo focal não tinha experiência com a docência, desta forma, o estágio foi a primeira experiência em sala de aula como professor. Os resultados evidenciaram que nas disciplinas de Matemática do curso de Pedagogia os acadêmicos tiveram a oportunidade de perceber, por meio do aporte teórico e de atividades práticas, que a forma de desenvolver os conteúdos matemáticos com os alunos se distancia da maneira com que aprenderam esses conteúdos. Ainda, registraram que as atividades práticas no curso deveriam ser ampliadas no sentido de sanar dúvidas, elaborar hipóteses e construir estratégias e metodologias adequadas para cada conteúdo.

Nacarato, Mengali e Passos (2019) reforçam que as práticas de formação de professores dos anos iniciais devem contribuir para processos de reflexão. Os cursos de formação





deveriam oferecer situações em que os acadêmicos examinem, questionem e avaliem práticas reais de sala de aula e tornem-se capazes de analisar e enfrentar as situações do cotidiano escolar.

Nesse sentido, entendemos que o momento proporcionado pelo grupo focal para a reorganização das experiências e das lembranças marcantes dos acadêmicos estagiários, tanto positivas quanto negativas, constituiu-se também em uma prática de formação, conforme Nacarato, Mengali e Passos (2019).

As principais percepções que os acadêmicos manifestaram em relação à docência e à formação matemática recebem sinalizam que não tiveram dificuldades para desenvolver os conteúdos designados pelos regentes. Ao mesmo tempo, registraram que outros conteúdos, além daqueles planejados, emergiram das discussões em sala de aula e do interesse dos alunos, desafiando-os a buscarem informações, estudar e planejar a forma de trabalhar esses conteúdos com segurança e tranquilidade. Esses relatos evidenciam a autonomia intelectual dos acadêmicos na busca de novos conhecimentos, na perspectiva de que a ausência de conhecimentos sobre um determinado conteúdo não pode e não deve ser um fator limitador da prática docente, mas um desafio para criar um novo caminho.

Os depoimentos registraram a necessidade de ampliar os espaços para as práticas docentes, anteriores ao estágio obrigatório, principalmente para os acadêmicos vivenciarem experiências tanto no desenvolvimento dos conteúdos quanto das atividades e recursos que podem ser manipulados para ensinar determinados conteúdos. Registraram que não basta usar jogos e materiais manipulativos se não souber explicar as dúvidas dos alunos e propor atividades diversificadas para que os mesmos elaborem os conceitos matemáticos.

Ficou evidente nos relatos a necessidade do professor dos anos iniciais apreender o conhecimento dos conteúdos de todas áreas do conhecimento com os quais precisa trabalhar no dia a dia da sala de aula. Registraram que a matemática é importante e que compreende uma gama de conteúdos que devem ser bem trabalhados nos anos iniciais para não causarem traumas e aversão à matemática no decorrer da Educação Básica. No entanto, ressaltaram que o professor dos anos iniciais não tem somente essa responsabilidade com a Matemática, pois precisa trabalhar os demais conteúdos de Língua Portuguesa, Ciências, História, Geografia, Artes e Educação Física. Essa parece ser uma situação que, de certa forma, angustia os acadêmicos, pois, no decorrer da formação, aprendem esses conteúdos e as metodologias para desenvolvê-los, mas, na prática docente, devem planejar de forma integrada esses conhecimentos, articulando os saberes e competências que precisam desenvolver com os alunos dos anos iniciais.



■ CONCLUSÃO

De forma reduzida, mas sem ser reducionista, podemos dizer que os acadêmicos de Pedagogia, ao explicitarem a importância da formação matemática recebida, também identificaram os desafios do fazer docente e da formação continuada em relação ao processo de aprendizagem matemática nos anos iniciais.

Entendemos que a prática docente em Matemática nos anos iniciais prescinde, dentre outros saberes, da compreensão aprofundada dos conceitos matemáticos e suas operações e das conexões que se estabelecem entre os diferentes temas a serem estudados na perspectiva de constituir uma visão integrada dos conteúdos matemáticos ensinados.

Frente aos resultados que consideramos significativos e norteadores de novas proposições e estudos sobre a formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, a literatura existente sobre a temática foi um suporte fundamental. No percurso de estudo, leituras, pesquisa, análises e reflexões, fomos constituindo proposições com o intuito de estabelecer um olhar contextualizado sobre a formação do Pedagogo, orientada também pela legislação vigente. Acreditamos que os resultados obtidos com a investigação têm relação direta com os teóricos estudados, os quais proporcionaram importantes reflexões e orientaram esse estudo.

Em conformidade com os pesquisadores já mencionados como Ball e colaboradores (2000, 2008, 2017), Costa, Pinheiro e Costa (2016), Fiorentini e colaboradores (1993, 1998, 2005), lembramos que os cursos de Pedagogia, que formam o professor que vai ensinar matemática pela primeira vez na vida do estudante, deveriam favorecer conforme destacado por Nacarato, Mengali e Passos (2019), não só o saber pedagógico, mas também os saberes matemáticos (ter domínio do conteúdo matemático), os saberes pedagógicos dos conteúdos matemáticos (como ensinar os conteúdos matemáticos) e os saberes curriculares (conhecer recursos disponíveis e documentos curriculares).

Assim, torna-se imprescindível que durante a formação dos futuros professores dos anos iniciais sejam promovidas experiências matemáticas positivas e relevantes que possam instigar o acadêmico a refletir sobre as suas concepções em relação a matemática, a fim de possibilitar uma aprendizagem consistente frente aos conceitos e operações matemáticas, com base em metodologias diversificadas, inovadoras e promotoras de novos saberes que, por sua vez, constituirão a base de conhecimentos para o ensino da Matemática, o que poderá contribuir para o desenvolvimento do gosto pela disciplina.

Inspiradas em Ball (2017), entendemos que precisamos falar com mais clareza o saber e o fazer matemáticos durante a formação em Pedagogia. A pesquisadora lembra que ensinar não causa aprendizagem - o aluno é quem faz o trabalho de aprender. Isso não quer dizer que o trabalho de aprendizagem possa ser deixado ao acaso. Ensinar a ensinar matemática



é fazer um trabalho atencioso e cuidadoso em tempo real, com os acadêmicos, em contextos que gerem processos reflexivos, o que torna mais provável que o futuro professor aprenda habilidades, conhecimentos, disposições e qualidades valiosas para sua vida profissional. Consideramos que esse seja mais um importante desafio aos cursos de Pedagogia que formam os professores que irão ensinar matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

■ REFERÊNCIAS

1. BALL, D. L.; BASS, H. Interweaving **content and pedagogy in teaching and learning to teach: Knowing and using mathematics. Multiple perspectives on the teaching and learning of mathematics**. p. 83-104, 2000. Disponível em: <http://lmt.mspnet.org/index.cfm/9909>. Acesso em: 21 dez. 2016.
2. BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: *what makes it special?* **Journal of Teacher Education**, New York, v. 59, n. 5, p. 389-409, nov./dez. 2008. Disponível em: <https://www.math.ksu.edu/~bennett/onlinehw/qcenter/ballmkt.pdf>. Acesso em: 23 nov. 2016.
3. BALL, D. L. Uncovering the special mathematical work of teaching. In KAISER, G. (Ed.), **Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education** (pp. 11–34). New York: Springer, 2017.
4. BAUER, M. W.; GASKELL, G. **Pesquisa Qualitativa com Texto, Imagem e Som: um manual prático**. 2ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.
5. BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.
6. BRASIL. Resolução CNE/CP nº 2 de 22 de dezembro de 2017 - Institui e orienta a implantação da Base Nacional Comum Curricular a ser respeitada obrigatoriamente ao longo das etapas e respectivas modalidades no âmbito da Educação Básica. Disponível em: <http://www.portal.mec.gov.br/>. Acesso em: 01 jun. 2017.
7. COSTA, J. M., PINHEIRO, N.A.M., COSTA, E. A Formação para Matemática do Professor de Anos Iniciais. **Ciênc. Educ.**, Bauru, v. 22, n. 2, p. 505-522, 2016.
8. FERNANDES, M. T. Perspectivas de acadêmicos de Pedagogia sobre os conhecimentos necessários para ensinar matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. 2019. **Tese** (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Luterana do Brasil. Orientadora: Jutta Cornelia Reuwsaat Justo.
9. FLICK, U. **Introdução à Metodologia de Pesquisa: um guia para iniciantes**. Porto Alegre: Penso, 2013.
10. GIL, A.C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 4ª ed. São Paulo: Atlas, 2002.
11. GONÇALVES, T. O.; FIORENTINI, D. Formação e Desenvolvimento Profissional de Docentes que Formam Matematicamente Futuros Professores. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (org.). **Cultura, Formação e Desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática: investigando e teorizando a partir da prática**. São Paulo: Musa Editora; Campinas, SP: GEPPFM-FRAPEM_FE/UNICAMP. 2005 p. 68-88.



- 
12. GRANDO, R. C. Recursos Didáticos na Educação Matemática. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática. 2013. **Anais Eletrônico**. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/266854263_Anais_do_XI_Encontro_Nacional_de_Educacao_Matematica_-_ISSN_2178-034X. Acesso em: 22 mar.2018.
 13. MINAYO, M. C. S. (org.). **Pesquisa Social: teoria, método e criatividade**. 30.ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2011.
 14. NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. **A Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**. 3ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.
 15. SAMPIERI, R. H. et al. **Metodologia da Pesquisa**. 5ed. Porto Alegre: Penso, 2013.
 16. SANTOS, V. de M. **O Ensino de Matemática na escola de Nove Anos: dúvidas, dúvidas e desafios**. São Paulo: Cengage Learning, 2014.
 17. SERRAZINA, M.L. Conhecimento Matemático para Ensinar: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n. 1, mai. 2012. Ensaios. ISSN 1982-7199. p. 266-283. Programa de Pós-Graduação em Educação. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br>. Acesso em: 22 set. 2018.
 18. SHULMAN, L. S. **Those who understand: knowledge growth in the teaching**. Educational Researcher, Washington, US, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986. Disponível em: http://www.fisica.uniud.it/URDF/masterDidSciUD/materiali/pdf/Shulman_1986.pdf. Acesso em: 21 dez.2016.

As brincadeiras e as noções espaciais na educação infantil

| **Suelene de Rezende**
UFMT

| **Rute Cristina Domingos da Palma**
UFMT

RESUMO

Com esta pesquisa, objetivou-se investigar quais noções espaciais as crianças mobilizam ao brincar e como as manifestam. A pesquisa, de cunho qualitativo e fundamentada nos aportes da teoria histórico-cultural, realizada em contexto escolar com crianças de 5 anos, utilizou, como instrumentos para produção de dados, os registros videográficos, fotográficos e pictográficos das crianças e o diário de campo da pesquisadora. As crianças mobilizaram noções de posição, direção, sentido e localização, assim como conseguiram, em algumas situações, orientar-se a partir de pontos de referência e manifestaram-se prioritariamente pela linguagem gestual, embora a linguagem oral se tenha evidenciado.

Palavras-chave: Educação Infantil, Educação Matemática, Noções Espaciais.

■ INTRODUÇÃO

A criança, antes mesmo de frequentar a educação infantil, vivencia, nos contextos sociais em que se insere, situações em que precisa explorar, organizar os espaços e os objetos neles situados e realiza quantificações, mensurações e comparações. Afirmamos, assim, que as primeiras relações que as crianças estabelecem no processo de apropriação de mundo são as espaciais.

Os significados, as aprendizagens e a constituição da criança no espaço em suas múltiplas dimensões têm sido tema de investigação de diversas áreas do conhecimento. A discussão sobre o espaço narrativo e a constituição da infância (Andrade, 2015); as noções espaciais na educação infantil (Duhalde & Cuberes, 1998), por exemplo, apesar das especificidades teórico-metodológicas, convergem na compreensão de que a infância é uma “construção sociocultural cujos significados regulam práticas sociais e educacionais frente às quais adultos e crianças interagem, incorporando-as, negando-as e mesmo reinterpretando-as” (Andrade, 2015, p.16)

Nesse contexto, nossos estudos situam-se na educação infantil - especificamente no modo como as relações matemáticas são constituídas nesse espaço e como as práticas pedagógicas se configuram. Assumimos que, “como criança, na condição de infância, a criança abre-se para o mundo, para o outro, ensaiando suas possibilidades de simbolizar, de introduzir-se na cultura como agente, a seu modo”. E, na escola, a criança “abre-se para o processo educativo, não passivamente, mas como sujeito ativo que, pela mediação cultural do professor, num processo de troca mútua com ele e com os colegas, ordena e reordena, nomeia e renomeia o mundo” (Pulino, 2017, pp. 421-422).

As pesquisas (Migueis & Azevedo, 2007; Duhalde & Cuberes, 1998) indicam que, no movimento de vivenciar os espaços, de manusear objetos, na relação com o outro, as crianças começam a aprender as propriedades dos objetos e a orientar-se no espaço. No entanto, no contexto da educação infantil, o esquema corporal, as relações de acima/abaixo, frente/atrás, direita/esquerda, são geralmente propostas a partir de atividades escritas e repetitivas, sem sentido para a criança.

Concordamos com Migueis e Azevedo (2007, p. 12), quando afirmam que a matemática não deve identificar-se com o ensino de um conteúdo específico e delimitado, mas, sim, com a “promoção de uma educação em matemática, sobre a matemática e através da matemática”, contribuindo para a formação geral da criança.

Portanto, não precisamos de aulas de matemática na educação infantil, mas de um ambiente e de situações nas quais as crianças possam manifestar o que já sabem e ampliar seus conhecimentos a partir das interações que estabelecem com o mundo.



Esse processo de humanização, para Leontiev (2006b), ocorre por meio de atividades principais, a partir do lugar que o ser humano ocupa no sistema de relações e à medida que se apropria das objetivações, quais sejam: o brincar, o estudo e o trabalho. O autor destaca que o brincar é a atividade principal da criança. A atividade principal é aquela “cujo desenvolvimento governa as mudanças mais importantes nos processos psíquicos e nos traços psicológicos da personalidade da criança, em um certo estágio do seu desenvolvimento” (Leontiev, 2006b, p. 65).

Neste contexto, além da brincadeira protagonizada, somos favoráveis à proposição de jogos e outras atividades lúdicas e significativas no contexto da educação infantil. Assim, considerando a atividade do brincar como móvel de aprendizagens para as crianças na faixa etária de 5 anos, elaboramos, juntamente com as professoras das turmas participantes da pesquisa, uma proposta de intervenção com brincadeiras¹¹ relacionadas à exploração do espaço, no intuito de investigar: quais noções espaciais as crianças de duas turmas de educação infantil mobilizam ao brincar, e como as manifestam?

Neste texto, apresentamos a discussão sobre os dados produzidos no desenvolvimento da brincadeira Ajudando a Chapeuzinho.

A criança e as noções espaciais

O conhecimento matemático, assim como outros elaborados pela humanidade, foi construído historicamente, mediado por relações sociais, para responder às necessidades humanas de adaptação ao meio (Moura, 2007). Tendo isso em vista, esse conhecimento se configura como um mediador de interações entre as pessoas e a realidade objetiva, e o acesso a ele consiste num direito da criança.

Nesta pesquisa assumimos a brincadeira como atividade principal da criança em idade pré-escolar, pois, segundo sinaliza Leontiev (2006b), é através do brincar que a criança, nessa fase, amplia as suas funções psicológicas superiores, ou seja, apropria-se do mundo a sua volta e atribui significados e sentidos a objetos, situações, fenômenos e papéis sociais. Na brincadeira, ela vivencia situações e papéis, e concomitantemente reproduz e cria significações para o mundo que a cerca, utilizando-se para isso de funções psicológicas, como a percepção, a memória e a imaginação, no intuito de interagir com o mundo e com os outros. Nessa dinâmica, amplia essas e outras funções, como a linguagem, e apropria-se do repertório cultural. E assim se constitui como um ser social.

Em consonância com essa ideia, consideramos ainda que o brincar prevê a possibilidade de mobilização pela criança. Segundo aponta Charlot (2000, p. 54), esse processo de

¹¹ No desenvolvimento da pesquisa foram propostas cinco brincadeiras: Cabra-cega, Vou de Táxi, Quatro Cantos, Caça ao Tesouro e Ajudando a Chapeuzinho. Silva, Suelene de Rezende e. As brincadeiras e as noções espaciais na Educação Infantil, 2016.





mobilização “implica a ideia de movimento. Mobilizar é pôr em movimento, mobilizar-se é pôr-se em movimento”. Desse modo, a mobilização é uma dinâmica interna que se exterioriza, ou seja, a criança não é mobilizada de fora para dentro, mas mobiliza-se de dentro para fora. Na visão de Charlot (2000, p. 55), “a criança mobiliza-se, em uma atividade, quando investe nela, quando faz uso de si mesma como um recurso, quando é posta em movimento por móveis que remetem a um desejo, um sentido, um valor”.

Diante do exposto e considerando o tema do nosso trabalho – as noções espaciais –, para potencializar a elaboração e a ampliação dessas noções nas crianças, precisamos primeiramente compreender como esses processos de elaboração e ampliação acontecem. E para isso recorreremos principalmente a Lurçat (1979), Vigotski (2010), Vygotski (2017) e Wallon (1975, 1981).

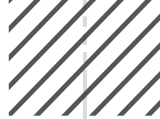
Os estudos de Vigotski (2010) nos auxiliaram a perceber que essas noções estabelecidas pelo corpo, em princípio intuitivamente, são permeadas pela inter-relação entre as funções psicológicas da percepção, da atenção e da memória. O autor ainda sinaliza a importância da construção de significados nesse movimento de apreensão do mundo em que a criança está constantemente inserida. É nessa construção que ela começa a estabelecer maneiras de comunicar as noções de espaço: elaboradas, primeiramente, a partir de gestos, que é sua forma inicial de comunicação com o mundo, posteriormente passa a comunicá-las por meio da linguagem oral e escrita, e também pelas representações pictográficas.

Wallon (1975, 1981) discute a relação entre o corpo e o espaço, e sinaliza que o processo de diferenciação pelo qual a criança passa, ao interagir com o mundo, assim como a elaboração da imagem corporal e do esquema corporal, potencializa a elaboração das noções de espacialidade e a ampliação da capacidade de orientar-se no espaço.

Lurçat (1979), que desenvolveu alguns estudos com Wallon, destaca que essas noções se elaboram e ampliam a partir do momento em que as crianças conseguem reconhecer os quadrantes corporais (acima/abaixo, frente/atrás e direita/esquerda), projetá-los nos objetos e nas outras pessoas, e utilizá-los como referenciais para estabelecer posições, direções e localizações. Indica, ainda, que a linguagem oral é de fundamental importância nesse processo, pois a elaboração das noções espaciais está relacionada também à nomeação dos quadrantes corporais e suas projeções, à atribuição e à ampliação de significados a eles relativos.

As relações que a criança estabelece com o mundo e com seus pares ocorrem através da mediação simbólica, e a linguagem ocupa um lugar de centralidade nesse processo. Diante disso, é possível afirmar que “a linguagem se estabelece como instrumento social de mediação” (Bernardes, 2012, p. 119) entre a criança e o meio em que vive. Através dela





a criança busca compreender e apropriar-se do mundo que a rodeia, ao mesmo tempo em que tenta se fazer entender nesse mundo, ou seja, comunicar-se.

Para tanto, ela se manifesta de diversas maneiras, seja pela linguagem verbal ou não verbal. Conforme Jacomelli e Sousa (2016, p. 835), as manifestações das crianças são permeadas pela “influência das práticas sociais de seu ambiente natural”. Concebemos, assim, que, ao manifestar-se sobre determinados objetos, situações ou fenômenos, as crianças expressam os significados que estão construindo sobre eles.

Destaca-se, nesse processo, o uso dos signos como mediadores dessas relações, pois eles são auxiliares da memória e funcionam como representação simbólica dos elementos da realidade objetiva. Além disso, uma função primordial dos signos é possibilitar a comunicação entre os pares, visto que as linguagens gestual, oral, pictórica e escrita são formas usadas pelo ser humano para expressar-se no mundo e sobre ele.

Segundo Vigotski (2010), a linguagem oral, por exemplo, dirige a atenção, fornecendo elementos para a memória, além de organizar e expressar o pensamento da criança. Sendo assim, ao falar, a criança direciona pequenos comandos a si mesma para resolver determinadas situações, ela comunica questionamentos e descobertas a si e aos pares e estabelece relações com o espaço em seu entorno. O significado em si consiste em uma unidade entre o pensamento e a palavra. Tendo isso em vista, entendemos que “a palavra dá sentido e significado ao objeto e conseqüentemente desenvolve a consciência de realidade” (Bernardes, 2012, p. 34).

Contudo, a criança apreende significados desde o seu nascimento, pois está imersa na cultura através das suas relações sociais e, conforme aponta Vigotski (2010), a nossa percepção do mundo está repleta de sentidos e significados. Assim, a criança usa a linguagem gestual para expressar aquilo que ainda não consegue expressar oralmente. Seu corpo fala, seja pelo ato de apontar, acenar, tocar ou pelas suas expressões faciais. Ela comunica através deles seus anseios e receios. Além disso, no gesto, o movimento não se separa da percepção, pois, quando desvia sua atenção para outro lugar, o corpo acompanha, movendo-se nessa direção.

Vigotski (2010) sinaliza ainda que os desenhos são justamente gestos que se fixaram, ou seja, o gesto é um estado embrionário do ato de desenhar. Nesse tocante, este, muitas vezes, é intercalado por gestos do que a criança pretende registrar ou, em alguns casos, ela tenta expressar o próprio movimento no desenho, como, por exemplo, linhas curvas ou pontinhos, denotando percursos ou pegadas. Nessa perspectiva, a criança parte da imitação, primeira representação do significado, que se concretiza nos gestos, para o desenho. Ela desenha de memória e o faz como se estivesse contando uma história, pois desenha aquilo





que já viu, que conhece, que vivenciou através do corpo – aquilo a que, por conseguinte, já atribuiu significado. E faz uso da memória para compor esses desenhos.

Portanto, o desenho constitui um registro da criança sobre objetos, situações ou fenômenos vivenciados, aos quais ela atribuiu significado e que, provavelmente por esse motivo, vincularam-se à memória. Esse registro parte da linguagem gestual, mas se baseia na linguagem oral, pois narra as impressões da criança sobre aquilo que está desenhando.

Diante do exposto, concebemos que há uma intrínseca relação entre as várias formas de linguagem pelas quais a criança se expressa: uma perpassa pela outra e a complementa, e todas precisam ser valorizadas.

Assim, considerando a importância do deslocamento no espaço para a mobilização e a elaboração das noções espaciais; a brincadeira como atividade principal da criança (Leontiev, 2006a); e as linguagens infantis como manifestação dos significados que ela atribui ao mundo, conforme dele se apropria, explicitamos, a seguir, o caminho metodológico da pesquisa.

■ MÉTODO

O presente estudo de caso qualitativo (González Rey, 2010) foi realizado em uma Escola da Rede Municipal de Ensino que atendia 21 turmas nas modalidades de educação infantil e ensino fundamental em contraturnos, na qual a pesquisadora atuou como docente durante cinco anos.

A definição das turmas participantes, denominadas pela Escola como turma C e turma D, deu-se principalmente a partir do interesse manifestado pelas professoras pelo tema da investigação e da disponibilidade em participar das reuniões quinzenais com a pesquisadora, a fim de planejar e discutir as atividades. Esses encontros tinham por objetivo planejar e analisar o desenvolvimento de brincadeiras que envolvessem deslocamento e percepção do espaço, considerando o espaço físico da escola e as características das crianças.

Consonante a isso também foram consideradas nessa escolha as vozes das crianças envolvidas, pois entendemos que existe, de fato, um grande desafio ético, ao se desenvolver uma investigação com crianças, e concordamos com Fernandes (2016) que enfrentar esse desafio pressupõe compreendê-las não como objeto de conhecimento, mas como sujeitos produtores desse conhecimento, o que prevê um movimento dialógico, na busca por metodologias de pesquisa que não esvaziem o conteúdo das suas interpretações ou as desqualifiquem.

Dessa maneira, considerando a criança como ator social, com potencial criativo e interpretativo que se manifesta e desenvolve por meio das relações com os seus pares e com o mundo, nesta investigação optamos pelo anúncio claro dos objetivos da investigação





proposta, solicitando, a partir de roda de conversa interativa, a anuência das crianças² em participar desse processo, esclarecendo que a qualquer momento poderiam mudar de ideia e a sua vontade seria respeitada.

Importa ressaltar também que, ao inserir as crianças como participantes desta pesquisa, assumimos uma postura de permanente diálogo e a disposição em ouvi-las e respeitá-las em sua alteridade e subjetividade, entendendo “que as crianças possuem informações importantes, que não será possível alcançar de outro modo que não seja por meio de sua voz e ações, sendo fundamental criar espaços e tempos para que tal possa ocorrer” (Fernandes, 2016, p. 771).

Assim, ao explicarmos a proposta da pesquisa, as crianças manifestaram em roda de conversa que gostariam de desenvolver as brincadeiras no pátio da escola³ e sugeriram que meninas e meninos brincassem juntos.

Ainda com intuito de potencializar a interação das crianças com o jogo simbólico que permeava a brincadeira, providenciamos fantasias dos personagens da história e elementos constituintes do espaço da floresta – a própria Chapeuzinho Vermelho, o Lobo Mau e ainda as árvores da floresta –, para que as crianças, intercalando-se, pudessem viver esses papéis.

A caracterização dos personagens durante o desenvolvimento da brincadeira ocorreu com a participação de pequenos grupos de cada vez e, nessa dinâmica, as crianças que não estavam caracterizadas atuavam como auxiliares da criança caracterizada de Chapeuzinho Vermelho, procurando orientá-la verbalmente sobre como atravessar o labirinto, evitando o local em que Lobo Mau estava escondido e, conseqüentemente, escapar de ser pega por ele.

Essa brincadeira intentou possibilitar que, em um cenário lúdico permeado pelo jogo simbólico, as crianças se mobilizassem em uma situação de deslocamento, exploração e orientação no espaço, envolvendo a possibilidade da criação.

Chaves (2015, p. 58), pautada nos estudos de Vigotski, pondera que o processo de criação não ocorre espontaneamente, mas pode ser organizado e estimulado de modo a “estimular sentimentos positivos e desenvolver a criação artística na criança, seja por meio do desenho, da dramatização ou da criação literária”.

Nesse movimento de criação, ao final da brincadeira as crianças e a pesquisadora conversaram sobre o que haviam gostado, as estratégias utilizadas para sair do labirinto e chegar à casa da vovó sem ser pego pelo lobo. Durante a conversa, as crianças manifestam o desejo de explicar a brincadeira, também pelo desenho: “Pode desenhar?” “Deixa desenhar?”.

2 Em reunião, os responsáveis pelas crianças também foram informados sobre a proposta da investigação e a participação na pesquisa e utilização da imagem das crianças foi concedida. O projeto de pesquisa foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa com seres humanos, através do parecer consubstanciado do CEP nº 866.055, de 11 de novembro de 2014.

3 No período da pesquisa a escola encontrava-se em reforma, fato que concorria para que as crianças não estivessem utilizando o pátio com frequência para brincar.





Assim, representaram os personagens, o labirinto e outros elementos, e, à medida que desenhavam, comentavam entre elas e com a pesquisadora suas impressões e sensações.

Para captar as nuances desse processo, os instrumentos utilizados para produção de dados (González Rey, 2010) foram os registros videográficos, fotográficos, pictográficos das crianças e o diário de campo da pesquisadora. Os dados produzidos e captados pelos registros videográficos foram transcritos, lidos, organizados em episódios e cenas e triangulados com os demais instrumentos utilizados complementarmente, no intuito de ampliar as análises. Para organizar os dados, tomamos a brincadeira desenvolvida em cada uma das turmas como um episódio. Esses diferentes episódios foram, por sua vez, divididos em cenas, a fim de evidenciar quais crianças manifestam as noções espaciais e como o fazem.

Neste texto, para a discussão dos dados apresentamos dois episódios e duas cenas, cada um deles relacionado a uma das turmas participantes, conforme destacado no quadro 1.

Quadro 1. Episódios e cenas selecionados para análise

Episódios	Cenas
1 - Brincadeira Ajudando a Chapeuzinho (Turma C)	Cena 1 – Vem aqui, Chapeuzinho!
2 - Brincadeira Ajudando a Chapeuzinho (Turma D)	Cena 1 – Atrás daquela árvore: localizando pontos de referência

Fonte: Informações organizadas pelas autoras

As categorias de análise foram definidas *a posteriori*, ao final desse processo de organização e leitura dos dados produzidos e assim se configuraram: O corpo fala: os gestos como manifestação das noções espaciais; A linguagem oral: comunicando noções espaciais através da palavra; e Imaginar, criar, desenhar: a análise dos registros pictográficos das crianças. A seguir apresentaremos a análise dos dados produzidos pelas manifestações das crianças, no decorrer da brincadeira “Ajudando a Chapeuzinho”.

■ RESULTADOS E DISCUSSÃO

O corpo fala: os gestos como manifestação das noções espaciais

Conforme Vigotski (2010), a criança pequena comunica-se com o mundo principalmente pelos gestos, manifestando-se pela imitação de ações com significados próprios. Entendemos, assim, que o corpo da criança fala e, por meio dos gestos, ela pode manifestar suas vontades, emoções e ideias, além de conhecimentos e noções dos quais se apropria cotidianamente.

Consonante com essas afirmações, verificamos que, na brincadeira Ajudando a Chapeuzinho, as crianças realmente se utilizaram principalmente da mediação do corpo para resolver problemas relacionados ao espaço e, por conseguinte, manifestaram-se, em





especial, através da linguagem gestual, indicando os significados que atribuíram a essas situações vivenciadas.

Com efeito, apresentamos a seguir a análise de um dos Episódios/Cena, que demonstra as noções espaciais mobilizadas e manifestadas através dos gestos no decorrer da brincadeira.

Episódio 1. Cena 1 – Vem aqui, Chapeuzinho!

Nesta Cena, Emanuela⁴, Kaio e Flávia buscaram orientar Beatriz sobre o melhor caminho a tomar para que ela atravessasse o labirinto (floresta) e chegasse à casa da vovó em segurança, como veremos a seguir.

Pesquisadora: Ela vai entrar por aqui. Ela não pode passar por onde o lobo está escondido ou o lobo vai pegá-la. Qual é o caminho que ela pode fazer para chegar à casa da vovó sem que isso aconteça?

Kaio: Pra cá (Apontando para o labirinto).

Emanuela: Pra cá, pra cá e pra lá (apontando diferentes locais do labirinto).

Pesquisadora: Pra cá e pra lá onde?

Emanuela, Kaio e Flávia levantam os braços para frente do corpo e apontam para o labirinto novamente.

Emanuela: Pra lá e pra lá e pra lá (dando um passo à frente e apontando para locais diferentes na sequência que acreditava ser correta).

Pesquisadora: Não estou entendendo, como assim?

Emanuela, Kaio e Flávia andam dois passos dentro do labirinto de braços levantados, ainda apontando em diferentes direções, mas é Emanuela que fala.

Emanuela: Pra cá assim, pra lá e pra lá (apontando e ziguezagueando o dedo, como se desenhasse a direção a ser tomada no chão).

Pesquisadora: Mas como assim? Ainda não estou entendendo. A Chapeuzinho vai entender? Expliquem para ela como tem que fazer.

Os três vão depressa na direção da Chapeuzinho, que estava parada próxima, apenas observando.

Emanuela e Flávia a alcançam primeiro e cada uma pega em um dos seus braços. Emanuela: Vem aqui (levando a Beatriz pelo braço).

Pesquisadora: Mas falem para ela onde ela deve ir (já estavam os quatro atravessando o labirinto juntos nesse momento).

Pesquisadora: É, conseguiram. Que legal! Mas vem aqui um pouquinho (os quatro voltam juntos pelo mesmo caminho que fizeram).

Pesquisadora: Só tem esse jeito de ajudar a Chapeuzinho?

Flávia: Sim.

Pesquisadora: Tem que levar mesmo ela pelo caminho? Não tinha como falar para ela, explicar por onde ela deveria ir? Se nós fôssemos falar para ela, como ela deveria fazer para chegar lá, como falaríamos?

Todos ficam pensativos, Flávia coloca a mão no queixo, Emanuela continua apontando e falando baixinho “vai assim, assim e assim”.

A partir do diálogo estabelecido entre a pesquisadora e as crianças, percebemos a premente necessidade que estas têm de, através do corpo, explorar o espaço para compreender e dominar os aspectos necessários para orientar-se nele. O referido diálogo sinaliza

⁴ Os nomes das crianças são fictícios.





ainda que as crianças estabeleceram relações de posição, direção e sentido, apesar de não verbalizá-las convencionalmente.

As manifestações de Emanuela, por exemplo, indicaram que ela localizou o percurso que deveria ser feito por Beatriz (Chapeuzinho Vermelho), mas não conseguiu expressá-lo verbalmente. No entanto, quando ela disse “pra cá assim, pra lá e pra lá” e apontou para as direções no chão, ziguezagueando o dedo como se estivesse mentalmente desenhando o caminho, demonstrou, através do gesto, que havia feito a relação entre a posição de Beatriz e a dela própria, bem como as localizações do Lobo Mau e da casa da vovó. Parece-nos ainda que ela utilizou essas relações e as marcações no chão como pontos de referência para encontrar as direções que levariam a Chapeuzinho (Beatriz) ao seu objetivo final, a casa da vovó.

Destacou-se, nesse sentido, a inter-relação entre a percepção, a atenção e o movimento, apontada por Vigotski (2010) em seus estudos. Percebemos essa inter-relação quando, ao indicar o percurso, Emanuela o mostrava, ziguezagueando com o dedo no espaço, apontando cada ponto dele como se o estivesse desenhando no ar. Essa ação parece-nos sinalizar que ela estava percorrendo o caminho mentalmente, utilizando-se da linguagem gestual e da linguagem oral, marcada pelos advérbios de lugar, como auxiliares para organizar o seu pensamento, orientando-se no espaço dessa maneira.

Também nesta Cena, observamos que tanto Flávia como Kaio e Emanuela, no intuito de indicar as direções a Beatriz, entraram no labirinto para demonstrá-las, enquanto falavam sobre elas, automaticamente colocando-se a conduzi-la, como mostra a Figura 1.

Figura 1. Flávia e Emanuela atravessando Beatriz pelo labirinto até a casa da vovó na brincadeira



Fonte: Acervo da pesquisadora

Essa necessidade de explorar e orientar-se espacialmente, primeiramente com o corpo e por meio dele, é sinalizada por Wallon (1981) como parte da dinâmica de desenvolvimento da criança. A propósito, o autor evidencia a importância da dimensão motora no processo de diferenciação entre a criança e o mundo, o que implica, entre outras coisas, no





reconhecimento do seu próprio corpo. Esse reconhecimento se dá a partir da elaboração da sua imagem corporal e da sobreposição dessa imagem ao espaço. É nesse processo que ela percebe sua ação nele, configurando seu esquema corporal.

Mediante esse movimento de construção do esquema corporal, desencadeiam-se o reconhecimento, a significação e a nomeação dos quadrantes corporais (Lurçat, 1979) e, posteriormente, sua projeção no espaço e nos objetos, possibilitando utilizá-los ou ao próprio corpo como pontos de referência para orientar-se ou dar orientações a outros de maneira objetiva e clara.

Contudo, esse processo acontecerá efetivamente a partir de situações em que a criança possa explorar o espaço e os objetos que nele se encontram, preferencialmente de maneira lúdica e numa perspectiva problematizadora.

Com efeito, ao adaptarmos a história da Chapeuzinho Vermelho para que as crianças, caracterizadas pelos personagens, encontrassem uma forma de levar a Chapeuzinho a atravessar a floresta (labirinto) para chegar à casa da vovó, sem ser pega pelo lobo, transformamos a história em um problema de orientação espacial, pois imprimimos uma necessidade e um motivo à brincadeira, com o objetivo intencional de colocar as crianças em atividade (Leontiev, 2006b), no intuito de promover a mobilização e a ampliação das noções espaciais.

De fato, no momento da caracterização dos personagens para a exploração do labirinto foram perceptíveis a empolgação e a inserção das crianças na brincadeira de papéis (Elkonin, 1987; Leontiev, 2006a, 2004; Vigotski, 2010), sendo esta, sem dúvidas, uma das desencadeadoras da exploração do espaço por elas.

A seguir discutiremos as manifestações orais das crianças com relação às noções espaciais mobilizadas na brincadeira e às nuances do seu processo de elaboração.

A linguagem oral: comunicando noções espaciais através da palavra

As crianças comunicam-se de várias maneiras, começando por gestos, até chegar às linguagens oral e escrita convencionais, perpassando ainda pelos processos de representação pictográfica, a qual tem uma função primordialmente social, pois desde a mais tenra idade medeia as relações das crianças com o mundo e com os outros.

A linguagem oral, segundo Vigotski (2010), auxilia o ser humano a significar os objetos, as situações e os fenômenos, e, a partir desses significados socialmente estabelecidos, configuram-se as generalizações. Assim, quando nos referimos às noções espaciais, entendemos que orientar-se espacialmente exige das crianças tanto o reconhecimento dos eixos ou quadrantes corporais (Duhalde & Cuberes, 1998; Lurçat, 1979) quanto a atribuição de significados e a nomeação desses, para que, utilizando-se do próprio corpo como referência, elas possam projetar esses eixos ou quadrantes nos objetos do espaço circundante





e, tendo a palavra como auxiliar, comuniquem aos outros posições, direções, sentidos e localizações. Um exemplo disso configura-se quando alguém diz “siga em frente, depois vire à direita”. Assim, é possível dizer que, quanto mais vivência a criança tiver de situações em que verbalize orientações espaciais, mais ela se apropriará dessas noções e mais conseguirá significá-las e nomeá-las convencionalmente.

No que diz respeito às manifestações no decorrer da brincadeira desenvolvida, as crianças poucas vezes conseguiram verbalizar convencionalmente as orientações espaciais que queriam indicar. A esse respeito, destacamos a Cena a seguir.

Episódio 2. Cena 1 – atrás daquela árvore: localizando pontos de referência

Nesta Cena, Noel, no intuito de ajudar a Chapeuzinho (Helena) a atravessar o labirinto, indica o caminho que considera mais adequado, com base na observação de um ponto de referência – nesse caso, a árvore.

Pesquisadora: E aí, gente? Ajudem a Chapeuzinho. Como ela vai fazer para chegar? Por onde ela vai?

Noel: (apontando para uma coleguinha que estava vestida de árvore no labirinto) Pesquisadora: Por onde? Fala, Noel. Me explica por onde você acha que ela deve passar.

Noel: Por ali (se aproximando da pesquisadora e apontando para o mesmo lugar). Pesquisadora: Por ali, onde? Me fala.

Noel: Atrás da árvore (apontando ainda para a coleguinha).

Pesquisadora: Atrás da árvore? Mas tem três árvores. Atrás de qual árvore ela tem que passar?

Jean (lobo): Aqui (apontando para a mesma árvore que Noel estava apontando).

A árvore que Noel apontou realmente estava em um dos caminhos possíveis para Helena, pois estava distante da árvore onde o lobo se encontrava escondido.

Pesquisadora: Até o lobo está ajudando.

Daniel (árvore mais próxima da saída do labirinto): Oh, tia, tá bem aqui (apontando o caminho próximo dele, por onde a colega poderia passar).

Helena atravessou o labirinto sozinha.

No diálogo destacado, há indícios do reconhecimento dos quadrantes corporais frente/atrás, assim como sua projeção no espaço e nomeação. Esse movimento de reconhecimento, nomeação e projeção foi o que possibilitou a Noel utilizar a árvore (criança caracterizada) como ponto de referência para orientação no espaço.

Noel, ao apontar para Isabel, que estava caracterizada de árvore, dizendo que o melhor caminho para a criança que encenava Chapeuzinho percorrer era “Atrás da árvore” (Figura 2), reconheceu e nomeou o quadrante *atrás*, utilizando o corpo da colega (árvore) como referencial e projetou esse quadrante no espaço. Ao fazer isso, Noel mobilizou noções de posição, direção, sentido e localização, no intuito de auxiliar a Chapeuzinho a atravessar o labirinto.





Para utilizar o corpo da colega como referência, Noel teve que primeiramente situar a posição dela, e a posição do Lobo Mau, para pensar nas possibilidades que a criança caracterizada de Chapeuzinho teria para atravessar o labirinto. Ainda, para pensar o percurso, houve a necessidade de observar a localização para a qual a Chapeuzinho desejava se deslocar, a casa da vovó. Dessa maneira, apontamos a mobilização das quatro noções citadas anteriormente.

Figura 2. Noel indica o caminho, tendo a árvore como referência



Fonte: Acervo da pesquisadora

Esta Cena mostrou uma fase inicial do processo de reconhecimento e discriminação dos quadrantes corporais pelas crianças envolvidas, aqui representadas por Noel. Lurçat (1979) diz que os quadrantes acima/embaixo são os primeiros a ser reconhecidos, pois são objetivos, isto é, não mudam conforme a posição do objeto ou a sua projeção, porém os quadrantes frente/trás – os próximos nesse processo de reconhecimento – dependem da posição do objeto e do referencial que adotamos para a nossa orientação. Podemos nos orientar, tendo em vista o nosso corpo ou outro corpo no espaço. Nessa situação, Noel utilizou como referência o corpo da colega.

Conforme afirmam Duhalde e Cuberes (1998), existem também os objetos “não orientados”, como a bola, a garrafa, o copo. Somente conseguimos nos orientar por eles, tendo em vista a posição de quem os observa. A árvore seria um deles, pois não é possível perceber direções horizontais e laterais a partir dela. No entanto, apesar da representação simbólica constituída pela caracterização da colega, Noel utilizou-se do corpo dela na perspectiva humana, atribuindo os quadrantes frente/trás, conforme socialmente convencionado para um ser humano. Consideramos esse fato interessante, pois, apesar de perceber o envolvimento das crianças na brincadeira de papéis – e essa foi uma brincadeira que particularmente propiciou esse movimento –, verificamos também, a partir dessa situação, que esse envolvimento não





as desloca da realidade objetiva. Ao vivenciarem os papéis nas brincadeiras propostas, é possível observar uma interlocução entre o jogo simbólico e essa mesma realidade.

No decorrer da brincadeira percebemos que Noel pensou na organização do espaço em que se encontrava e elaborou uma forma de orientar-se e orientar a colega, tendo em vista essa organização. Ela reconheceu, nomeou e projetou o quadrante “atrás” e, a partir disso, mobilizou noções espaciais de posição, localização, direção e sentido e comunicou essas orientações à colega, manifestando-se através da linguagem oral.

Destacou-se ainda o fato de que reconhecer os quadrantes corporais, projetá-los no espaço, nomeá-los e significá-los são processos que se inter-relacionam, mas que não necessariamente acontecem em concomitância, pois estão ainda em fase de elaboração nesta faixa etária.

Outrossim, pensando nessa dinâmica entre reconhecer, nomear e atribuir significados ao que nomeamos, entendemos que as manifestações infantis consistem em uma maneira de expressar a realidade vivenciada. A partir delas as crianças se apropriam do mundo ao seu redor e expressam suas impressões da realidade objetiva, através de diversas linguagens. Já discutimos duas delas, a gestual e a oral. Contudo, através do desenho a criança também narra fatos, situações, acontecimentos e aprendizagens que vivenciam no seu cotidiano, assim como futuramente poderá fazê-lo através da linguagem escrita.

Tendo isso em vista e mediante os dados produzidos, a nossa próxima categoria discutirá as análises dos registros pictográficos das crianças sobre as brincadeiras desenvolvidas.

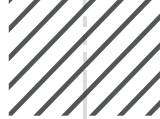
Imaginar, criar, desenhar: a análise dos registros pictográficos das crianças

Assumimos como premissa que, para a criança, o ato de desenhar é uma maneira de reviver e atribuir significado às experiências vividas. Enquanto desenha, ela relembra essas experiências e narra os momentos guardados na memória, expressando suas impressões sobre o que viveu. Contudo, além disso, consiste numa manifestação criativa, pois pode conter elementos que não foram vivenciados naquela situação, mas que, de alguma forma, foram relacionados a ela pelas crianças.

No que diz respeito ao nosso trabalho, os registros pictográficos elaborados por elas após a brincadeira possibilitaram-lhes reviver esses momentos e pensar sobre as noções espaciais mobilizadas. E, nesse sentido, incorporaram ao registro aquilo que foi mais significativo para elas e que, conseqüentemente, guardaram na memória, com relação às noções espaciais mobilizadas, à realidade objetiva vivida e à brincadeira em si.

Portanto, optamos por analisar os registros pictográficos das crianças sobre a brincadeira desenvolvida, numa tentativa de “ouvi-las”, perceber o que nos contam sobre a sua vivência e o que nos dizem sobre as noções espaciais mobilizadas e manifestadas pelas





outras formas de linguagem, anteriormente analisadas. Observamos, nas referidas manifestações, além dos aspectos espaciais, aqueles da experiência real e os aspectos simbólicos, relacionados aos processos imaginativos.

A discussão sobre os registros da brincadeira Ajudando a Chapeuzinho, selecionados entre as duas turmas participantes, está relatada a seguir.

Registros da brincadeira Ajudando a Chapeuzinho

Nesta brincadeira, como já dissemos, o jogo simbólico foi de grande relevância na mobilização das crianças. Elas interagiram entre si e buscaram solucionar o problema espacial proposto, que era levar a Chapeuzinho a casa da vovó, sem ser pega pelo Lobo Mau, que estava escondido entre as árvores da floresta (labirinto). Para alcançar esse objetivo, elas assumiram os papéis vinculados à história, que elas já conheciam, ao mesmo tempo em que trouxeram novos elementos, conforme a brincadeira se desenrolava, como quando Isabel diz que queria ser uma árvore “falante”, quer dizer, uma árvore que não fica em apenas um lugar, uma árvore que andasse e que falasse (Diário de Campo da pesquisadora). Essa relação entre o real e o imaginário está evidenciada nos registros dela, assim como as ações e as situações desencadeadas no processo de resolução do problema da personagem.

Nesse tocante, o desenho é uma atividade simbólica que consiste em representar situações vividas e imaginárias, ou mesmo e, muito comumente, uma combinação das duas coisas, através do traçado. Retomamos aqui a ideia de Vigotski (2009), de que a imaginação é uma função psicológica que se baseia na experiência, mas consiste numa ação combinatória, e é “essa capacidade de fazer uma construção de elementos, de combinar o velho de novas maneiras, que constitui a base da criação” (Vigotskyi, 2009, p. 17).

Observando as Figuras 3 e 4, respectivamente, nos registros de Flávia e Isabel sobre a brincadeira, percebemos a presença dos elementos da história: os personagens, as árvores da floresta e a casa da vovó. Conforme já mencionamos, os aspectos simbólicos da brincadeira e o jogo de papéis, em si, mobilizaram sobremaneira as crianças para a exploração do espaço; portanto, foram parte significativa das vivências delas, o que os aludidos registros denotam.

No que diz respeito às relações espaciais vivenciadas pelas crianças durante a brincadeira, verificaram-se diferentes tipos de registros, em que se manifestam, segundo entendemos, as situações e as ações que mais chamaram atenção das crianças.

Na Figura 3, temos o registro de Flávia, que, para além dos elementos simbólicos, apresenta uma ideia de movimento, indicando-nos que o processo de exploração do labirinto foi o que mais a mobilizou durante a brincadeira. Conforme já exposto, Vigotski (2010) afirma que o desenho inicialmente é uma extensão do gesto e que, muitas vezes, demonstra o movimento que a criança quer representar. Consideramos que esse seja o caso deste registro.



Figura 3. Registro de Flávia sobre a brincadeira Ajudando a Chapeuzinho



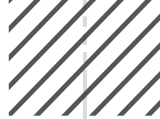
Fonte: Acervo da pesquisadora

A Figura 4, o registro de Isabel, apresenta, além dos personagens já observados nos desenhos anteriores, a figura do Lobo Mau, que estava escondido atrás da árvore. Consideramos que o destaque do personagem nesses registros se deu pelo fato de ambas as crianças terem vivenciado esse papel, o que possivelmente tornou a imagem do personagem significativa o suficiente para aparecer no seu registro, ao contrário do que ocorreu nos anteriores.

Figura 4. Registro de Isabel sobre a brincadeira Ajudando a Chapeuzinho



Fonte: Acervo da pesquisadora



Observamos que Isabel não se preocupou em registrar com exatidão o percurso. Apesar de sinalizá-lo no seu desenho, é perceptível que ela evidencia os elementos da história, principalmente as árvores, que tomam a maior parte do espaço do registro.

Por fim, nos registros realizados pelas crianças, no que diz respeito aos aspectos espaciais, destacaram-se a observação da organização do espaço e o movimento. Entre os aspectos da experiência real vivida e os aspectos simbólicos da história e ou vivenciados na própria brincadeira, ressaltou, no registro, a presença dos personagens e de outros elementos da história, como a casa da vovó.

■ CONCLUSÃO

As crianças participantes da pesquisa em vários momentos mobilizaram noções de posição, direção, sentido e localização, assim como conseguiram, em algumas situações, orientar-se a partir de pontos de referência. As noções mencionadas se inter-relacionam e, ao indicarem as direções e os sentidos, as crianças também dão indícios de que situaram sua posição e a localização para a qual desejavam ir.

As noções mobilizadas foram manifestadas principalmente a partir da linguagem gestual, e ficou evidente a presença do corpo como elemento mediador na resolução dos problemas de orientação espacial apresentados pela brincadeira. Em algumas situações as crianças buscaram verbalizar as noções mobilizadas, mesmo não tendo conseguido fazê-lo de maneira convencional.

Nos registros pictográficos as crianças manifestaram aspectos espaciais, relacionados à exploração e à organização do espaço e a própria experiência, incorporando representações mais ou menos aproximadas com a realidade vivenciada na brincadeira e aspectos simbólicos relacionados aos processos imaginativos.

É possível avançar na compreensão de como as crianças elaboram e atribuem significado para as noções espaciais, observando-as em brincadeiras realizadas livremente na escola, nos parques, nas ruas e em outros contextos. O conhecimento e a reflexão sobre o movimento das crianças no mundo e sobre o mundo nos dão indícios do quanto ainda precisamos ressignificar as propostas de educação infantil.

■ REFERÊNCIAS

1. Andrade, Daniela B. S. Freire (2015). O potencial narrativo dos lugares destinados às crianças: incursões do grupo de pesquisa em psicologia da infância GPPIN. *Fractal: Revista de Psicologia*, 27, 16-21.





2. Bernardes, Maria Eliza Mattosinho (2012). *Mediações simbólicas na atividade pedagógica: contribuições da teoria histórico-cultural para o ensino e aprendizagem*. Curitiba, PR: CRV.
3. Charlot, Bernard. (2000). *Da relação com o saber: elementos para uma teoria*. Porto Alegre: Artmed.
4. Chaves, Marta (2015). Práticas pedagógicas na educação infantil: contribuições da Teoria Histórico-Cultural. *Fractal, Revista de Psicologia*, 27(1), 56-60.
5. Duhalde, Maria Elena, & Cuberes, Maria Tereza Gonzalez (1998). *Encontros iniciais com a matemática: contribuições à Educação Infantil*. Porto Alegre: Artes Médicas.
6. Elkonin, Daniil Borisovich (1987). Problemas psicológicos del juego en la edad preescolar. In M. Shuare (Comp.), *La Psicología evolutiva y pedagogica en la URSS. Antología* (pp. 83-102) Moscou: Progreso.
7. Fernandes, Natália (2016). Ética na pesquisa com crianças: ausências e desafios. *Revista Brasileira de Educação*, 21(66), 759-779.
8. González Rey, Fernando Luis (2010). *Pesquisa qualitativa e subjetividade: os processos de construção da informação*. São Paulo: Cengage Learnig.
9. Jacomelli, Cristiane Vinholes, & Sousa, Maria do Carmo (2016, setembro/dezembro). Manifestações orais de crianças de cinco anos em práticas de contagem. *Revista de Educação Pública*, 25(60). Recuperado em 01 de maio de 2020, de [Doi: https://doi.org/10.29286/rep.v25i60.4103](https://doi.org/10.29286/rep.v25i60.4103).
10. Leontiev, Alexis Nikolaevich (2006a). Os princípios psicológicos da brincadeira pré- escolar. In Lev Semyonovich Vigotskyi, Alexander Romanovich Luria, & Alexis Nikolaevich Leontiev, *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem*. (10a ed.). São Paulo: Ícone.
11. Leontiev, Alexis Nikolaevich (2006b). Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. In Lev Semyonovich Vigotskyi, Alexander Romanovich Luria, & Alexis Nikolaevich Leontiev, *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem*. (10a ed.) São Paulo: Ícone.
12. Leontiev, Alexis Nikolaevich (2004). *O desenvolvimento do psiquismo* (2a ed.). São Paulo: Centauro.
13. Lurçat, Liliane (1979). *El niño y el espacio: la función del cuerpo*. México: Fondo de Cultura Económica.
14. Migueis, Marlene da Rocha, & Azevedo, Maria da Graça (2007). (Entre) cruzando saberes. In Marlene da Rocha Migueis, & Maria da Graça Azevedo (Org.), *Educação Matemática na infância. Abordagens e desafios* (pp. 15-24). Vila Nova de Gaia: Gailivros.
15. Moura, Ana Regina Lanner de (2007). Movimento conceptual em sala de aula. In M. R. Migueis, & M. G. Azevedo (Org.), *Educação Matemática na Infância: abordagens e desafios*. (pp. 65-83). Vila Nova de Gaia: Gailivros.
16. Pulino, Lúcia H. C. Zabotto (2017). Narrativas, infância e educação: reflexões e perspectivas. *Linhas Críticas*, 23(51), 412-427. Recuperado em 20 de julho de 2020, de <https://doi.org/10.26512/lc.v23i51.8240>.
17. Silva, Suelene de Rezende e. As brincadeiras e as noções espaciais na Educação Infantil. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Cuiabá, 2016.





18. Vigotski, Lev Semyonovich (2010, outubro/dezembro). Quarta aula: a questão do meio na pedologia (Márcia Pileggi Vinha, Trad.) *Psicologia USP*, 31(4), 681-700. Recuperado em 20 de julho de 2020, de <https://doi.org/10.1590/S0103-65642010000400003>.
19. Vigotski, Lev Semyonovich (2009). *Imaginação e criação na infância*. (Zóia Prestes, Trad., Ana Luiza Smolka, Apres. e coment.). São Paulo: Ática.
20. Vygotski, Lev Semyonovich (2017). *Obras Escogidas*. VI. Madrid, Espanha: Machado Grupo de Distribución.
21. Wallon, Henri (1975). *Psicologia e educação da infância*. Lisboa: Estampa.
22. Wallon, Henri (1981). *A evolução psicológica da criança*. São Paulo: Martins Fontes.



Aspectos epistemológicos subjacentes a erros individuais frequentes no ensino institucionalizado

| **Werventon dos Santos Miranda**

PPGECM/IEMCI

| **Luciana de Nazaré Farias**

PPGECM/IEMCI

| **Silvio Carlos Ferreira Pereira Filho**

PPGECM/IEMCI

RESUMO

Neste artigo procuramos discutir as questões epistemológicas que estão presentes nas causas dos erros individuais no processo de ensino e aprendizagem das disciplinas escolares, mais precisamente relacionados aos conhecimentos da Matemática, Física e Biologia; procuramos trazer inicialmente uma noção histórica e conceitual dos principais termos que envolvem essa temática como **erro** e **epistemologia**; buscamos evidenciar a luz de Bachelard e Vygotsky, além de outros que trazem questões específicas nas Ciências em destaque os elementos que subjazem os erros que manifestamos na caminhada escolar; e finalizamos expressando, nas considerações finais, nossa visão do erro como ferramenta da ação pedagógica para contribuir com os alunos na perspectiva de superação a fim de que o objetivo do processo educativo seja alcançado – a aprendizagem.

Palavra-Chave: Conhecimentos, Erros Individuais, Aspectos Subjacentes.

■ INTRODUÇÃO

O erro é um componente constituinte da ação humana, seja por que nossa ação busca um produto final baseado em um modelo, seja por que, embora não haja um modelo a ser seguido, o resultado obtido não satisfaz nossa intenção pré-determinada como ideal; o que geralmente nos faz classificar como erro a ação mal sucedida.

No contexto escolar a presença do erro é constante, embora indesejável, principalmente no processo de ensino e aprendizagem; neste contexto o erro se faz presente quando o aprendiz age e sua ação se desvia do padrão, ou seja, não é validada pela ótica escolar.

Assim, ninguém que discute e/ou vive o processo educativo é indiferente ao erro; por isso, para uns ele é indicador de fracasso, para outros, ponto de partida para uma ação pedagógica qualificada; por também acreditarmos na possibilidade e potencialidade do uso do erro como ferramenta pedagógica, nos propomos iniciar neste trabalho uma busca teórica das relações presentes entre a existência dos erros individuais que se evidenciam durante o processo de aprendizagem de Ciências e as questões epistemológicas que podem favorecer o aparecimento desses erros, para entendermos melhor o surgimento destes no processo educativo.

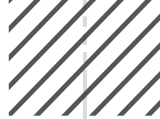
Antes de prosseguirmos no desenvolvimento do tema é relevante esclarecer a especificação de **erros individuais**, visto que o comum é nos referimos a erros; esta adjetivação deriva do fato de já ter sido estabelecido, por Miranda (2007)¹ no âmbito do ensino da Matemática, a existência de ‘obstáculo didático coletivo’² que, pela própria definição adotada pelo referido autor em sua pesquisa, evidencia a existência de **erros coletivos**; a qual admitimos ser validadas também para as demais disciplinas e nos permite pensar em **erros individuais** e as questões epistemológicas que causam esses erros, tendo em vista que as pesquisas cujo objeto de estudo é a problemática do erro no contexto escolar não as consideram ou as deixam subentendidas nos seus resultados.

Panorama

Dentro do processo de ensino-aprendizagem, há pelo menos um século o erro vem despertando o interesse dos pesquisadores da educação, cujas abordagens variam desde uma orientação behaviorista prendendo-se na “conduta observável”, ou seja, no *erro em si* até a predominância do enfoque relativo ao processamento da informação que vigorou a partir da década de 50. Em relação a esse movimento de mudança do enfoque, Cury (1995;

1 Miranda (2007), dissertação com o título *Erros e Obstáculos: Os conteúdos Matemáticos do Ensino Fundamental no Processo de Avaliação*

2 Considera-se como parâmetro para análise de diferenciação entre o erro em si ou “erro passageiro” e o erro que indica um obstáculo didático, as questões que apresentam um quantitativo de erros semelhantes com índice de 20% ou mais em relação ao total de estudantes da turma.



40) nos informa que em ambas as abordagens a análise do *erro de matemática* se restringia a diagnóstico e reparo, caracterizando, assim, uma visão absolutista da Matemática. Tal visão se verificou também no âmbito do ensino universitário onde “de uma maneira geral, os professores participantes dessa pesquisa parecem assumir uma concepção **absolutista** da Matemática, vendo-a como o domínio do conhecimento incontestável e verdades absolutas”.

Neste contexto, observando a literatura sobre o erro no âmbito escolar podemos constatar que muitos pesquisadores tem se dedicado ao tema, tais como: Cury (1995), Pinto (2000), De La Torre (1994) In Pinto (2000), Gotino, Batanero & Font In Pochulu (2005) e vários outros nos mostram que ao longo dos anos, os diferentes estudos sobre o erro, foram modificando tanto as abordagens como a perspectiva de seu “tratamento” no âmbito pedagógico; assim, o erro passa de elemento inadequado e ‘mal quisto’ no contexto de aprendizagem para um elemento constituinte do processo ensino-aprendizagem que pode abrir portas para um novo conhecimento ou dar oportunidade à revisão e ao aperfeiçoamento daquilo que já é conhecido.

Também se faz necessário falarmos, mesmo que resumidamente, do que vem a ser o termo EPISTEMOLÓGICO; esse termo se refere à preocupação com a metodologia de construção e sistematização do conhecimento científico, a coerência de sua argumentação e a relação com “seus produtos intelectuais” conforme as palavras de Japiassu (1934; p.17).

Para Bachelard (1996; p. 17)³, a expressão ‘obstáculo epistemológico’ faz referência às dificuldades da Ciência ao longo da História em que um conhecimento que faz resistência a um conhecimento novo; afirmando ainda que “é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo formal, lentidões e conflitos. É aí que mostraremos causas de inércia as quais daremos o nome de obstáculo epistemológico”; ou seja, a expressão foi usada pelo autor para nomear os fatores que, na sua concepção, impediam ou dificultavam o estabelecimento e desenvolvimento de um conceito científico ao longo da história, bem como a sistematização do conhecimento produzido dentro de cada ciência.

Os argumentos introdutórios apresentados não se restringem a Matemática; pois no ensino de Física, podemos considerar dois principais aspectos epistemológicos subjacentes a erros individuais. Estes aspectos estão relacionados entre si devido à concepção sobre o conhecimento e seu ensino. Queremos aqui destacar a existência desses aspectos e suas consequências no processo educativo.

Um dos aspectos é o efeito descritivo, **a transmissão de conteúdos conceituais e procedimentais**, sem espaço para discussão ou interação entre estudante e professor. Este aspecto nos remete à ideia de que o conhecimento é pré-existente, cabendo aos cientistas apenas descobri-lo, ou seja, não é passível de construção humana e subjetiva; assim, o

3 A primeira edição foi publicada em 1938.





conhecimento é [tido] visto como objetivo, correto e verdadeiro, de modo que é necessário transmiti-lo tal qual foi descoberto, sem dar lugar a discussões ou subjetividades. O outro aspecto a ser considerado, sem estar dissociado ou hierarquizado do já mencionado, advém do fato de que, para muitos, **o estudante é visto como sujeito incapaz de construir conhecimento algum, pois ele não apresenta nenhuma perspectiva científica** que possa ser aproveitada para o ensino.

Assim sendo, o estudante deve apenas aceitar incondicionalmente, absorver, aquilo que lhe é ensinado. Esses dois aspectos promovem um tipo de ensino que está distante da possibilidade de compreensão pelos estudantes, pois é praticado fora de qualquer contexto significativo para eles, seja por falta de uma ligação com seus cotidianos, seja por estar além de suas estruturas cognitivas. Este tipo de conhecimento sem significado tem grande possibilidade de incompreensão parcial ou completa, o que acarreta diversos erros no momento de sua avaliação de aprendizagem.

Sem desconsiderar as peculiaridades da Biologia, observamos que o seu ensino não é diferente, pois nem sempre se tem permitido que o estudante se aproprie dos conhecimentos científicos de modo a compreendê-los, questioná-los e utilizá-los como instrumento do pensamento que extrapolam situações de ensino e aprendizagem eminentemente escolares. (MORTIMER, 1996). Tais repercussões no ensino de Biologia nos permitem por inferência relacioná-los a questão do erro, pois se o aluno não compreende, não questiona ou não utiliza os conhecimentos científicos na organização do pensamento, a nosso ver não aprende Biologia, ou ainda, os conhecimentos apresentados aos alunos acaba por induzi-los a erros; os quais consideramos decorrer principalmente por dois obstáculos: epistemológicos e linguísticos, quanto aos obstáculos epistemológicos, observamos que nos livros didáticos de biologia, ao focarem, por exemplo, a história da ciência no ensino da Biologia, segundo Martins (1998; 18), destaca que devemos ser vigilantes na nossa maneira de ensinar, na qual mostramos nossa concepção de Ciência, pois neste processo é recomendável evitar que:

Se adote uma visão ingênua (ou arrogante) de ciência, como sendo “a verdade” ou “aquilo que foi provado”, alguma coisa de eterno e imutável, construída por gênios que nunca cometem erros e eventualmente alguns imbecis que fazem tudo errado. Por outro lado, deve impedir a adoção de uma visão anti-científica de que todo conhecimento nada mais é do que mera opinião.

Com relação às teorias Evolutivas, por exemplo, é comum nos livros didáticos de Biologia do Ensino Médio de distribuição Nacional, Lamarck seja um pesquisador apontado pelos autores como eminentemente errado, (MARTINS, 1998; p.19) destaca o seguinte trecho de um livro didático: “Lamarck propôs sua doutrina na *Philosophie zoologique*, publicada





em 1809. Seu maior mérito foi provocar debates e pesquisas. Estudos posteriores vieram provar que o Lamarckismo está irremediavelmente errado [...]”.

Quanto aos aspectos linguísticos, destacamos que os termos biológicos são escritos em Latim ou uma versão latinizada, desde o século XVII. Exemplificamos, com a nomenclatura binominal dos seres vivos de Carl von Linné: **Abelha** - *Apis mellifera scutellata*, **Lagartixa** - *Phyllopezus pollicaris*, **Lambari** - *Astyanax fasciatus*. Tradicionalmente, a classificação de animais segue o Código Internacional de Nomenclatura Zoológica. No estudo das regras de nomenclatura Zoológica (ou Botânica), observamos que a não familiaridade de alunos e professores com os termos, bem como o número elevado de exceções da nomenclatura científica constituem obstáculos linguísticos. Muitos termos em Biologia são usualmente divulgados por siglas, sem que se tomem conhecimento de seu significado, exemplifico: DNA (ácido desoxirribonucléico), ATP (adenosina trifosfato) e outros mais.

Aspectos subjacentes

Olhando para o processo de ensino-aprendizagem institucionalizado (processo escolar) no qual o objeto de estudo é posto para o conjunto de aprendizes ao mesmo tempo e de mesma forma em sala de aula, que elementos subjacentes neste processo contribuem para que parte deste grupo acerte e outra erre?

Corroborando com a busca de uma resposta a observação de Bondía (2002; p. 27), registrado no texto **Notas sobre a experiência e o saber de experiência**, o autor após fazer um significativo estudo da palavra **experiência** em alguns idiomas, conclui que:

Se a experiência não é o que acontece, mas o que nos acontece, duas pessoas, ainda que enfrentem o mesmo acontecimento, não fazem a mesma experiência. O acontecimento é comum, mas a experiência é para cada qual sua, singular e de alguma maneira impossível de ser repetida. O saber da experiência é um saber que não pode separar-se do indivíduo concreto em quem encarna.

O texto em destaque realça a evidência de que o ato de ensinar pode ser coletivo no sentido de que nos propomos a compartilhar nossos conhecimentos com outrem em um mesmo momento, porém há elementos que torna esse compartilhamento um processo diferenciado; como consequência disso, temos que ao tentar aferir o resultado do que chamamos de ensino encontramos duas diferentes manifestações desse ensino e que chamamos de aprendizagem: 1) os que acertam e aos quais imputamos como os que aprenderam e 2) os que erram, aos quais associamos a ideia de não aprendizagem.

Conjecturamos que interrogações semelhantes à expressa no primeiro parágrafo dessa seção tenham levado muitos pesquisadores a estudar os erros no contexto escolar;





na obra de Pinto (2000), por exemplo, observamos que os estudos do erro de matemática receberam influências da psicologia e da pedagogia na orientação da análise do tema; as contribuições desta autora trazem três alternativas teóricas aplicáveis ao estudo do erro no processo de ensino-aprendizagem, que podem auxiliar na compreensão das relações de sua natureza, quais sejam:

A **perspectiva psicogenética**, baseada nas contribuições dos estudos de Piaget sobre o desenvolvimento e a complexidade das estruturas de nosso pensamento bem como sua estreita relação destes com o “amadurecimento” genético. A **perspectiva epistemológica**, advinda da coordenação das ideias de Bachelard sobre o desenvolvimento da ciência e de Brousseau no contexto do ensino da matemática. A **perspectiva sociológica** traz em si o antagonismo de ‘classes’ representado no binômio *sucesso/fracasso escolar*; essa corrente busca diminuir os antagonismos sociais, ou pelo menos não reproduzi-los no âmbito escolar, e nessa perspectiva, “o erro do aluno deve possibilitar a eliminação de toda ordem de coerção e desvalia pelo fracasso em matemática”; sem que isso nos leve ao outro extremo, que seria fazer *apologia do erro* como diz Luckesi (2002).

O histórico das pesquisas e as conclusões que as mesmas nos permitem chegar, tem revelado nos últimos anos que há regularidade de ideias dos aprendizes ao produzirem ‘respostas erradas’ durante o processo de ensino-aprendizagem, o qual nos possibilita classificá-las como **Obstáculo Didático** cuja definição de Pais (2001) sintetiza como “conhecimentos que se encontram relativamente estabilizados no plano intelectual e que podem dificultar a evolução da aprendizagem do saber escolar” e dentro desta linha, já há pesquisas que demonstram que os erros que caracterizam os obstáculos didáticos podem ser de origem: **linguística** (ALMOULOU, 2006) – os quais se referem às barreiras que impedem a compreensão do conteúdo em função da não habilidade no uso da língua materna por parte de aprendizes e até professores que utilizam os mesmos significantes (representações de um objeto ou ideia) com diferentes significados (conceitos a que as representações nos remetem); **emocional** – caracterizada pela alteração da nossa estabilidade emocional, expressa aos pares – *atenção/desatenção, prazer/desprazer, responsabilidade/necessidade de desenvolver corretamente uma questão* – que diante de determinadas tarefas e disciplinas, pode induzir ao erro e vice-versa, pois “Um obstáculo emocional induz ao erro e, configurando-se o erro, este desencadeia emoções como: frustrações de expectativas, angústias, raiva, sentimento de inferioridade, entre outras” (GUSMÃO, 2000; p. 63).

Vamos, ousada e paradoxalmente, trazer para nossa reflexão o pesquisador Vygotsky e sua teoria **Sócio-Interacionista** (ou **Sócio-Histórica**) na qual o ser humano tem seu desenvolvimento psíquico como resultado da interação social, com a finalidade de buscar mais elementos para continuar dialogando sobre **os erros individuais**; aportando-nos nas





pesquisas deste autor e seus colaboradores podemos afirmar que o aprendizado se expressa, entre outras coisas, pela formação de conceito que é fruto da interação social mediada pela linguagem; sendo que esta é a faculdade de expressão e comunicação que faz uso de um código composto por um conjunto de signos convencionados unindo significante e significado.

Mas sendo a linguagem uma faculdade de expressão e comunicação, tal faculdade só ocorre na interação entre indivíduos; isto torna a linguagem um elemento integrante da cultura que Gómez (2001) define como:

O conjunto de significados, expectativas e comportamentos compartilhado por um determinado grupo social, o qual facilita e ordena, limita e potencia os intercâmbios sociais, as produções simbólicas e materiais e as realizações individuais e coletivas dentro de um marco espacial e temporal determinado. (p. 17)

Além disso, devemos nos alertar que a Matemática não é somente uma disciplina curricular como também uma **linguagem científica** e, segundo Oliveira (2007) referendada em Machado (apud Smole, 2000), “como uma linguagem científica que é, não possui oralidade própria: está totalmente voltada para a escrita”. Assim, julgamos que outro aspecto epistemológico subjacente a existência dos erros dos alunos pode estar na conjugação da linguagem materna com a linguagem matemática, mais precisamente no compartilhamento de **significante e significado**, onde o mesmo significante pode ter significados diferentes (tanto na mesma língua ou no intercambio entre as línguas) para professores e alunos, gerando “deformações” nas explicações, definições, procedimentos e conceitos expressos e suas respectivas aplicações; são essas ‘deformações’ que chamamos de erros.

A discussão é válida para o ensino de Física, onde os significados não podem ser negociados em hipótese alguma; pois na concepção dominante sobre o ensino desta ciência, é necessário se manter o rigor da linguagem para que o conhecimento possa ser transmitido de forma correta. Assim também se configura o erro dos estudantes quando eles não se apropriam, ou melhor, não reproduzem a linguagem científica como lhes foi ensinada, não importando se eles compreenderam ou não os termos desta linguagem.

Um exemplo interessante desta rigidez da linguagem se evidencia no estudo de movimentos através da Mecânica. Embora os movimentos com velocidade linear constante, organizados didaticamente na Cinemática, possam ocorrer em qualquer trajetória, desde que sejam estudados no âmbito de uma única dimensão, os professores insistem em distinguir o Movimento Retilíneo Uniforme (MRU) de qualquer outro movimento uniforme (como o Movimento Circular Uniforme). Desse modo, em suas avaliações, tais professores cobram de seus alunos que classifiquem vários movimentos como MRU ou não-MRU. Os diversos mecanismos mnemônicos criados pelos estudantes para memorizar os modelos que devem





ser reproduzidos também mostram a rigidez dessa linguagem, como a famosa *fórmula do sorvete*, $s = s_0 + v \cdot t$, onde s_0 e s representam as posições do corpo em movimento no instante em que inicia-se a observação desse movimento e em um instante qualquer que pode ser escolhido aleatoriamente. Para a maioria dos estudantes, sujeitos a abordagem de ensino de transmissão do conteúdo, mudar os símbolos da posição para outra variável, como x , por exemplo, é tornar esta fórmula praticamente irreconhecível.

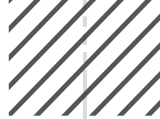
Outra semelhança envolvendo o ensino da Física e Matemática pode ser vista no aspecto da linguagem, desta vez, do ponto de vista posicional; pois a fórmula $s = s_0 + v \cdot t$, que representa algebricamente o MRU, é uma função linear de 1º grau que a Matemática representa por $y = a \cdot x + b$ e muita das vezes os estudantes não fazem a relação de que na fórmula utilizada no estudo e representação deste movimento: s corresponde a y , s_0 corresponde a b e $v \cdot t$ corresponde a $a \cdot x$. Isto acontece tanto em função da mudança das letras representativas quanto pela alteração na ordem dos termos, pois “a fórmula geral da equação da função linear” dada por $y = a \cdot x + b$ estaria escrita fora da ordem comumente vista, com $y = b + a \cdot x$, talvez muitos de nós professores compartilhe com os alunos essa mesma dificuldade de associação em função da não compreensão da linguagem simbólica.

Tomando como referência o ensino de Biologia, pesquisas sobre a formação de conceitos têm demonstrado que estudantes da educação básica apresentam dificuldades na construção do pensamento biológico. Tais pesquisas revelam, por exemplo, que a maioria dos estudantes desse nível de ensino apresentam ideias sincréticas, portanto, pouco definida sobre célula, confundindo este conceito com os de átomo, molécula e tecido (BASTOS, 1992). Para muitos, a relação entre seres vivos e células existe apenas nos seres humanos (SILVEIRA, 2003).

Nossa experiência docente na educação básica nos permite afirmar que, os erros dos estudantes nas avaliações de Biologia geralmente estavam relacionados aos obstáculos linguísticos, evidenciando a dificuldade em se relacionar os conceitos científicos com a realidade vivenciada por eles, hoje temos mais clareza disso. Por exemplo, ao abordarmos a temática “vitaminas” no ensino fundamental, buscar explicitar que “vitamina C” é o “ácido ascórbico”, assim com as demais vitaminas e suas relações com as denominações científicas era conflituoso, acredito analisando criticamente que a metodologia tradicional de ensino abordada não propiciava aprendizagem significativa dos alunos.

Vale ressaltar que o modelo de educação institucionalizada predominante em nosso país é a de turmas presenciais, com aulas expositivas cuja linguagem, oral ou escrita, é a principal ferramenta de interlocução e o acompanhamento da aprendizagem revela dois grupos de aprendizes: os que acertam e os que erram. Cremos que nas turmas na modalidade à distância isto também acontece com outras intensidades e que não temos conhecimento





suficiente para discutir ou generalizar as inferências que aqui ensaiamos; outra coisa a considerar é o fato de que todos os que estão hoje inseridos na educação à distância já passaram pelas turmas presenciais, fato que faz nossa discussão atingir a todos, pelo menos em relação ao início da escolaridade.

Concentrando nossas atenções para o grupo dos que erram, dentro da modalidade presencial, podemos subdividi-los entre os que têm erros individuais (erros cuja característica – conceitual ou processual – é de serem cometidos por um mesmo indivíduo em diferentes situações, desde que um mesmo conceito ou procedimento seja requerido) e os que têm erros coletivos (erros cuja característica – conceitual ou processual – se assemelham em um expressivo número de indivíduos), conforme a definição dada por Miranda (2007) a qual nos referimos anteriormente.

Sendo o objetivo discutir as questões pertinentes aos **erros individuais** e recorrendo ao breve panorama teórico até aqui realizado, mesmo considerando-o insuficiente para uma conclusão formal, podemos, por inferência, relacionar como aspectos epistemológicos subjacentes aos **erros individuais** os que se vinculam mais diretamente a questões **psicogenéticas, emocionais e linguísticas** e as demais aqui abordadas (epistemológicas, sociológicas e didáticas) estariam mais ligadas ao aparecimento dos **erros coletivos**, sem, contudo, o fato de haver predominância de influência das primeiras questões sobre os **erros individuais** exclui-las de serem subjacentes aos **erros coletivos**; sendo recíproca a afirmação para os aspectos que predominam sobre os últimos em relação aos primeiros.

Um bom exemplo de não excludência a que fizemos referência anteriormente está no aspecto linguístico; porém, antes de evidenciá-lo é interessante observar as considerações de Moysés (1997; p. 39) sobre ‘Significado e Sentido’ quando nos diz que:

Ao assimilar o significado de uma palavra o homem está dominando a experiência social. No entanto, essa depende da individualidade de cada um. É essa individualidade que faz com que uma mesma palavra conserve, ao mesmo tempo, um significado – desenvolvido historicamente – compartilhado por diferentes e um sentido todo próprio e pessoal de cada um.

O trecho em destaque nos permite inferir que o aspecto linguístico é epistemologicamente subjacente tanto aos **erros individuais** quanto aos **erros coletivos**, tornando-a um elemento comum entre as duas “classificações” ou como dito no início deste texto – “adjetivação” – do **erro**; questão que sugere uma discussão em outra oportunidade.

Pelo que foi possível abstrair e interligar da literatura visitada até o momento, podemos considerar que um estudo mais aprofundado das teorias existentes sobre o processo de ensino e aprendizagem juntamente com as que se dedicam a explicitar as causas e/ou consequências do erro durante a caminhada escolar, como é nosso propósito, permitirá





definir balizes teóricas para separar, didaticamente dizendo, os **aspectos epistemológicos subjacentes aos erros individuais frequentes no ensino fundamental**, especialmente nas disciplinas de Matemática, Física e Biologia que foram aqui destacadas.

■ CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste texto, tivemos por intuito reunir algumas pesquisas sobre o erro juntamente com outras teorias que se ocupam do fenômeno educativo ou ainda as conclusões obtidas em outros campos que podem ser estendidas à educação, tais estudos têm pontos comuns ou de interligações, os quais, a nosso ver, possibilitam ampliar o conhecimento que temos a cerca das causas do erro não apenas no contraste em relação ao concebido como certo; mas a ter em consideração outros elementos desencadeadores de erros que não se restringem a capacidade de aprender.

Assim, as pesquisas sobre os erros dos alunos produzidas ao longo dos anos, tanto no âmbito geral quanto especificamente em cada área de conhecimento disciplinar, nos permitem não apenas considerá-lo como ferramenta da ação pedagógica, mas nos alertam para as muitas fontes de sua existência e ao mesmo tempo em que buscam contribuir com nosso fazer profissional, aumenta consideravelmente nossa responsabilidade; visto que ao nos tornar cientes destas possíveis causas de erros e suas subjacências, nos impõe a necessidade de saber reconhecê-las e nortear nossa ação para contribuir com os alunos na perspectiva de sua superação a fim de que o objetivo do processo educativo seja alcançado – a aprendizagem.

O recorte que sentimos necessidade de fazer entre o ensino presencial e a educação a distância para abordar o papel da linguagem, oral ou escrita, como a principal ferramenta de interlocução e acompanhamento da aprendizagem; suscita que outra questão relevante é saber considerar os elementos comuns e peculiares em relação a: modalidade, sistema, instituição e turmas; no momento de analisarmos a existência do erro, sua complexidade e generalizações, bem como as possíveis maneiras de utilização dos erros, sejam individuais ou coletivos, em benefício dos alunos e do processo de ensino-aprendizagem.

Há que se destacar o fato de termos alcançado o objetivo de evidenciar os aspectos subjacentes aos erros individuais presentes no processo de ensino-aprendizagem institucionalizado através do entrelaçamento de teorias já existentes e o dialogo com três componentes curriculares, tendo em consideração tanto a especificidade de cada uma como os elementos comuns existentes entre elas.

A discussão feita em três essas áreas de conhecimento – Biologia, Matemática e Física – nos aponta para a universalidade do tema que pode ser tratado dentro da especificidade de cada componente curricular, sendo interessante fazê-lo, pois o processo de escolarização





exige êxito em todas as disciplinas; torna-se um grande avanço o entendimento e a busca de superação dos erros nas disciplinas em destaques, porém, tornar-se-á muito pouco se não abranger as demais, visto que falar de educação é muito mais do que um conjunto de disciplina; no entanto, o processo educativo só terá cumprido seu papel com o êxito do aluno em cada uma e, conseqüentemente, em todas as disciplinas.

■ REFERÊNCIAS

1. ALMOULOUD, Ag Saddo. **A Geometria na escola básica: que espaço e forma têm hoje?** <http://www.ufpel.tche.br/ufpel.Tche.br/clmd/bvm/detalhe_livro.php?Id_livro=395>. Acessado em 18 de jan.2006.
2. BASTOS, F. (1992). *O conceito de célula viva entre os alunos de segundo grau*. Em Aberto, ano 11, 55, 63-69.
3. BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico: contribuições para a psicanálise do conhecimento**. Tradução: Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.
4. BONDÍA, Jorge Larrosa. *Notas sobre a experiência e o saber de experiência*. **Revista Brasileira de Educação**, Nº 19, Jan – Abr, p. 20 - 28, 2002.
5. BROUSSEAU, G. *Fondements et al. methodoes de la didactique des mathématiques*. In BITTENCOURT, Jane. **Obstáculos Epistemológicos e a pesquisa em Didática da Matemática**. **Revista Educação Matemática**, v.6, ano 5, maio,1998.
6. _____. *Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques*. In BITTENCOURT, Jane. **Obstáculos Epistemológicos e a pesquisa em Didática da Matemática**. **Revista Educação Matemática**, [S.L.], v. 6, ano 5, maio,1998.
7. CURY, Helena Noronha. *Retrospectiva Histórica e Perspectivas atuais da Análise de Erros em Educação Matemática*. **Zetetiké**. Campinas – S. P, v. 3, n.º 4, p 39 – 50, 1995.
8. DE LA TORRE, S. *Errores y currículo – Tratamiento didáctico de los errores en la enseñanza*. In PINTO, Neuza Bertoni. **O erro como estratégia didática: Estudo do erro no ensino da matemática elementar**. Campinas – SP: Papyrus, 2000.
9. GÓMEZ, A. I. P. **A cultura escolar na sociedade neoliberal**. Porto Alegre: Art med. 2001.
10. GOTINO, J., BATANERO, C. & FONT. *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la matemática para maestro*. Universidad de Granada. Distribución en internet: <http://www.ugr.es/local/jgotino/edumat-maestro/>. In Pochulu, M. D. Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la univrsidad. *Revista Iberoamericana de Educación*, 2005. Disponível em <http://www.rieoei.org/deloslectores/849Pochulu.pdf>
11. GUSMÃO, Tânia Cristina Rocha Silva. *Do Erro Construtivismo ao Erro Epistemológico: um Espaço Para as Emoções*. **Bolema**, v. 13, n. 14, p. 51 - 65, 2000.
12. JAPIASSU, Hilton Ferreira. **Introdução ao pensamento epistemológico**. 7ª Ed. Rio de Janeiro: F. Alves, 1934.





13. LUCKESI, Cipriano C. **Avaliação da aprendizagem escolar**. São Paulo: Cortez, 1995.
14. MARTINS, L.P. *A História da Ciência e o ensino da Biologia*. **Ciência e Ensino**. Jornal Semestral do gepCE. Unicamp. Dezembro, 1998.
15. MIRANDA, Werventon dos Santos. *Erros e Obstáculos: Os conteúdos Matemáticos do Ensino Fundamental no Processo de Avaliação*. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas do Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico – NPADC da UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ. Defendido em fevereiro de 2007.
16. MOYSÉS, Lucia. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. Campinas – SP.: Papirus, 1997.
17. MORTIMER, E. F. (1996). Construtivismo, mudança conceitual e ensino de Ciências: para onde vamos? *Investigações em Ensino de Ciências*, 1(1), 20-39.
18. OLIVEIRA, Nanci de. *Linguagem, comunicação e matemática*. **Revista Educação**, v. 10, n. 10, p. 129 – 140, 2007.
19. PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática: uma influência francesa**. 1ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
20. PINTO, Neuza Bertoni. **O erro como estratégia didática: Estudo do erro no ensino da matemática elementar**. Campinas – SP.: Papirus, 2000.
21. SILVEIRA, R. V. M. da. . **Como os estudantes do ensino médio relacionam os conceitos de localização e organização do material genético?** Dissertação de mestrado. São Paulo: Instituto de Biociências da Universidade de São Paulo, 2003.



Biografia Matemática e linha do numeramento: duas propostas do PNAIC-UFPEL para formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais

| Antônio Mauricio Medeiros **Alves**
UFPEL

| Alexandra Alves **Brandt**
UFPEL

RESUMO

A formação continuada de professores é uma necessidade real, indicada em diversos documentos legais e objeto de estudo de diferentes trabalhos acadêmicos. Um grupo de profissionais que tem buscado preencher as lacunas da formação inicial, são os professores que ensinam matemática nos anos iniciais, sujeitos normalmente com formação generalista, em que a matemática se configura como “mais uma” matéria de ensino, disputando espaço e carga horária nos projetos pedagógicos de curso, em geral de Pedagogia. Nessa senda, a formação matemática do professor dos anos iniciais foi tema de um grande projeto nacional de formação continuada para professores alfabetizadores: o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC. Esse programa, financiado pelo governo federal brasileiro, teve por objetivo garantir a alfabetização de todas as crianças dos 6 aos 8 anos de idade, matriculadas nas escolas públicas e, no ano de 2014 teve como foco das formações o ensino de Matemática nos anos iniciais, tendo como pano de fundo das discussões a Alfabetização Matemática das crianças matriculadas no ciclo de alfabetização (6 aos 8 anos), bem como de conceitos como letramento matemático e numeramento. Esse texto problematiza duas atividades realizadas nessa formação, desenvolvidas pela Universidade Federal de Pelotas: Biografia Matemática e Linha do Numeramento.

Palavras-chave: PNAIC, Formação Continuada, Biografia Matemática, Linha do Numeramento, Anos Iniciais.

■ INTRODUÇÃO

Esse texto discute duas atividades desenvolvidas no contexto de formação continuada, a partir da proposta do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), cujo objetivo para o ano de 2014 foi a formação Matemática dos professores do ciclo de alfabetização¹.

O ensino de Matemática tem sido tema de muitas discussões ao longo dos tempos, tanto no Brasil quanto no mundo. Nessas discussões as palavras sucesso e fracasso parecem estar sempre presentes, em todos os níveis: da educação básica ao ensino superior.

Em toda discussão que dura muito tempo é normal o surgimento daquilo que chamamos de “lugar-comum”, ou seja, aquele argumento ou ideia bem conhecida, trivial. Quando tratamos dos baixos índices de rendimento no ensino de Matemática o lugar-comum que sempre se apresenta é que faltam pré-requisitos aos estudantes. Ou seja, se meu aluno não aprende o problema não se encontra em minha prática docente, mas sim no próprio aluno que não apresenta o conhecimento matemático anterior, necessário para o desenvolvimento de novos conceitos.

Assim, a responsabilidade é sempre lançada para o nível de ensino imediatamente anterior: do Ensino Superior para o Ensino Médio, deste para os Anos Finais do Ensino Fundamental e, finalmente, destes para os Anos Iniciais da escolarização.

Por não concordar com esse pensamento, acreditamos e investimos no processo de formação continuada voltado aos professores que ensinam matemática nos anos iniciais, sujeitos da formação do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) 2014. Nesse texto apresenta-se uma discussão acerca da “Biografia Matemática” e da “Linha do Numeramento”, duas atividades desenvolvidas nessa formação, que tinham por objetivo promover a reflexão do papel da matemática na vida dos professores.

■ OBJETIVO

O presente texto tem por objetivo problematizar duas atividades realizadas na formação ministrada pela Universidade Federal de Pelotas, no âmbito do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) 2014: Biografia Matemática e Linha do Numeramento.

Essas atividades foram desenvolvidas com os cursistas do referido programa com o intuito de motivar a auto reflexão sobre aspectos matemáticos presentes ao longo de sua trajetória pessoal e profissional.

1 O ciclo de alfabetização compreende os três primeiros anos do Ensino Fundamental (BRASIL, 2010).

■ METODOLOGIA

O presente texto tem caráter de relato de experiência, ou seja, busca-se a retomada das experiências vividas ao longo do processo de formação do PNAIC-UFPeI, por meio do registro reflexivo das atividades realizadas.

Para tanto lança-se mão de uma revisão bibliográfica de alguns conceitos chave, como alfabetização matemática, letramento matemático e numeramento, bem como do relato de práticas formativas desenvolvidas.

■ BREVE HISTÓRICO: PACTO NACIONAL PELA ALFABETIZAÇÃO NA IDADE CERTA (PNAIC)

Desde o ano de 2010, a Resolução nº 7 de 14 de dezembro, que fixa as Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental de Nove Anos, define em seu Artigo 49, que

o Ministério da Educação, em articulação com os Estados, os Municípios e o Distrito Federal, deverá encaminhar ao Conselho Nacional de Educação, precedida de consulta pública nacional, proposta de expectativas de aprendizagem dos conhecimentos escolares que devem ser atingidos pelos alunos em diferentes estágios do Ensino Fundamental (BRASIL, 2010).

Dessa forma, atendendo ao disposto na referida Resolução, o MEC deu início a esta tarefa pela definição dos “Direitos de Aprendizagem” para o Ciclo inicial de 1º ao 3º ano do Ensino Fundamental, que passou a ser denominado por Ciclo de Alfabetização. Esses direitos refletem as expectativas a serem atingidas pelos estudantes em cada um dos componentes curriculares.

Assim, em novembro de 2012, o Conselho Nacional de Educação lançou, juntamente com o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), o documento intitulado “Elementos conceituais e metodológicos para definição dos Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º ANOS) do ensino fundamental”.

Sobre o PNAIC, encontramos no referido documento que o

Pacto Nacional supõe ações governamentais de cursos sistemáticos de Formação de professores alfabetizadores, oferecidos pelas Universidades Públicas participantes da Rede de Formação, a disponibilização de materiais pedagógicos fornecidos pelo MEC, assim como um amplo sistema de avaliações prevendo registros e análise de resultados que induzem ao atendimento mais eficaz aos alunos em seu percurso de aprendizagem. As ações do Pacto Nacional pressupõem também gestão do processo, controle social e mobilização cujas responsabilidades estão repartidas entre os municípios, os estados e a união (BRASIL, 2012, p.07).



Ou seja, institui-se, por meio do PNAIC, um amplo programa de formação continuada dos professores que atuam nos três primeiros anos do ensino fundamental, sendo destacada a importância e o compromisso das diferentes áreas que compõem o currículo.

O mesmo documento destaca que “o ensino fundamental obrigatório, com duração de 9 (nove) anos, gratuito na escola pública, iniciando-se aos 6 (seis) anos de idade, terá por objetivo a formação básica do cidadão, mediante: (1) o desenvolvimento da capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo” (BRASIL, 2012, p.22), destacando a importância da Matemática (cálculo) junto ao processo de Alfabetização (leitura e escrita).

Apesar de, a primeira vista, o documento parecer limitador ao papel da Matemática, apresentada inicialmente reduzida à habilidade de calcular, essa área recebe especial atenção na página 60, sendo caracterizada como “Alfabetização Matemática”:

Os Direitos e Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento que envolvem o processo de alfabetização Matemática estão atrelados à compreensão dos fenômenos da realidade. Esta compreensão oferece ao sujeito as ferramentas necessárias para que ele possa agir conscientemente sobre a sociedade na qual está inserido. É papel da escola criar as condições necessárias para que o sujeito possa servir-se dessas ferramentas em suas práticas sociais. Assim, o conceito de letramento matemático está diretamente ligado à concepção de Educação Matemática e tem como espinha dorsal a resolução de situações-problema e o desenvolvimento do pensamento lógico (BRASIL, 2012, p. 60).

Somos então apresentados a três “novos²” conceitos: Alfabetização Matemática, Numeramento e Letramento Matemático, os quais são brevemente abordados a seguir.

ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA

O PNAIC apresenta, entre seus objetivos, o desenvolvimento da alfabetização de modo integrado com as demais áreas do conhecimento, entre as quais a matemática ocupa um importante papel. Essa aproximação da matemática às práticas de alfabetização já foi problematizada por diferentes autores, entre os quais destaco Machado (1990, p. 15): os elementos constituintes dos dois sistemas fundamentais para a representação da realidade – o alfabeto e os números – são apreendidos conjuntamente pelas pessoas em geral, mesmo antes de chegarem à escola, sem distinções rígidas de fronteiras entre disciplinas ou entre aspectos qualitativos e quantitativos da realidade.

A aproximação entre alfabetização e matemática, proposta pelo autor, nos exige um esforço de entendermos o termo alfabetização de forma mais abrangente. Esse termo pode ser entendido em dois sentidos principais: sentido *stricto* e sentido *lato*. No primeiro, a

2 A palavra “novos” escrita entre aspas deve-se ao fato de que esses conceitos, apesar de presentes há um bom tempo na literatura educacional, ainda são desconhecidos por boa parte dos professores.





“alfabetização seria o processo de apropriação do sistema de escrita alfabético”, porém, em um sentido mais abrangente, ou num sentido lato, se “supõe não somente a aprendizagem do sistema de escrita, mas também, os conhecimentos sobre as práticas, usos e funções da leitura e da escrita, o que implica o trabalho com todas as áreas curriculares e em todo o processo do Ciclo de Alfabetização” (BRASIL, 2014, p. 27).

Nesse sentido lato de alfabetização, um “novo” conceito se apresenta: o de alfabetização matemática. “Novo” porque praticamente é desconhecido no meio educacional, porém, apesar de ainda pouco debatido, o conceito de alfabetização matemática tem sido recorrente nos discursos em educação. Este é apresentado por Ocsana Danyluk (1998, p. 14) da seguinte forma: “refere-se aos atos de aprender a ler e a escrever a linguagem Matemática usada nas primeiras séries da escolarização. Ser alfabetizado em matemática é entender o que se lê e escrever o que se entende a respeito das primeiras noções de aritmética, de geometria e da lógica”.

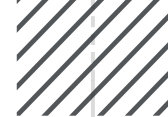
O PNAIC traz esse conceito como um dos pilares do ensino de matemática nos anos iniciais, apresentando-o aos professores alfabetizadores como “o processo de organização dos saberes que a criança traz de suas vivências anteriores ao ingresso no Ciclo de Alfabetização, de forma a levá-la a construir um corpo de conhecimentos matemáticos articulados, que potencializem sua atuação na vida cidadã” (BRASIL, 2012, p. 60).

Dessa forma, a matemática adquire uma nova dimensão, entendida na perspectiva do letramento, ou melhor, como alfabetização matemática, compreendendo o conjunto das contribuições da educação matemática no ciclo de alfabetização, de forma que se promova a apropriação pelos estudantes de práticas sociais de leitura e escrita de diversos tipos de textos, práticas de leitura e escrita do mundo, não se limitando ao ensino do sistema de numeração e das quatro operações aritméticas fundamentais (BRASIL, 2014).

Assim, se amplia o conceito de matemática, que passa a contemplar as diferentes práticas de leitura e escrita desenvolvidas pelas crianças, tanto no contexto escolar quanto fora dele, considerando também as relações com o espaço e as formas, os processos de medição, registro e uso das medidas, como também as estratégias de produção, reunião, organização, registro, divulgação, leitura e análise de informações, o tratamento da informação. Dessa forma, promove-se a articulação de procedimentos de identificação e isolamento de atributos na resolução de conjuntos, bem como de comparação, classificação e ordenação, operações mentais básicas para o desenvolvimento pleno dos conceitos matemáticos.

A relação entre essas operações mentais e as estruturas matemáticas não é novidade na literatura educacional, já tendo sido apresentada por Piaget (1979) em seu livro intitulado *Estruturalismo*, no qual o autor estabelece a correspondência entre as três estruturas-mãe e as estruturas do pensamento. O desenvolvimento dessas estruturas, mesmo sem relação





direta com os conceitos matemáticos que se pretende ensinar, como, por exemplo, os números e suas operações, para o caso do ensino primário, levaria o aluno à construção desses conceitos. Encontramos em Lima (1980) que, para Piaget, a inteligência é o resultado do processo combinatório das estruturas mentais e suas correspondentes na matemática, sem perderem sua identidade, ou seja, mesmo associadas, cada uma das estruturas mantém suas propriedades originais.

Dessa forma, às estruturas matemáticas (algébricas, de ordem e topológicas) estariam associadas estruturas mentais (classificação, seriação e continuidade) (ALVES, 2013). A partir da relação entre tais estruturas, considerada quase uma “revolução conceitual” no que se refere ao ensino de matemática, decorre a maior preocupação da epistemologia genética, que, segundo Piaget e Inhelder (1975, p. 342), se caracteriza por compreender por que a organização do comportamento de classificação e de seriação assume esta ou aquela forma, e por que essas formas sucessivas tendem a converter-se em estruturas lógico-matemáticas (não porque a lógica ou as matemáticas tivessem imposto os modelos, a priori, mas porque o sujeito, sem os conhecer, tende por si mesmo a construir formas que lhes são progressivamente isomorfas).

De acordo com Lima (1980), Piaget indica que uma metodologia para o ensino da matemática deveria contemplar o desenvolvimento das estruturas mentais (classificação, seriação e continuidade), que, ao contrário do que se imaginou por muito tempo, não são intuitivas (não existem a priori), nem se constroem pela imposição dos modelos matemáticos, devendo ser construídas, portanto, através de atividades variadas. Percebe-se, então, que o ensino de matemática não pode ficar restrito aos números e às operações aritméticas, visto que as demais estruturas matemáticas e do pensamento devem ser mobilizadas desde os anos iniciais.

Assim, a alfabetização matemática deve ser entendida para além do domínio dos números e suas operações. Desde o início da escolaridade, a criança deve construir as primeiras noções de espaço, forma e suas representações, bem como devem lhe ser oferecidas condições para que as ideias iniciais de grandezas, como comprimento e tempo, por exemplo, possam ser organizadas, pensando desde a tenra idade na função social da matemática.

LETRAMENTO MATEMÁTICO OU NUMERAMENTO

Ao falar em função social da matemática, somos levados a uma ampliação da expressão alfabetização matemática e encontramos no caderno de apresentação de matemática do PNAIC referência ao letramento matemático (BRASIL, 2014, p. 43). Entretanto, o referido caderno não apresenta um conceito ou mesmo o que se entende pela expressão letramento





matemático, sendo necessária a busca em outras fontes de uma definição ou conceito que possa contribuir nesse debate.

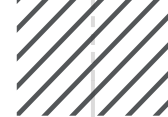
Tal como o conceito de letramento, que, como nos apresenta Soares (2004), está relacionado às práticas sociais de leitura e escrita, encontramos em Moretti e Souza (2015, p. 20) que a expressão “letramento matemático” está associada aos “processos de uso de conceitos matemáticos em práticas sociais”, aproximando-se do conceito de numeramento, termo do campo da educação matemática surgido em função das demandas sociais.

Mais recente que o uso do termo letramento, chegado ao Brasil em meados da década de 1980 (SOARES, 2006, p. 15), o termo numeramento foi, conforme Toledo (2004, p. 93), apresentado à Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo em abril de 2003. O misto de habilidades essenciais tanto da matemática como do letramento caracteriza, então, o conceito de numeramento como: um agregado de habilidades, conhecimentos, crenças e hábitos da mente, bem como as habilidades de comunicação e resolução de problemas, que os indivíduos precisam para efetivamente manejar as situações do mundo real ou para interpretar elementos matemáticos ou quantificáveis envolvidos em tarefas (CUMMING; GAL; GINSBURG, 1998 apud TOLEDO, 2004, p. 94, grifo nosso).

A expressão mundo real, grifada na citação, não pode ser reduzida ao cotidiano do aluno fora da escola. Muitas vezes quando falamos em “vida real” queremos nos referir aos acontecimentos extraescolares e nos esquecemos de que a escola também faz parte desse mundo real, estando nela presentes, além de conhecimentos a serem ensinados e aprendidos, jogos e brincadeiras, que fazem parte do mundo infantil. De acordo com o caderno de apresentação do PNAIC (BRASIL, 2014, p. 15), entender a Alfabetização Matemática na perspectiva do letramento impõe o constante diálogo com outras áreas do conhecimento e, principalmente, com as práticas sociais, sejam elas do mundo da criança, como os jogos e brincadeiras, sejam elas do mundo adulto e de perspectivas diferenciadas, como aquelas das diversas comunidades que formam o campo brasileiro.

Portanto, devemos compreender que a matemática escolar deve estar atrelada às práticas sociais do mundo da criança, fazendo parte de suas vidas, já que, muitas vezes, as crianças passam mais tempo na escola do que fora dela, desenvolvendo a todo momento habilidades matemáticas em outros espaços além dos limites da sala de aula. Entende-se por “habilidades matemáticas” a capacidade de mobilização de conhecimentos associados a quantificação, ordenação, operações, realização de tarefas ou resoluções de problemas relativos à matemática, tendo sempre como referência tarefas e situações cotidianas. Assim, lidar com números, compreender tabelas e gráficos, trabalhar com noções de escala, régua e proporção são exemplos de habilidades que realizamos e que influenciam a nossa compreensão e comunicação. É reconhecido que, anteriormente à escola, as crianças:





participam de uma série de situações envolvendo números, relações entre quantidades, noções sobre espaço; recorrem a contagem e operações para resolver problemas cotidianos; observam e atuam no espaço ao seu redor; identificam posições e comparam distâncias e massas. Assim, cabe à escola articular essas experiências extraescolares, assistemáticas (experiências que não são organizadas nem seguem uma sequência didática elaborada) e heterogêneas (cada criança terá desenvolvido diferentes habilidades de acordo com os estímulos aos quais é exposta) com os conhecimentos matemáticos socialmente construídos, por meio de situações que desafiem os conhecimentos iniciais das crianças, ampliando-os e sistematizando-os (RAMOS, 2009).

Sobre as diferenças entre os três termos, encontramos em Moretti e Souza (2015) que, apesar de os termos “alfabetização matemática”, “numeramento” e “letramento matemático” aparecerem em diferentes documentos e publicações, tanto seu uso quanto seu sentido não são consensos, mas, com certeza, está presente nos últimos dois termos uma preocupação com a função social da matemática. A fim de que a matemática exerça sua função social, prevista em todos os documentos oficiais (BRASIL, 2012), deve ser apresentada às crianças a necessidade de organizar e de comunicar informações de maneira eficaz, através do contato com os diversos meios de comunicação, de modo que elas passem a reconhecer tabelas e gráficos simples, que são elementos facilitadores da compreensão de diferentes informações.

Em vista disso, através da formação proposta pelo PNAIC e desenvolvida pela UFPel em 2014, foram tratados os seguintes temas: organização do trabalho pedagógico; quantificação, registros e agrupamentos; construção do sistema de numeração decimal; operações na resolução de problemas; geometria; grandezas e medidas; educação estatística e saberes matemáticos e outros campos do saber.

A seguir é discutida a organização e a concepção de formação presentes na proposta da Universidade Federal de Pelotas, na qual foram tratados esses temas.

■ A FORMAÇÃO DO PNAIC NA UFPel: ORGANIZAÇÃO E CONCEPÇÃO

Com a adesão da UFPel ao PNAIC, no ano de 2013, foi constituída uma equipe nessa IES³, responsável pelas formações, sendo redefinida para 2014, quando a temática da formação foi a Alfabetização Matemática. Nesse momento houve troca da coordenação geral da equipe que, para atender 19 turmas, passou a contar com 02 coordenadores adjuntos, 05 supervisores, em uma equipe mista de formadores com 19 professores da área de linguagem e 13 da área de Matemática e aproximadamente 460 orientadores de estudos, que deveriam atender a formação de aproximadamente 9000 professores alfabetizadores, dos

3 Instituição de Ensino Superior.





quais foram certificados 7804 cursistas (os demais não atingiram o mínimo de frequência ou aproveitamento no curso de formação).

A partir das manifestações de muitos formadores das IES, ainda em 2013, de que não se sentiam capacitados para trabalhar as questões do conhecimento matemático com os orientadores de estudos que, posteriormente, ministrariam a formação aos professores alfabetizadores, o MEC disponibilizou o dobro de vagas de formadores para o ano de 2014 com o objetivo de que a formação fosse ministrada em duplas: um formador da área de linguagem e outro com formação em Matemática. Porém, como a Matemática dos anos iniciais normalmente não é trabalhada nos cursos de Licenciatura em Matemática e pouco desenvolvida nos cursos de Pedagogia, houve uma grande dificuldade na seleção dos formadores de Matemática, ficando somente 13 das 19 turmas atendidas pela universidade, com dois formadores atuando, as demais 06 turmas tiveram somente o formador de linguagem. Esse fato fortalece a necessidade de mais investimentos na formação continuada na área de Matemática dos anos iniciais, visto a fragilidade dessa formação para grande parte dos professores.

A metodologia empregada nas formações previa encontros em momentos distintos. Inicialmente a equipe de coordenação e supervisores se reunia a fim de articular as áreas da linguagem e da Matemática, visando subsidiar os formadores através da problematização dos conhecimentos de ambas as áreas. Os formadores, por sua vez, a partir de reuniões quinzenais, realizavam sessões coletivas de estudo com leitura prévia dos cadernos de formação⁴ disponibilizados pelo MEC em duplas e com posterior discussão no grupo geral de formadores para elaboração de estratégias metodológicas.

Eram ainda realizados estudos de materiais de apoio indicados pela equipe de supervisores e coordenação, a fim de realizar o planejamento, em grupos, da formação a ser ministrada nos três polos⁵ realizando, em seguida, a socialização das ideias no grande grupo para a constituição de uma estrutura de planejamento que estabelecesse uma regularidade na abordagem do fio condutor da formação para os orientadores de estudos (objetivos e temas).

Percebe-se, portanto, que a concepção de formação na UFPel prevê a articulação da pesquisa e formação de professores como oportunidades formativas (WARSCHAUER, 2003) que favorecem a criação e recriação da ação pedagógica e dos espaços de atuação profissional, o que pressupõe algumas apostas teóricas, dentre as quais a ideia de Canário (1994) de que os indivíduos mudam e, assim, acabam mudando o próprio contexto em que trabalham sendo, portanto, fundamental que os professores enxerguem-se como sujeitos

4 Material disponível em <http://pacto.mec.gov.br/2012-09-19-19-09-11>.

5 Para atender aos mais de 150 municípios a UFPel dividiu os participantes em três polos: nas cidades de Pelotas, Osório e Porto Alegre, RS.





mas também como protagonistas do seu processo de formação, por esse motivo os relatos de práticas são valorizados nas práticas formativas.

Entende-se que a formação em contexto produz condições de mudanças; as práticas formativas articulam-se às situações cotidianas de trabalho e aos cotidianos profissionais, organizacionais e comunitários das escolas, nesse contexto o acompanhamento dos formadores às práticas dos cursistas foi realizado sempre que possível.

Por isso diferentes estratégias metodológicas eram adotadas, conforme características dos polos, entretanto os encontros de formação contemplavam a realização de estratégias formativas comuns, como a leitura deleite, relato de experiências de práticas de formação com os orientadores de estudos, leituras/atividades de estudo e aprofundamento em grupo, discussão de textos com sistematização oral e escrita, atividade de avaliação e elaboração/análise de diferentes materiais didáticos (recursos pedagógicos para o ensino de Matemática, livros didáticos, etc.).

Dentro dessas metodologias definiu-se o uso de alguns recursos para os encontros de formação, sendo dois deles foco desse texto: biografia Matemática e linha do numeramento (atividades de diagnóstico inicial sobre concepções e práticas de alfabetização Matemática e Numeramento).

Objetivando identificar o conhecimento prévio dos cursistas sobre os temas da Alfabetização Matemática a serem trabalhados na formação, citados anteriormente, foi inicialmente realizado um diagnóstico a partir dessas duas atividades: biografia Matemática e linha do numeramento.

Num primeiro momento da formação foi realizada a leitura em grupo sobre os direitos de aprendizagem e os eixos estruturantes da Matemática para os anos iniciais.

Os direitos de aprendizagem foram apresentados nos livros do PNAIC, edição Matemática, num total de cinco enunciados (BRASIL, 2014, p. 42):

- I. Utilizar caminhos próprios na construção do conhecimento matemático, como ciência e cultura construídas pelo homem, através dos tempos, em resposta a necessidades concretas e a desafios próprios dessa construção.
- II. Reconhecer regularidades em diversas situações, de diversas naturezas, compará-las e estabelecer relações entre elas e as regularidades já conhecidas.
- III. Perceber a importância da utilização de uma linguagem simbólica universal na representação e modelagem de situações matemáticas como forma de comunicação.
- IV. Desenvolver o espírito investigativo, crítico e criativo, no contexto de situações-problema, produzindo registros próprios e buscando diferentes estratégias de solução.
- V. Fazer uso do cálculo mental, exato, aproximado e de estimativas. Utilizar as Tecnologias da Informação e Comunicação potencializando sua aplicação em diferentes situações.





A discussão dos direitos de aprendizagem levou os participantes à reflexão sobre as relações estabelecidas entre eles e seus professores no passado e entre eles e seus alunos, no presente, no que se refere ao ensino de Matemática. Refletir e discutir sobre os direitos de aprendizagem em matemática foi fundamental para os planejamentos das atividades, realizados pelos participantes ao longo da formação.

Já os eixos estruturantes apresentam-se como uma nova forma de organização de apresentação dos conteúdos, substituindo os Blocos de Conteúdos dos Parâmetros Curriculares Nacionais de 1997, em número de quatro. Segundo a organização do PNAIC, os conteúdos de matemática nos anos iniciais se organizam em torno de cinco eixos estruturantes, assim nominados: Números e Operações; Pensamento Algébrico; Espaço e Forma/Geometria; Grandezas e Medidas; Tratamento da Informação/Estatística e Probabilidade.

A novidade dessa organização encontra-se na proposta do eixo “Pensamento Algébrico” que amplia os objetivos do ensino de Matemática nos anos iniciais, propondo um trabalho com a álgebra, a partir, por exemplo, do estudo dos padrões e das sequências, desde os anos iniciais.

■ DISCUSSÃO: AS ATIVIDADES “BIOGRAFIA MATEMÁTICA” E “LINHA DO NUMERAMENTO”

Após as leituras introdutórias, os participantes da formação foram convidados a produzir materiais, a partir da participação em diferentes atividades. Dando início a uma produção reflexiva, evocando suas memórias, foi proposto o desenvolvimento do recurso intitulado por **Biografia Matemática**. Essa atividade foi baseada na proposta de Santos (2005), presente no texto “Explorações da Linguagem escrita nas aulas de Matemática”, na categoria nomeada pela autora como pequenos textos.

A Biografia Matemática tem por objetivo, segundo a autora, oferecer ao aluno a oportunidade de se colocar e dar “pistas” ao professor, relativas às origens da formação do estudante (por exemplo, escola pública ou particular) como também sobre sua disponibilidade de tempo extraclasse, permitindo delinear um breve perfil desses alunos.

São propostas duas questões que envolvem um relato de uma experiência positiva e uma negativa com a Matemática, que ajuda na abertura de um canal afetivo para o trabalho que se seguirá. É importante que a experiência positiva seja detectada e registrada antes da negativa, pois as frustrações podem bloquear as satisfações, em geral, esse exercitar da memória, em que emoções vêm à tona, proporciona um momento diferente e marcante na aula de Matemática.

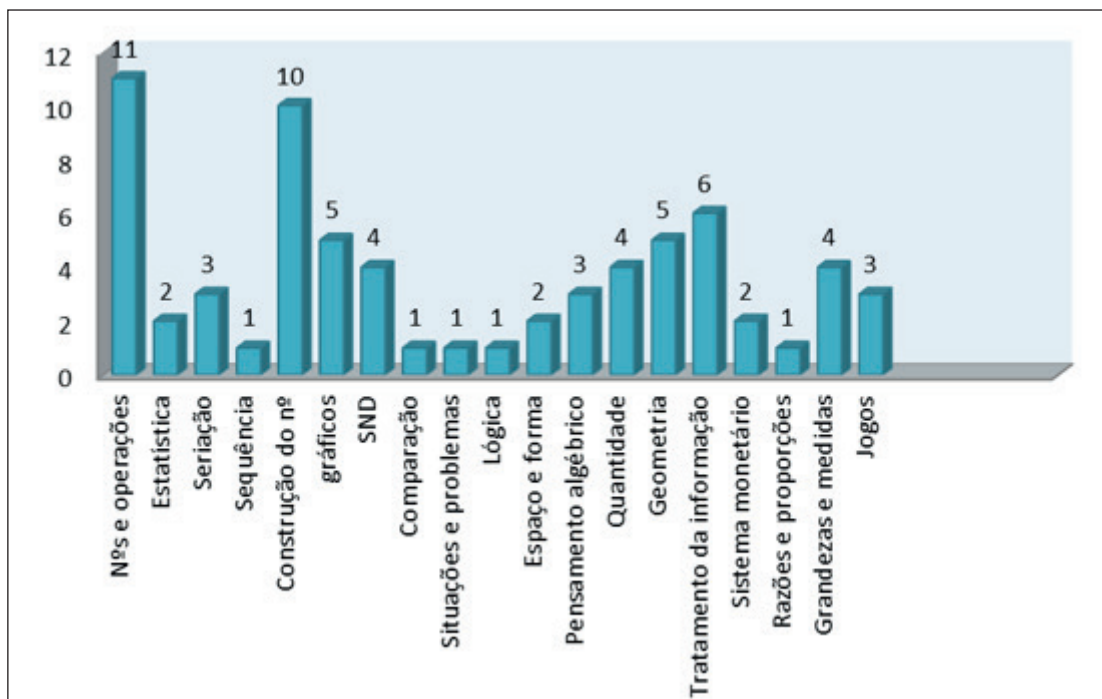
Entretanto o proposto na formação voltada aos professores foi que, a partir das leituras sobre os direitos de aprendizagem e os eixos estruturantes de Matemática, os mesmos





refletissem sobre seus conhecimentos e práticas nessa área, de modo que as experiências por eles descritas fossem então substituídas pelos conhecimentos que julgavam dominar e aqueles sobre os quais devem aprofundar os estudos, pois apresentavam deficiências, que foram diagnosticadas num processo de autorreflexão a partir das leituras realizadas. O gráfico 1 mostra os resultados de uma turma de cursistas, evidenciando os temas que os participantes dessa turma identificavam como necessário aprofundar conhecimento ou trabalhar mais com seus alunos.

Gráfico 1



Fonte: os autores

A atividade mostrou-se promissora uma vez que, ao evocar suas memórias, os professores perceberam quais conteúdos matemáticos dominavam em contraposição aos que precisavam aprofundar seus estudos, ou mesmo que conteúdos necessitavam trabalhar mais com seus estudantes. Puderam também perceber que aquilo que trabalhavam com maior frequência, muitas vezes estavam ligados a questões afetivas envolvendo o professor e que os conteúdos “negados” (não trabalhados), normalmente tinham a ver com a falta de compreensão do conteúdo, enxergando lacunas presentes em seu conhecimento matemático, as quais deveriam ser preenchidas pelos estudos realizados na formação.

Já na segunda atividade, através da **Linha do Numeramento**, se propunha aos cursistas que realizassem a retomada das experiências com os usos dos números, das operações, das medidas e de seus registros matemáticos desde a 1ª infância à vida adulta, com discussão e trabalho em grupos, com registro em papel pardo e posterior apresentação coletiva. A tabela 1 apresenta os resultados das respostas de uma turma.



Tabela 1.

1ª infância	Vida escolar	Adolescência	Vida adulta
• Data de aniversário e comemorativas • Pular corda e nº de pulos • Brincadeiras (ônibus, mercadinho, sapata) • Troco para comprar balas • Ansiedade – escola • Placas de carros • Contar degraus da escada • Nº de irmãos • Venda de coisas (juntar material reciclado e vender)	• Contas • Tabuada • Problemas • Bolinha de papel crepom • Palitos (quantidades) • Prova real • Decoreba/notas boas/aprendizagem superficial • Idade dos colegas • Teste de leitura • Notas boletim • Férias(contagem de dias)	• Combinação de roupas • Dia de festas • Espera pelos 15 anos • Dinheiro • Expressões numéricas • Idade dos meninos • Questionário • Dias de menstruação • Formulas • Estabilidade e lógica matemática • Baralho/bingo	• Finanças • Horário • Manequim roupa • Peso (calorias) • Lista de compras • Agenda/calendário • Numero de celular, senhas • Datas importantes • Quilometragem • descontos

Fonte: os autores

Esta atividade permitiu o resgate das experiências pessoais que revelaram a importância e a presença constante da Matemática em nosso cotidiano, desde que nascemos, as quais só encerram quando morremos, à semelhança das práticas de letramento (estudadas em 2013 na formação do PNAIC).

Os professores puderam perceber com essa atividade que não é somente na escola que estamos em interação com os usos da Matemática e que essa está presente em muitas situações cotidianas, mesmo que não a percebamos. Por meio dessa reflexão os professores ficaram sensibilizados sobre a importância de um trabalho com a Matemática nos anos iniciais voltado às práticas da Alfabetização, num trabalho integrado com a alfabetização linguística e as práticas de letramento.

■ CONSIDERAÇÕES FINAIS

É necessário pensar que o ensino da matemática nos anos iniciais não pode ser resumido ao uso do quadro e giz e o desenvolvimento de algoritmos mecânicos que não desenvolvem nenhuma habilidade além da repetição nos alunos. Assim, o ensino de Matemática deve se desenvolver por meio de atividades variadas, com a utilização de múltiplos recursos combinados como a resolução de problemas, a literatura, os jogos, materiais concretos, brincadeiras, etc.

Através do PNAIC se propiciou um importante momento de formação continuada aos professores dos anos iniciais que, na maioria dos casos, foram formados em cursos de Pedagogia, logo, sem formação em cursos de Licenciatura em Matemática, mas são professores que *ensinam Matemática* e, portanto, precisam, segundo eles mesmos afirmam,



de um aprofundamento tanto teórico quanto metodológico nesse campo que, normalmente, é trabalhado de maneira superficial nos cursos de Pedagogia, como indicam os trabalhos de Curi (2005) e Nacarato, Mengali e Passos (2014), entre outros.

Entre os elementos que pautaram as discussões sobre o ensino de Matemática nos anos iniciais, foi pano de fundo para as discussões o conceito de Alfabetização Matemática, sempre na insistência de que essa matéria de ensino não se resume a contagem e operações, mas contempla muitas outras áreas dessa ciência, por vezes apresentada aos estudantes de forma fechada e pronta, sem que qualquer construção conceitual possa ser desenvolvida. Na perspectiva de Alfabetização Matemática essa concepção de ensino é refutada e se problematiza um ensino baseado na resolução de problemas e na busca da construção efetiva do conhecimento.

As atividades realizadas levaram os professores a realizar uma reflexão sobre o papel da Matemática em suas vidas, inclusive em suas práticas profissionais, o que poderá promover mudanças nessas práticas ao longo do tempo.

■ REFERÊNCIAS

1. BRASIL, Ministério da Educação, Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica. **Resolução N° 7**, de 14 de dezembro de 2010. Diário Oficial da União, Brasília, 15 de dezembro de 2010, Seção 1, p. 34.
2. BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental)**. Brasília, 2012. Disponível em: portal.mec.gov.br
3. BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Apresentação**. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014.
4. CANÁRIO, Rui. Centros de formação das associações de escolas: que futuro? In: AMIGUI-NHO, Abílio; CANÁRIO, Rui. **Escolas e mudança: o papel dos centros de formação**. Lisboa: EDUCA, 1994.
5. CURI, Edda. **A matemática e os professores dos anos iniciais**. São Paulo: Musa Editora, 2005.
6. DANYLUK, O. **Alfabetização matemática: as primeiras manifestações da escrita infantil**. Porto Alegre: Sulina; Passo Fundo: Ediupf, 1998.
7. LIMA, L. O. **Piaget para principiantes**. São Paulo: Summus Editora, 1980.
8. MACHADO, N. J. **Matemática e língua materna**. São Paulo: Cortez, 1990.
9. MORETTI, V. D.; SOUZA, N. M. M. **Educação matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: princípios e práticas pedagógicas**. São Paulo: Cortez, 2015.





10. NACARATO, Adair Mendes; MENGALI, Brenda Leme da Silva e PASSOS, Carmen Lucia Brancaglion. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.
11. PIAGET, J. **O estruturalismo**. 3. ed. São Paulo – Rio de Janeiro: Difel, 1979.
12. PIAGET, J; INHELDER, B. **Gênese das estruturas lógicas elementares**. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1975.
13. RAMOS, L. F. **Conversas sobre números, ações e operações**: uma proposta criativa para o ensino da matemática nos primeiros anos. São Paulo: Ática, 2009.
14. SANTOS, Sandra Augusta. Explorações da Linguagem escrita nas aulas de Matemática. In: LOPES, Celi Aparecida Espasandin e NACARATO, Adair Mendes (orgs.). **Escritas e Leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.
15. SOARES, M. Letramento e alfabetização: as muitas facetas. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 25, p. 5-17, 2004.
16. TOLEDO, M. E. R. O. Numeramento e escolarização: o papel da escola no enfrentamento das demandas matemáticas cotidianas. In: FONSECA, M. C. (Org.). **Letramento no Brasil**: habilidades matemáticas. São Paulo: Global; Ação Educativa Assessoria, Pesquisa e Informação; Instituto Paulo Montenegro, 2004.
17. WARSCHAUER, Cecília. Rodas em Rede. **Oportunidades formativas na escola e fora dela**. São Paulo: Paz e Terra, 2003.



Cenários inclusivos para aprendizagem matemática: utilização de aplicativos *on-line*

| Carlos Eduardo Rocha dos Santos
UNIAN

| Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes
UNIAN

RESUMO

O presente artigo tem por objetivo apresentar e discutir o potencial de dois Cenários Inclusivos para Aprendizagem Matemática, que contam com aplicativos *on-line*, em sintonia com o uso da tecnologia aliada a Educação. Esta pesquisa foi elaborada como atividade final da disciplina “Educação Matemática e Inclusão” do programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo, na qual os alunos deveriam escolher pelo menos dois aplicativos, dentre uma relação disponibilizada, e criar uma aula para atender uma sala de aula inclusiva. Dentre as propostas apresentadas selecionamos duas para serem apresentadas neste trabalho. Uma delas contemplou uma atividade para alunos do 9º ano, de uma sala de aula inclusiva, que dentre as especificidades da turma, apresentava alunos com Síndrome de Down, TDAH e Autismo. Em relação ao conteúdo matemático, foi abordado razão e proporção. A outra optou pelo tema Educação Financeira para o público da Educação de Jovens e Adultos. Concluímos que o uso adequado de ferramentas tecnológicas auxilia o trabalho do professor e propicia ao aluno que se veja capaz de aprender, interagir e socializar com os demais colegas, o crescimento de sua autonomia e autoestima, e consequentemente, de sua aprendizagem.

Palavras-chave: Ensino Híbrido, Metodologias Ativas, Inclusão, Tecnologia, Pessoas com Deficiência.

■ INTRODUÇÃO

Um dos desígnios do uso da tecnologia na educação é auxiliar o professor no processo de ensino e contribuir com os alunos, no processo de aprendizagem. Quando esse uso é voltado para colaborar com o público alvo da Educação Inclusiva¹, torna-se fundamental e imprescindível fazer escolhas adequadas das tecnologias a serem utilizadas.

Vivenciamos nas últimas décadas uma grande revolução tecnológica, culminando em transformações nas relações sociais e principalmente no ensino. Nesse sentido Freire (1992) aponta que “[...] sem a tecnologia não se faz a transformação do homem para um mundo mais democrático e humano. Mas ela sozinha não fará isso” (FREIRE, 1992 apud ALTENFELDER *et al.*, 2011, p.11).

Considerando o uso da tecnologia na Educação Inclusiva, entendemos que ela possibilita e oportuniza diferentes maneiras de aprender, contribuindo para que os alunos que possuem algum tipo de deficiência possam se comunicar, registrar, escrever, enfim, adquiram autonomia frente às diferentes tarefas e atividades, que os coloquem em equidade com os demais colegas, favorecendo seu processo de aprendizagem. Nesse sentido, Kleina (2012, p.32) afirma que:

[...] enquanto o uso da tecnologia na educação ainda pode ser discutido, na educação especial e na inclusiva seu emprego é obrigatório, já que muitos alunos dependem desse meio para aprender. Assim, quando aliamos a aplicação da tecnologia na educação especial, estamos dando ao estudante a possibilidade de demonstrar o seu potencial, aprender, interagir e participar ativamente em nossa sociedade.

Corroboramos com as ideias de Valente (1991 apud KLEINA, 2012 p.32) ao afirmar que “[...] muitas vezes, o educando tem limitada sua capacidade de aprendizagem porque não são oferecidas a ele as ferramentas adequadas para o próprio desenvolvimento”. Ainda na visão do autor, “[...] quando usamos uma ferramenta ou um recurso específico para um estudante que possui uma limitação, estamos fazendo uso de uma tecnologia assistiva” (VALENTE, 1991 apud RODRIGUES; SILVA; SANTOS, 2014, p. 07).

Quando desenvolvemos um recurso de tecnologia assistiva para um estudante com deficiência, estamos também contribuindo para o aprimoramento do atendimento dos demais estudantes. O desenvolvimento e o uso da tecnologia assistiva fazem com que tenhamos de estudar, conhecer, observar, avaliar e propor novas modificações tanto em termos de materiais utilizados quanto em termos da nossa prática docente, que traz como consequência graduais melhorias no processo de ensino – aprendizagem (KLEINA, 2012, p. 40).

1 Estamos considerando público alvo da Educação Inclusiva não apenas as pessoas com deficiência, transtorno do espectro autista (TEA) e altas habilidades/superdotação, mas todas aquelas que possuem algum tipo de dificuldade de aprendizagem ou que vivem em situação de vulnerabilidade, independentemente das condições que as levaram a essa situação.



Diante deste contexto, este artigo tem como objetivo central apresentar dois Cenários Inclusivos para Aprendizagem Matemática, criados a partir de uma atividade que foi solicitada como trabalho final da disciplina “Educação Matemática e Inclusão” do programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo. Esses cenários deveriam fazer uso pedagógico de alguns aplicativos *on-line* que pudessem ser utilizados visando uma aula inclusiva.

■ APORTE TEÓRICO

Nosso aporte teórico está embasado nos conceitos de Cenários Inclusivos para Aprendizagem Matemática. A seguir, apresentaremos os principais conceitos que norteiam nossa pesquisa.

Cenários Inclusivos para Aprendizagem Matemática

Os Cenários Inclusivos para Aprendizagem Matemática são espaços não necessariamente físicos constituídos por tarefas específica, por ferramentas mediadoras (materiais, tecnológicas e/ou semióticas) a serem empregadas na execução das tarefas, e por interações entre os diferentes atores que tomam parte da cena, que podem incluir diferentes combinações de alunos, professores, tutores e pesquisadores (FERNANDES; HEALY; 2016). Esses espaços guardam os princípios do *Design Universal para Aprendizagem* (CAST, 2012) para atender o público alvo da Educação Especial, integrados aos preceitos dos Cenários para Investigação de Skovsmose (2008).

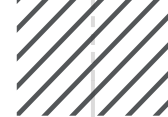
Os princípios do *Design Universal para Aprendizagem* (DUA) destacam

[...] a necessidade de o plano pedagógico ser apresentado em diversos formatos, meios de representação, de expressão e de engajamento. Dessa forma, por meio desses é proposta uma aprendizagem flexível, além de estratégias e ferramentas que permitem aos alunos a escolha e a personalização que serão realizadas, de acordo com suas necessidades de aprendizagem (CALEGARI; DA SILVA; DA SILVA, 2014. p. 43).

O conjunto de princípios inerentes ao DUA é flexível e devem se ajustar as necessidades e especificidades de cada indivíduo.

Nesse sentido, o emprego do DU voltado para a educação possui o objetivo de que todos os alunos tenham as mesmas opções para aprender com materiais didáticos e práticas que acolham suas habilidades e necessidades, considerando que os alunos são diferentes uns dos outros (CALEGARI *et al*, 2014, p. 39).





Somam-se a esse contexto idealizado pelo DUA as particularidades de um Cenário para Investigação, que [...] se caracteriza por proporcionar aos alunos a possibilidade de formular questões e de refletir, discutir e buscar possíveis soluções (SANTOS, 2016, p. 51). Sendo assim,

Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formular questões e a procurar explicações. O convite é simbolizado por seus “Sim, o que acontece se...?”. Dessa forma os alunos se envolvem no processo de exploração e explicação. O “Por que isto?” do professor representa um desafio, e os “Sim, por que isto...?” dos alunos indicam que eles estão encarando o desafio e estão em busca de explicações, o cenário de investigação passa a construir um novo ambiente de aprendizagem. No cenário de investigação os alunos são responsáveis pelo processo (SKOVSMOSE, 2008, p. 21).

Os Cenários Inclusivos para Aprendizagem Matemática devem ser idealizados levando em consideração situações reais, presente no cotidiano dos alunos, possibilitando que eles produzam diferentes significados para as atividades e não reproduzam, apenas, conceitos e procedimentos. Dessa forma, torna-se interessante proporcionar aos alunos “[...] a possibilidade de reconhecer a realidade em que está inserido e que esta passa por constantes mudanças [...]” (SANTOS, 2016, p.52)

Na visão de Santos (2016), ao propormos Cenários Inclusivos para Aprendizagem Matemática com atividades que fazem parte do cotidiano dos participantes, tendemos a fazer com que eles se sintam incluídos, uma vez que

[...] nesses cenários, a aprendizagem é potencializada pela interação entre educadores e educandos por intermédio do diálogo. [...] as interações entre eles e faz com que cada um tenha oportunidade de ouvir as estratégias do outro, organizar e expor sua forma de pensar (FAUSTINO; PASSOS, 2013, p. 68).

Sendo assim, um Cenário Inclusivo para Aprendizagem Matemática deve se configurar como um ambiente que propicie aos participantes a possibilidade de *formular questões* e não apenas responder questões fechadas de forma objetiva e direta. Deve possibilitar a *reflexão, discussão e interação* em busca de novas respostas. As atividades devem ser pensadas visando *aproximar a realidade em que o indivíduo está inserido* à proposta apresentada, trazendo significado para ele, fazendo com que sinta parte da atividade (SANTOS, 2016).

Nesse tipo de cenário os participantes, de forma conjunta com o professor, *formulam questões, procuram justificativas e buscam respostas*, se tornando corresponsáveis pelo seu processo de aprendizagem (SANTOS, 2016).

Ambiente e atividades devem ser idealizados visando *atender a todos* e para isso devem ser elaborados com o *uso de diferentes mídias* simultaneamente, explorando todo o potencial que as tecnologias nos oferecem. Não importa se conhecemos ou não as deficiências





de nossos alunos, devemos sempre pensar em atender o máximo de diversidade possível. Lembrando que o ideal não é adaptar e sim criar algo que todos possam desfrutar.

■ ASPECTOS METODOLÓGICOS

O presente artigo traz como base a atividade final proposta aos alunos que cursaram a disciplina “Educação Matemática e Inclusão” do programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo. De modo geral, as atividades propostas nesta disciplina estão organizadas em torno de estudos sobre as relações entre práticas matemáticas, aprendizagem e inclusão, e buscam enfatizar questões relativas à complexa orquestração de contextos escolares que respeitem a diversidade de seus atores, com intuito de compreender esses contextos, tanto do ponto de vista teórico quanto prático.

Especificamente a atividade discutida aqui tinha como objetivos (1) discutir características e potenciais de diferentes ambientes e ferramentas para atender a diversidade dos alunos inclusos e (2) envolver os participantes na análise de tarefas, práticas pedagógicas e situações.

Os alunos da turma se organizaram em duplas e tiveram aproximadamente 30 dias para elaborá-la e testá-la antes da apresentação. A atividade proposta aos alunos compreendia os seguintes pontos:

- Definir o público alvo da Educação Especial ou da Educação Inclusiva que pretendiam atender;
- Selecionar o conteúdo matemático que seria desenvolvido e o ano escolar;
- Escolher, pelo menos, duas ferramentas da lista oferecida e elaborar uma proposta para trabalhar o conteúdo matemático escolhido com o público selecionado, com base nos Cenários Inclusivos para Aprendizagem Matemática;
- Aplicar a proposta no dia combinado com a turma, utilizando até 30 minutos.
- Após a aplicação a proposta será debatida com o grupo.

Vale destacar que cada uma das propostas apresentadas foi amplamente debatida pelo grupo de alunos da disciplina que contava com professores da Educação Básica desde o Ensino Infantil ao Ensino Médio, do Ensino Superior e da Educação Especial. Essas discussões apoiarão as análises dos dados.

A relação de ferramentas disponibilizadas foi: *StoryJumper*, *TimeToast*, *Thinglink*, *Edpuzzle*, *GoConqr* - Mapas Mentais, *Strip Creator*, *Edillim*, *Padlet*, *Flashcards* e *Software Somar*.





Neste artigo trazemos dois cenários apresentados. Um deles utilizou as ferramentas *StoryJumper*² e *Flashcards*³, e o outro contemplou o *Edpuzzle*⁴, *Padlet*⁵, *StoryJumper*.

O *StoryJumper* é uma ferramenta que permite a criação de livros em apenas sete passos. É possível criar a capa, adicionar texto e desenhos, editar personagens, escolher o fundo de cada cena, aguçando a imaginação e criatividade dos idealizadores do livro. As histórias são criadas em formato *flash* e é possível imprimir as histórias criadas. Já o *Flashcards* é uma ferramenta que auxilia na memorização de determinados assuntos. Serve para estudar e relembrar palavras, verbos, algumas regras gramaticais e fórmulas, leis e muito mais. É possível acompanhar o progresso de aprendizagem/memorização, podendo ser utilizada tanto em computadores quanto em dispositivos móveis.

Com *Edpuzzle* o professor pode transformar um vídeo em uma vídeo-aula, editando, comentando e inserindo questões. É permitido cortar o vídeo, selecionado apenas o trecho que interessa para determinada aula ou para discutir determinado assunto. Outro recurso disponível é a “Faixa de áudio” que possibilita que o professor insira um áudio sobre o áudio original. Temos, ainda, o recurso “Comentário em áudio” que permite que um breve comentário seja inserido em determinado trecho do vídeo e, por fim, o recurso *Quiz* que admite que sejam criadas questões discursivas e objetivas, bem como permite solicitar que seja inserido um comentário em determinado trecho do vídeo.

O *Padlet* é um *site* colaborativo da *internet*, que permite que sejam compartilhados com outros usuários fotos, textos, *links*, vídeos e outros conteúdos. Esses espaços colaborativos são chamados de “mural” e possuem algumas opções de formatação, tais como organização em colunas ou linhas. Em relação à privacidade, o mural conta com quatro opções de edição: privado, protegido por senha, segredo e público. Os murais criados podem ser avaliados e ainda, é possível permitir que as postagens sejam comentadas.

Cenário 1 – Ferramentas Educativas como facilitadoras do ensino de Matemática em uma sala de aula inclusiva

Esse Cenário Inclusivo para Aprendizagem Matemática contemplou uma atividade para alunos do 9º ano, de uma sala de aula inclusiva, que dentre as especificidades da turma, apresentava alunos com Síndrome de Down, TDAH e Autismo. Em relação ao conteúdo matemático foram escolhidos razão e proporção. As ferramentas selecionadas para a elaboração do cenário foram *Edpuzzle*, *Padlet* e *StoryJumper*.

2 <https://www.storyjumper.com/>

3 <https://www.goconqr.com/pt-BR/flashcards/>

4 <https://edpuzzle.com/>

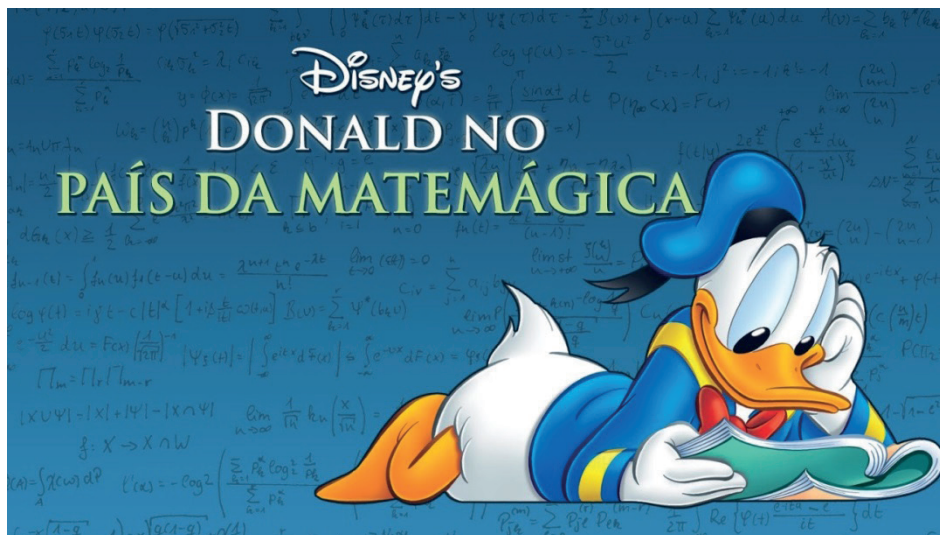
5 <https://padlet.com/>





O cenário foi organizado em três momentos. No primeiro momento, utilizando a ferramenta *Edpuzzle*, foi apresentado à sala o filme “Donald no País da Matemática”, como ilustra a Figura 1.

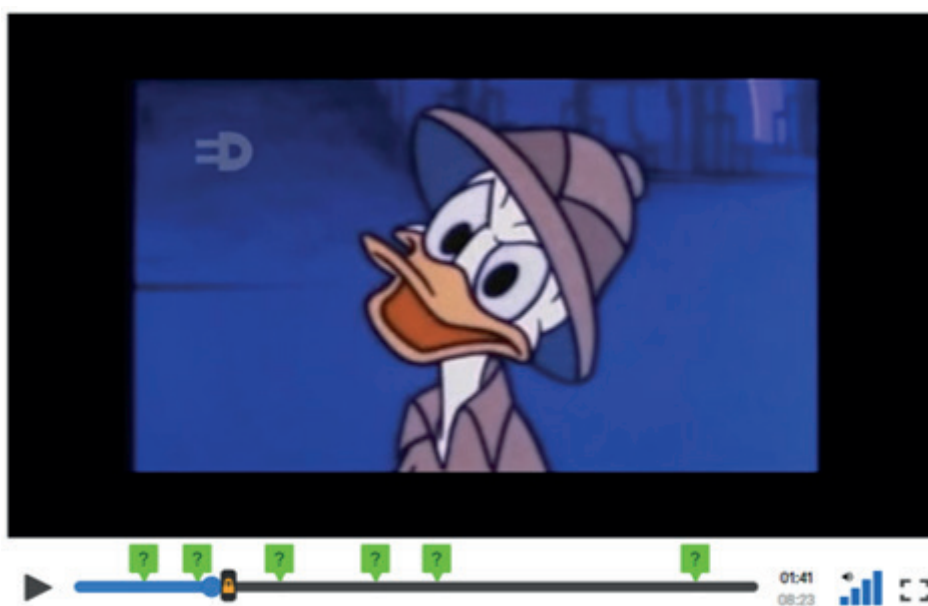
Figura 1. Filme Donald no País da Matemática



Fonte: <https://edpuzzle.com/assignments/5c07e4505e079b4066ecdb34/watch>

Durante o vídeo, foram inseridas algumas perguntas, conforme podemos verificar na Figura 2, na qual a cada vez que o cursor alcançava um dos pontos de interrogação verdes, uma questão era apresentada. Foram utilizadas questões de múltipla escolha, considerando as características e especificidades dos alunos que deveriam ser atendidos, bem como as informações que eram trazidas durante o filme.

Figura 2. Uso do Edpuzzle no filme Donald no País da Matemática



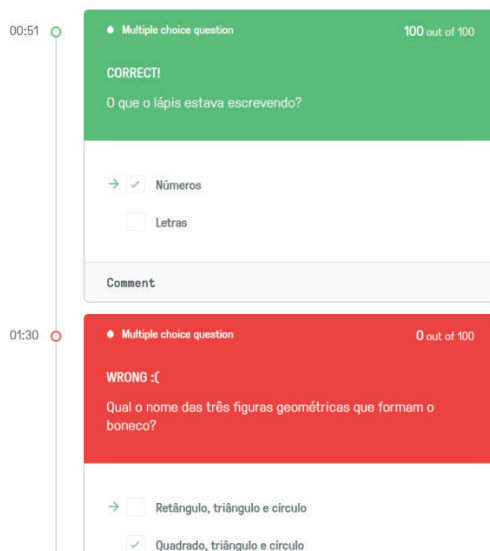
Fonte: <https://edpuzzle.com/assignments/5c07e4505e079b4066ecdb34/watch>





Essas questões visam o aprendizado de conceitos matemáticos que são apresentados no vídeo ou que podem ser explorados pelo professor a partir dele. Na Figura 3 apresentamos duas opções de *feedback* dado pela ferramenta, uma para acerto e outra, quando a resposta apresentada está errada.

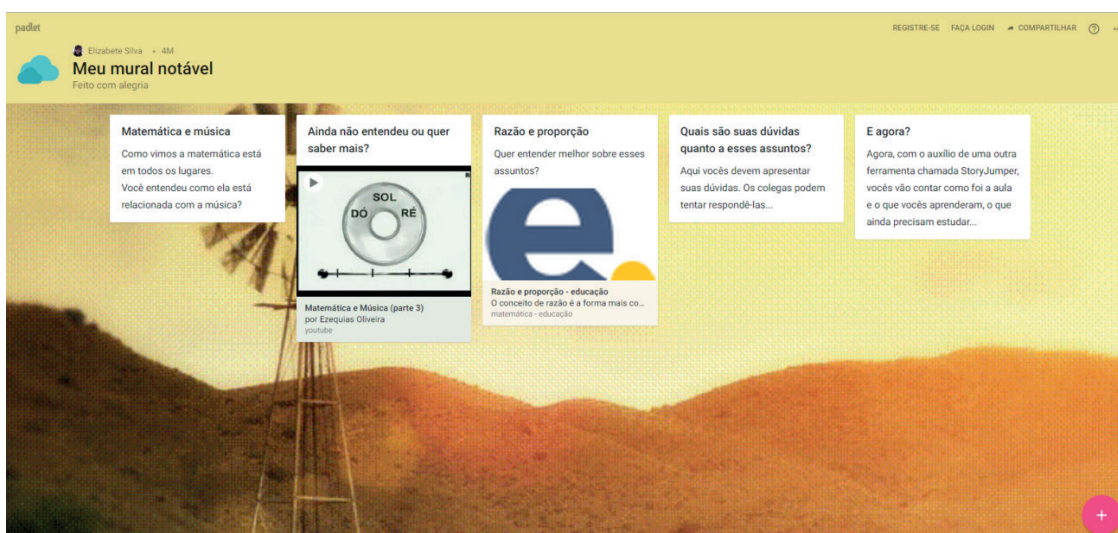
Figura 3. *Feedback* apresentado pela ferramenta Edpuzzle



Fonte: <https://edpuzzle.com/assignments/5c07e4505e079b4066ecdb34/watch>

Durante o segundo momento, os alunos foram levados a explorar o *Padlet* criado. Para esse mural, como podemos constatar por meio da Figura 4, foram trazidas algumas questões, materiais complementares e um convite, para que os alunos explorassem a ferramenta *StoryJumper*, com o objetivo de exporem o que eles aprenderam durante a aula.

Figura 4. *Padlet* – Meu mural notável



Fonte: <https://padlet.com/elizabetels31/cjmwzg817nct>





Por fim, o último momento foi destinado à criação de um livro pelos alunos, para que eles pudessem refletir sobre o que foi discutido durante a aula. Na Figura 5 apresentamos parte de um livro criado visando atender ao que foi solicitado.

Figura 5. StoryJumper – Minha aula de Matemática.



Fonte: <https://www.storyjumper.com/book/index/62240855/5c0800dce8326>

Cenário 2 – Inclusão Educação de Jovens e Adultos – EJA

O segundo Cenário Inclusivo para Aprendizagem Matemática contemplou o estudo da Educação Financeira, voltado para o público da Educação de Jovens e Adultos.

Esse cenário utilizou duas ferramentas: *StoryJumper* e *Flashcards*. O uso do *StoryJumper* foi utilizado para a criação de um livro que contava a história de uma família que adora se divertir, porém, eles não fazem muito o controle dos gastos com o cartão de crédito, o que acabou levando-os a uma dívida que não conseguiam pagar.

Esse contexto foi utilizado para introduzir e discutir com os alunos da EJA alguns aspectos sobre o uso inadequado do cartão de crédito e as principais consequências que esse uso pode trazer para as famílias.

Figura 5. StoryJumper – Educação Financeira



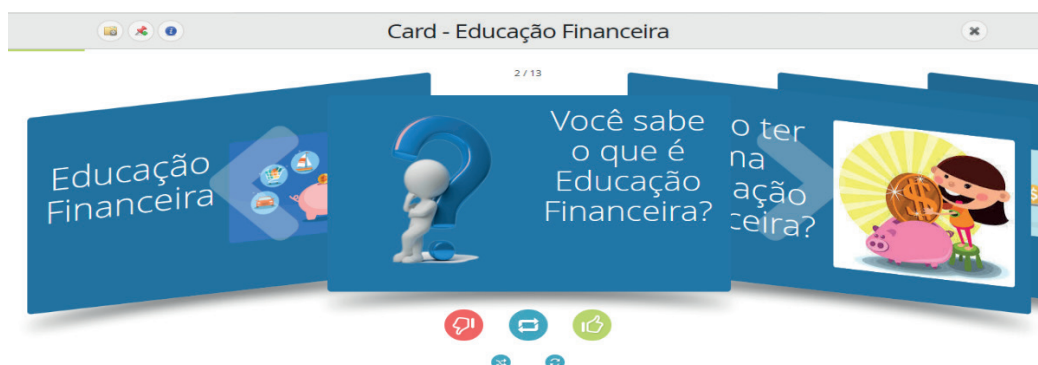
Fonte: <https://www.storyjumper.com/book/index/58277775/5b85cd048ef77#page/1>





Em outro momento da aula, foi utilizado o aplicativo *Flashcard*, com o objetivo de realizar um *Quiz*, de perguntas e respostas, sobre alguns conceitos básicos de Educação Financeira, utilizando uma das ferramentas disponíveis no *Flashcard*, conforme podemos verificar na Figura 6.

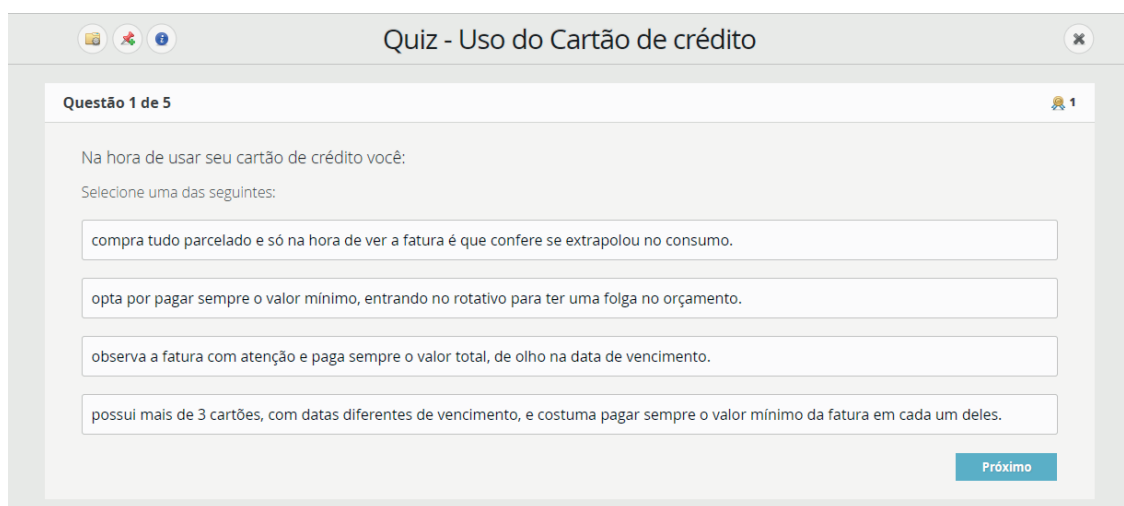
Figura 6. *Flashcard* – Educação Financeira



Fonte: https://www.goconqr.com/pt-BR/p/16231094-Card---Educa--o-Financeira-flash_card_decks

Esse tipo de *Quiz* pode ser utilizado com o intuito de contribuir com a memorização de algumas informações, fatos, datas, equações, entre outros. Após fazer o *Quiz* de memorização com a turma, passou-se para a aplicação de duas atividades, uma delas envolvia o uso do cartão de crédito, visando reforçar os conceitos anteriormente trabalhados em aula, a outra tinha o propósito de conhecer e discutir o perfil financeiro dos alunos. Cada um dos *Quizzes* contou com cinco (5) questões (Figura 7).

Figura 7. *Flashcard* – Atividade 1: Uso do cartão de crédito



Fonte: <https://www.goconqr.com/pt-BR/p/16237115-Quiz---Uso-do-Cart-o-de-cr-dito-quizzes>

A atividade 1, que visava discutir o uso do cartão de crédito, procurou conscientizar os alunos no que se refere ao uso descontrolado do cartão de crédito, que pode ser um instrumento importante e aliado da vida financeira da pessoa, desde que utilizado de forma correta, a um grande vilão, responsável por destruir famílias.





O Brasil é um dos países com maior taxa máxima de juros do rotativo no cartão de crédito do mundo, ocupando a 42º posição com a média de 337% ao ano cobrado pelas instituições financeiras⁶. Daí a importância de se discutir as consequências do uso inadequado do cartão de crédito.

A segunda atividade tinha o intuito de conhecer o perfil financeiro dos alunos e para isso foi criado um *Quiz* com cinco perguntas, conforme verificamos na Figura 8.

Figura 8. *Flashcard* – Atividade 2: Perfil financeiro

Quiz - qual o seu perfil financeiro?

Questão 5 de 5

Se você vai projetar o patrimônio necessário para viver de renda no futuro, qual variável irá considerar na rentabilidade dos seus investimentos?

Selecione uma das seguintes:

Taxa de juros nominal

Taxa de juros real

Inflação

Taxa Selic

Anterior Próximo

Fonte: <https://www.goconqr.com/pt-BR/p/16237407-Quiz---qual-o-seu-perfil-financeiro--quizes>

Além de traçar o perfil financeiro dos alunos, por meio da proposta era possível indicar os caminhos a serem trilhados na enseada financeira como investimentos futuros, a aposentadoria, entre outros.

■ DESCRIÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Após a apresentação dos cenários inclusivos para aprendizagem matemática iniciamos uma discussão com os alunos da disciplina “Educação Matemática e Inclusão” do programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo, sobre a viabilidade da aplicação dos cenários e os possíveis resultados que eles poderiam proporcionar.

Durante nossa conversa foi pautada a necessidade de conhecer as ferramentas antes de pensar no conteúdo matemático e no perfil do aluno, tendo sido considerado um dos principais desafios apontados pelos alunos, que em sua totalidade são professores.

6 Disponível em: <https://extra.globo.com/noticias/economia/brasil-tem-taxa-de-juros-do-cartao-de-credito-mais-alta-do-mundo-23005528.html>. Acesso em 20/03/2019.





A importância de haver conexão entre as ferramentas e o conteúdo foi uma observação apontada, uma vez que entendem que não é qualquer conteúdo que se adequa a qualquer ferramenta. Uma escolha inadequada pode comprometer os objetivos da aula planejada.

Todas as atividades apresentadas tinham como foco principal o aluno e privilegiava a interação entre alunos e entre eles com as ferramentas, tendo sido aplicadas com seus alunos e com colegas professores, visando testar a viabilidade e identificar possíveis ajustes. Essas atividades eram híbridas, apresentando parte para ser desenvolvida em sala de aula e parte para casa, considerando que os alunos atualmente possuem em sua maioria celular com acesso a *internet*, podendo ser utilizados os computadores da escola para suprir eventuais necessidades daqueles alunos que não dispõem de celular para ser utilizado em aula.

Ao final de nossa discussão percebemos que a atividade proposta despertou várias ideias entre os alunos, todos professores, sobre o potencial em utilizar as ferramentas apresentadas em suas aulas, tornando suas aulas mais interativas, explorando o lúdico e despertando o interesse de seus alunos.

■ CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os avanços tecnológicos refletem diretamente nas relações da sociedade e a escola não pode ficar à margem desse progresso. Faz-se necessário criar estratégias adequadas para promover equidade nas aulas fazendo uso de variadas ferramentas tecnológicas.

É extremamente importante que o professor não encare as deficiências ou limitações de seus alunos como um obstáculo, mas sim como uma oportunidade para fazer a diferença na vida deles, pesquisando, buscando diferentes recursos e novas maneiras de ensinar, respeitando a diversidade e possibilitando o desenvolvimento de suas habilidades. Sem dúvida, o uso da tecnologia pode ser um grande aliado dos professores, pois além de promover maior interação, contribui com o aumento de estímulos e permite, em alguns casos, que o aluno desenvolva sua autonomia durante a realização das atividades pedagógicas, despertando sua potencialidade durante o processo de aprendizagem.

O presente artigo procurou demonstrar que o uso diversificado de ferramentas tecnológicas, em nosso caso particular, aplicativos *on-line*, se configura como um importante recurso pedagógico, que pode e deve ser inserido na prática pedagógica. No que refere aos alunos público alvo da Educação Especial, entendemos que a utilização da tecnologia, dentre as benesses, propicia que o educando se veja capaz de aprender, interagir e socializar com os colegas, favorecendo o desenvolvimento de sua autonomia e autoestima, e por sua vez, podendo beneficiar sua aprendizagem.

Apontamos que embora seja reconhecido o potencial que as tecnologias apresentam no processo de aprendizagem de alunos com algum tipo de limitação, entendemos que ainda





são grandes os desafios de professores e da sociedade em geral em tornar a escola e as aulas inclusivas. Mas, sabemos, também, que se faz necessária a participação e envolvimento de todos os agentes do processo educacional com dedicação e comprometimento diário.

Finalizamos, destacando que esse artigo trata de uma temática ampla e que sem dúvidas, requer aprofundamentos e desdobramentos, principalmente com um olhar voltado para o público alvo da Educação Inclusiva.

■ REFERÊNCIAS

1. ALTENFELDER, A. H.; VIANA, C.; BLÁSIS, E. de.; ESTIMA, R. I. V. B.; BERTOCCHI, S. **Ensinar e aprender no mundo digital: fundamentos para a prática pedagógica na cultura digital**. São Paulo: Cenpec, 2011. Disponível em: https://issuu.com/cenpec/docs/ensinar_e_aprender_fasciculo1. Acesso em 18/03/2019.
2. CALEGARI, E.; DA SILVA, R.; DA SILVA, R. **Design Instrucional e Design Universal para a Aprendizagem: Uma Relação que Visa obter Melhorias na Aprendizagem**. Revista D.: Design, Educação, Sociedade e Sustentabilidade, v. 5, 2014. Disponível em <http://seer.uniritter.edu.br/index.php/revistadesign/article/view/724/486>. Acesso em 09/09/2015. Acesso em 20/01/2019.
3. CAST. **Universal Design for learning guidelines version 2.0**, 2012. Wakefield, MA. Disponível em <http://www.udlcenter.org/aboutudl/udlguidelines>. Acesso em 22/09/2014.
4. FAUSTINO, A. C.; PASSOS, C. L. B. **Cenários para Investigação e resolução de problemas: reflexões para possíveis caminhos**, 2013. Disponível em <http://www.fecilcam.br/revista/index.php/educacaoelinguagens/article/viewFile/640/376>Acesso em 22/02/2019.
5. FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. (2016). Rumo à educação matemática inclusiva: reflexões sobre nossa jornada. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, Edição Especial: Educação Matemática, 7(4), pp. 28-48.
6. KLEINA, C. **Tecnologia assistiva em educação especial e educação inclusiva**. 1. Ed. Curitiba: InterSaberes, 2012.
7. RODRIGUES, E.B.T; SILVA, J.A; SANTOS, R.C.F. **Importância das Tecnologias na Educação Inclusiva**. Disponível em <https://www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/1269.pdf>. Acesso em 25.03.2019.
8. SANTOS, C. E. R. dos. **Ambiente Virtual de Aprendizagem e Cenários para investigação: contribuições para uma Educação Financeira acessível**. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, , Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016. 280 f.
9. SKOVSMOSE, O. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica**. Campinas-SP: Papirus, 2008.



Contribuições de estudantes da educação básica e da licenciatura em matemática para uma educação financeira crítica

| **Fernanda Muniz dos Santos**
UFRJ

| **Jerlan Manaia de Araújo**
UERJ

| **Gabriela dos Santos Barbosa**
UERJ

RESUMO

Neste artigo temos como objetivo confrontar os resultados de duas pesquisas que abordam a Educação Financeira: uma voltada para as crenças e concepções de estudantes do Ensino Médio e outra voltada para os mesmos aspectos só que com estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática. Procuramos identificar em que medida as crenças e concepções dos estudantes da educação básica se aproximam daquelas dos estudantes de graduação. Com base nessa análise, pretendemos indicar elementos da Educação Financeira que devem perpassar a formação de professores, para que esses possam colocar em prática ações que contemplem os anseios dos estudantes e, ao mesmo tempo crie condições para que eles desenvolvam uma postura crítica em relação ao consumismo incentivado pelo modo de vida capitalista. Partimos do pressuposto de que o domínio de conceitos da Matemática Financeira não é suficiente para que os indivíduos façam uso adequado dos recursos financeiros. Vivemos numa sociedade extremamente consumista em que as pessoas são incentivadas constantemente pela mídia a consumir. A consumir muitas vezes aquilo que não precisa ou que degrada o meio ambiente. É urgente a inserção da Educação Financeira nas práticas escolares. Para isso, é fundamental também formar professores e promover reflexões sobre crenças e concepções acerca da Educação Financeira nos cursos de formação inicial e continuada.

Palavras-chave: Educação Financeira, Licenciatura em Matemática, Educação Básica.

■ INTRODUÇÃO

Neste artigo temos como objetivo confrontar os resultados de duas pesquisas que abordam a Educação Financeira: uma voltada para as crenças e concepções de estudantes do Ensino Médio e outra voltada para os mesmos aspectos só que com estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática. Procuramos identificar em que medida as crenças e concepções dos estudantes da Educação Básica sobre Educação Financeira se aproximam daquelas dos estudantes de graduação. Com base nessa análise, pretendemos indicar elementos da Educação Financeira que devem perpassar a formação de professores, para que esses possam colocar em prática ações que contemplem os anseios dos estudantes e, ao mesmo tempo, crie condições para que eles desenvolvam uma postura crítica em relação ao consumismo incentivado pelo modo de vida capitalista.

Nos últimos anos foi emergente a preocupação em educar financeiramente os indivíduos. Essa preocupação teve origem em uma das recomendações da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) para os países membros, em 2004. Entretanto, devemos nos questionar sobre as reais intenções das diversas propostas de Educação Financeira que vêm sendo difundidas, pois são projetos financiados por grandes empresas privadas do setor financeiro.

Se pretendemos formar cidadãos educados financeiramente, para que estejam aptos a lidar com as diversas situações econômico-financeiras que se apresentam no cotidiano e possam refletir sobre o consumismo de forma consciente, é primordial a discussão sobre a Educação Financeira nos cursos de formação inicial e continuada de professores de Matemática. Professores e futuros professores devem passar por uma formação que sustente suas práticas de ensino críticas, que não se submeta aos interesses das grandes organizações e leve os estudantes a questionarem os princípios que vigoram numa sociedade que se estrutura a partir do incentivo ao consumo. Assim, essa pesquisa se justifica pela necessidade de promover, no âmbito escolar, ações que levem à reflexão dos alunos sobre temas ligados à Educação Financeira.

Para contemplar nosso objetivo, por meio de uma análise bibliográfica, revisitamos as pesquisas de Araújo, Barbosa e Luna (2018) e de Araújo, Barbosa e Santos (2019) em que foram identificadas as crenças e concepções de, respectivamente, estudantes da educação básica e de Licenciatura em Matemática. Este artigo está estruturado de modo que, na próxima seção, trazemos nossa concepção sobre Educação Financeira e, na sequência, apresentamos uma síntese de cada uma dessas pesquisas para, então, antes das considerações finais, confrontarmos seus resultados a fim de contribuímos para o debate mais amplo sobre a abordagem da Educação Financeira na formação inicial de professores de matemática.



Cabe mencionar que entendemos os termos crenças e concepções tal como Callejo; Vila (2006). Estes autores definem as crenças como conhecimento subjetivo que tem sua aparição visível e entranhada na opinião do sujeito. São construídas por meio das experiências, informações, percepções, etc. e provocam o surgimento de determinada prática. Possuem traços de estabilidade, porém são dinâmicas já que a vivência e o conflito com outras crenças podem alterá-las. Desde então “as crenças relacionam-se umas com as outras, formando uma estrutura mais ampla, que chamaremos de sistemas de crenças” (CALLEJO; VILA, 2006, p. 44).

Já em relação às concepções, Callejo; Vila (2006) as diferenciam das crenças pelo conteúdo. As concepções estão relacionadas aos conceitos matemáticos concretos. As crenças se relacionam com a prática do professor, suas atitudes e a forma de conduzir o processo de ensino-aprendizagem.

■ CONSUMO E EDUCAÇÃO FINANCEIRA

No Brasil e no mundo, o número de famílias endividadas é bem significativo. Segundo dados da Pesquisa de Endividamento e Inadimplência do Consumidor (PEIC), apurada pela Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo (CNC), o percentual de famílias brasileiras com contas ou dívidas em atraso no mês de julho de 2018 foi de 59,6%. São dívidas com cartão de crédito, cheque especial, empréstimos, financiamento de imóvel, prestação de carro e tantas outras. Contudo, o cartão de crédito foi apontado como o principal tipo de dívida em 76,4% das famílias endividadas. Souza; Torralvo (2008) asseguram que o fácil acesso ao crédito e a ausência de planejamento financeiro são as justificativas para os elevados índices, entretanto entendemos que essas não são as únicas justificativas, já que precisamos levar em consideração a realidade vivenciada pelos brasileiros, que em sua maioria recebem salários insuficientes para o pagamentos de todas as despesas básicas.

Os dados apurados pela CNC revelam ainda que os resultados são semelhantes entre as diversas faixas de renda. Para as famílias com renda de até dez salários mínimos, o percentual de endividamento foi de 60,8%, enquanto nas famílias com renda acima de dez salários mínimos, o percentual é de 54,1%. Isso nos leva a questionar que a falta de planejamento financeiro não está ligada ao poder aquisitivo de um indivíduo, já que os números permanecem altos até mesmo nas faixas de renda mais elevadas. Nessa perspectiva, Saito (2007), ressalta que

[...] o êxito na gestão das finanças pessoais não está relacionado exclusivamente ao nível de recursos financeiros acumulados por um indivíduo durante sua vida, mas à capacidade de planejar a disponibilidade destes, para a realização de projetos pessoais e familiares. (SAITO, 2007, p. 20).





Para entendermos os motivos que levam à ausência de planejamento financeiro, precisamos analisar a estrutura econômica vigente, que é majoritariamente capitalista. O consumo é a peça chave nesse jogo do mercado, portanto para o sistema permanecer em funcionamento, é necessário o recrutamento de uma sociedade de consumidores, que estejam prontos a consumir o que lhes for apresentado. Bauman (2008) nos apresenta uma característica importante dessa sociedade:

A característica mais proeminente da sociedade de consumidores – ainda que cuidadosamente disfarçada e encoberta – é a transformação dos consumidores em mercadorias; ou antes, sua dissolução no mar de mercadorias (BAUMAN, 2008, p. 20).

Bauman (2008) destaca também que as pessoas não estão preocupadas apenas consigo mesmas, mas em serem vistas, notadas, comentadas, desejadas etc. Assim, vender-se para a sociedade é o normal, a invisibilidade é o equivalente à morte social e o surgimento das redes sociais corroborou para o aguçamento dessa perspectiva. Ainda de acordo com esse autor, vivemos tempos líquidos, nos quais a velocidade com que as transformações ocorrem aumenta a cada dia. Assim, as relações estão cada vez mais dinâmicas, fluídas e velozes. Ao analisar a produção de mercadorias, podemos perceber que a todo instante surgem novos produtos nas prateleiras e vitrines das lojas.

Kistemann Jr. (2011, p. 71) distingue algumas características marcantes dessa sociedade de consumo, também chamada por ele de sociedade de consumo líquido moderna, que são: “(i) o consumo de massas; (ii) a moda em velocidade de progressão geométrica; (iii) mercadorias descartáveis, mercadorias-signo; (iv) sentimento de insaciabilidade, e o principal, (v) o indivíduo consumidor como seu personagem central”. Nesse sentido, a mídia tem um papel muito importante na sociedade de consumidores, pois ela favorece a manutenção e o fortalecimento destas características. Ela permite, por exemplo, criar nos indivíduos desejos pelo consumo, associando consumo à felicidade. Esses desejos são despertados por meio de propagandas, comerciais, outdoors e em diversos veículos de publicidade. Importante observar, no entanto, que nem toda imposição ao consumo é apresentada de forma explícita. A cultura do consumo é fomentada até mesmo pelo simples fato de pessoas famosas utilizarem um determinado produto. O produto usado logo *entra na moda* e a sociedade passa a desejar adquiri-lo (BAUMAN, 2008; KISTEMANN JR, LINS, 2014).

Bauman (2008) e Kistemann Jr. (2011) revelam também que a sociedade de consumo, para se manter, precisa tornar perpétua a não satisfação de seus consumidores, por isso a todo instante surgem novos produtos no mercado. A moda de roupas, por exemplo, está a todo instante sendo alterada. Muitas vezes o indivíduo nem teve oportunidade de vestir e a roupa já *saiu de moda*. Os celulares, por sua vez, possuem suas tecnologias inseridas nos





aparelhos de forma gradativa, a fim de sempre tornar ultrapassado e retrógrado o aparelho lançado anteriormente.

A questão é que toda essa produção acaba gerando um grande acúmulo de lixo, que polui o meio ambiente, além de gerar desperdício, pois muitos produtos são adquiridos sem haver uma real necessidade de uso (BAUMAN, 2008). Além disso, gera ainda problemas de ordem psicológica e desgaste físico, já que para a maioria da população se manter consumindo, é necessário muito trabalho. Entretanto, mesmo trabalhando, nem todos possuem condições financeiras de se manter nessa sociedade de consumo, pois a maioria dos salários é baixo e insuficiente até mesmo para garantir as necessidades básicas, conforme aponta a pesquisa do Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos (DIEESE) de julho de 2018.

Estes fatos nos levam a verificar a necessidade de uma Educação Financeira desde os anos iniciais da educação básica que não se restrinja ao ensino da Matemática Financeira e dos tipos de investimentos bancários. Para fazer frente ao modelo capitalista, é fundamental uma Educação Financeira na perspectiva crítica defendida por Kistemann Jr. (2011), que proporcione reflexões construtivas para os estudantes. Que o estudante não aprenda apenas a consumir, mas, sim, se deve consumir, e avalie os impactos pessoais e sociais do seu consumo. E, sendo assim, inevitavelmente duas amplas questões se colocam: Como construir um programa em Educação Financeira na perspectiva crítica? Como implementá-lo?

Entendemos que a primeira ação na direção de respondê-las é ouvir os principais sujeitos envolvidos, isto é, estudantes, professores e futuros professores da educação básica. O que eles pensam sobre Educação Financeira?

AS CRENÇAS E CONCEPÇÕES DOS ESTUDANTES DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Tendo como objetivo investigar as crenças e concepções de estudantes de Ensino Médio de uma escola de periferia em relação à Educação Financeira, Araújo, Barbosa e Santos (2019) realizaram um estudo de caso com 7 estudantes do 1º Ano do Ensino Médio da Escola Estadual Melchíades Picanço, localizada no bairro do Barreto, na cidade de Niterói, Rio de Janeiro.

Para coletar os dados, foi proposto aos estudantes que respondessem individualmente e por escrito o questionário apresentado no Quadro 1:



Quadro 1

1. Quantas pessoas moram na sua casa, incluindo você?
2. Entre os moradores da sua casa, quantos exercem algum tipo de atividade remunerada?
3. Somando a renda das pessoas que moram com você, quanto é, aproximadamente, a renda familiar?
 - (A) Nenhuma renda.
 - (B) Até 1 salário-mínimo (até R\$ 998,00)
 - (C) De 1 a 3 salários-mínimos (de R\$ 998,00 até R\$ 2.994,00)
 - (D) De 3 a 6 salários-mínimos (de R\$ 2.994,00 até R\$ 5.988,00)
 - (E) De 6 a 9 salários-mínimos (de R\$ 5.988,00 até R\$ 8.982,00)
 - (F) De 9 a 12 salários-mínimos (de R\$ 8.982,00 até R\$ 11.976,00)
 - (G) Acima de 12 salários-mínimos (Acima de R\$ 11.976,00)
4. Quem é o principal responsável pelo provimento financeiro da sua família?
5. Qual a profissão exercida pelo responsável pelo provimento financeiro da sua família?
 6. Você já ouviu falar de Educação Financeira? Onde?
 7. O que é Educação Financeira para você?
8. Você aprendeu sobre Educação Financeira na escola? Se sim, o quê?
9. A Educação Financeira pode ser aplicada no cotidiano? Como?
10. A Educação Financeira pode contribuir com a redução dos altos índices de famílias endividadas? Como?
 11. Quais são as possíveis causas do endividamento familiar?
 12. O que você gostaria de aprender em Educação Financeira?

Fonte: Dados da pesquisa.

Nas respostas dadas pelos estudantes, chamou a atenção dos autores o fato de todas as famílias estarem na mesma faixa de renda familiar, de 1 a 3 salários-mínimos. Além disso, o valor era para o sustento de famílias que têm de 3 a 5 pessoas e, em quatro delas, havia apenas uma pessoa responsável pelo sustento de todos. Em duas famílias havia duas pessoas que exerciam alguma atividade remunerada e, apenas em uma das famílias, havia três pessoas que possuíam alguma renda.

Os principais responsáveis pelo provimento financeiro das famílias eram o pai, a mãe, o padrasto e a avó, sendo o pai apontado por três estudantes, a mãe por dois estudantes, o padrasto por um estudante e a avó também por um estudante. As profissões exercidas por esses provedores eram motorista de ônibus, pedreiro, contador, ascensorista e gerente, enquanto dois estudantes disseram que o provedor já era aposentado.

Assim, os sujeitos investigados foram considerados de baixa renda, que estavam em situação de vulnerabilidade. Nas famílias em que havia apenas um provedor, se este ficasse desempregado ou impossibilitado de trabalhar, não haveria garantias de sustento. Além disso, possivelmente esses estudantes não tinham garantido o acesso às necessidades básicas, já que, devido à baixa renda familiar e ao número de indivíduos que viviam dessa renda, a renda per capita era inferior ao salário-mínimo. De acordo com dados do Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos, o salário-mínimo em janeiro de 2019 era muito inferior ao necessário, pois um salário deveria ser aproximadamente quatro vezes maior que o salário mínimo nominal em vigência, para que se pudessem garantir as necessidades básicas como moradia, alimentação, educação, saúde, higiene, transporte etc. Assim, mesmo com os sucessivos aumentos reais que houve durante a política de valorização do salário-mínimo, o mesmo ainda não era capaz de garantir o acesso às necessidades básicas dos trabalhadores.



As questões 7, 9, 10, 11 e 12 eram específicas sobre Educação Financeira. Nelas foi recorrente a expressão *usar o dinheiro*. Houve ainda expressões como *investir* e *investimento*. Nas análises destas respostas, os autores inferiram que os estudantes associavam a Educação Financeira à educação para o consumo, já tendo o consumo como algo naturalizado, sem que este possa ser questionado por uma Educação Financeira crítica. Ainda que discretamente, as respostas dos estudantes associadas ao interesse que demonstraram pelo estudo das questões financeiras revelaram também o desejo de inserção na sociedade capitalista com um poder de consumo maior.

As respostas apresentadas na questão 9 (A Educação Financeira pode ser aplicada no cotidiano?) reforçaram ainda mais a impressão de que os estudantes associavam a Educação Financeira ao domínio de modos de usar e investir o dinheiro, ou seja, ao consumo. Dois estudantes chegaram a expressar que *a Educação Financeira é útil quando se faz uma compra*. É importante destacar que, segundo as ideias de Bauman (2008) e Kistemann Jr (2011), o indivíduo precisa ser levado a refletir sobre o consumo exagerado, sobre o consumo desnecessário. Assim, a Educação Financeira também passa a ser útil quando se decide por não se fazer uma compra, uma vez que, ministrada numa perspectiva crítica, ela pode levantar questões sobre o consumo e a promoção das desigualdades sociais e até sobre o consumo e as questões ambientais (BAUMAN, 2008).

Os sujeitos da pesquisa precisavam se dar conta de que o consumo é a mola propulsora do sistema capitalista e que este, por sua vez, preconiza as desigualdades sociais que os enquadram como indivíduos de baixa renda, que estão em situação de vulnerabilidade. No entanto, esta consciência ainda estava longe de ser formada. A menção a investimentos e o desejo de saber investir nos levaram a inferir sobre o desejo dos estudantes de inserção na sociedade capitalista sem sequer questioná-la.

A resposta de um dos estudantes, que associava a sobra de determinada quantia ao modo como o indivíduo administra seus recursos, sugeriu que ele não reconhecia sua posição dentro da engrenagem capitalista. Embora ele pertencesse a uma família cuja renda não cobre as necessidades básicas, ele, de fato, acreditava que seu dinheiro não sobrava porque era mal administrado. Tivemos na resposta deste estudante um primeiro indicativo de que os sujeitos de algum modo se culpabilizavam ou culpabilizavam seus provedores pelos insucessos financeiros. Este indicativo se confirmou quando analisaram as respostas dadas às questões 10 e 11.

Saber usar o dinheiro, saber investir, não se endividar, saber quitar dívidas, ter um orçamento e atuar dentro dos limites deste orçamento são conhecimentos que, segundo os estudantes, poderiam ser adquiridos por meio da Educação Financeira e que poderiam contribuir para a redução do alto índice de famílias endividadas. O que eles não percebiam





é que, especificamente na classe social a que pertenciam, o endividamento é quase inevitável. Como já mencionamos, as rendas de suas famílias não cobriam necessidades básicas e, vez ou outra, para suprir estas necessidades, os provedores acabavam por se endividar. Como saber usar o dinheiro de que não se dispõe? Como organizar um orçamento com uma renda que não cobre necessidades básicas? Como não se endividar frente à possibilidade de morar na rua ou frente à necessidade de alimentos e remédios para um filho? E como liquidar dívidas, se ninguém lhe dá crédito graças a sua baixa renda?

Assim, as questões que perpassam o endividamento das famílias de baixa renda não são as mesmas que perpassam o endividamento das famílias com rendas mais elevadas. O discurso de que a Educação Financeira, entendida como instrução para saber usar o dinheiro, pode resolver problemas de endividamento, é extremamente frágil e pode ser colocado a serviço da engrenagem capitalista, impedindo que os indivíduos das camadas populares se conscientizem do papel que desempenham nesta engrenagem (mão-de-obra barata, que não recebe nem o suficiente para suprir as necessidades básicas e que, em muitos casos, se expõe a elevadas jornadas de trabalho para compor uma renda um pouco maior) e busquem alternativas sociais, econômicas e, principalmente, políticas, para transformarem a realidade em que vivem.

De acordo com Bauman (2008), o sistema capitalista é alimentado pelas desigualdades sociais e pelo incentivo ao consumo e, desta forma, justificar o endividamento das famílias de baixa renda com a falta de uma Educação Financeira que lhes ensine a usar o dinheiro e culpabilizar os provedores destas famílias que, na verdade, são vítimas de um sistema perverso. Intrinsecamente os autores perceberam esta culpabilização nas respostas dos estudantes e, então, questionaram-se sobre como criar condições para que revissem suas ideias. Refletiram sobre a hipótese de construção de um programa em Educação Financeira, que levasse em consideração os conhecimentos dos estudantes, seus interesses e os interesses do grupo social a que pertencessem. Evidentemente esta é uma tarefa ampla a ser desenvolvida em outras pesquisas, porém as respostas dos estudantes à questão 7 (O que você gostaria de aprender em Educação Financeira?) apontaram alguns caminhos. Um programa em Educação Financeira para estes sujeitos deveria se aproximar da educação matemática, pois, como pode ser percebido, houve nítido o anseio por aprender a investir e cuidar do dinheiro e estes investimentos e cuidados demandam o entendimento de porcentagem, juros simples e compostos, cálculos envolvendo as quatro operações, potenciação e radiciação, entre outros. No entanto, como discutimos anteriormente, com respaldo nas ideias de Bauman (2008) e Kistemann Jr (2011), é necessário também criar condições para que os estudantes questionem o sistema capitalista de produção e distribuição de bens. Nesse sentido a Educação Financeira dá o braço à Filosofia, à Sociologia, à História e à Geografia.



AS CRENÇAS E CONCEPÇÕES DOS ESTUDANTES DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Para identificar as crenças e concepções de futuros professores de Matemática sobre Educação Financeira, Araújo, Barbosa e Luna (2018) realizaram um estudo de caso com nove estudantes do quarto período do curso de Licenciatura em Matemática da Faculdade de Educação da Baixada Fluminense, na Universidade do Estado do Rio de Janeiro (FEBF/UERJ), no município de Duque de Caxias. Mais especificamente, fizeram uma pesquisa de campo em que os licenciandos responderam e discutiram numa roda de conversa suas respostas às questões apresentadas no Quadro 2:

Quadro 2. Questões do questionário

1. O que você entende por Educação Financeira?
2. Como a Matemática pode contribuir para o ensino da Matemática Financeira?
3. Como você aprendeu o modo de pensar acerca do uso do dinheiro?
4. Acha importante o ensino de Educação Financeira nas escolas? Justifique sua resposta.
5. Cite alguns conceitos de Educação Financeira que podem ser discutidos na Educação Básica.

Fonte: Dados da pesquisa.

À luz das ideias de Bauman (2008) e Kistemann Jr (2011), analisaram mais profundamente os dados coletados nas perguntas 1, 4 e 5.

Para a primeira questão, que tinha por objetivo investigar o que os estudantes entendem por Educação Financeira, antes mesmo que qualquer intervenção fosse feita, foi possível observar que 8 dos 9 participantes associaram a Educação Financeira apenas à administração do dinheiro, tendo uma ideia ainda muito relacionada às finanças pessoais. Na Figura 1, temos as respostas de dois estudantes:

“Matéria cujo seu intuito seja ensinar como calcularmos taxas, juros, descontos e etc e além de tudo, ensine uma forma de administrar o dinheiro.”

“Educação financeira são métodos e conceitos matemáticos aplicados a parte de finanças. Como por exemplo os métodos matemáticos para calcular juros simples e juros compostos. Além de métodos e conceitos matemáticos há também a parte da educação formal em um ambiente de trabalho na área de finanças.”

Nestes casos, fica evidente que os 8 estudantes ainda apresentavam uma concepção de Educação Financeira muito restrita, associada somente aos aspectos matemáticos e administrativos. Dos 8 estudantes, 3 também associaram a Educação Financeira ao acúmulo de riquezas e investimentos. Entendiam que a Educação Financeira deveria instruir os alunos para práticas que os conduzissem ao acúmulo de bens, revelando que 8 estudantes estão embebidos na ideologia capitalista tal como mencionado por Bauman (2008) e Kistemann Jr (2011).



Ao serem questionados, na questão quatro, sobre a importância do ensino de Educação Financeira nas escolas, foi unânime que a disciplina deve integrar o currículo da educação básica, não havendo nenhuma oposição. Este dado nos mostra que a opinião dos estudantes vai ao encontro do que vem sendo proposto pela legislação e por diversos pesquisadores sobre a urgência de se inserir Educação Financeira nas escolas. No entanto, as justificativas apresentadas ainda revelam a crença numa Educação Financeira para o consumo e não na reflexão sobre o consumo e sua função numa sociedade capitalista. Elas se referem à importância de se educar financeiramente desde a mais tenra idade, para que tenhamos uma geração que saiba tomar decisões financeiras mais acertadas, já que as finanças fazem parte do cotidiano até mesmo das crianças. A resposta apresentada a seguir é um exemplo:

“Sim. Ajudando o estudante a entender a melhor forma de lidar com as decisões financeiras, que eles terão ao longo da vida. Dando a eles essas competências e habilidades de tomadas de decisões serão gerações mais envolvidas e conscientes, podendo transformar até as já existentes, como a própria família.”

Esse estudante pondera que a educação recebida em sala de aula pode ser capaz de transformar até mesmo a realidade da família. Revela-nos, assim, o potencial efeito multiplicador que a Educação Financeira possui, quando inserido nas escolas.

Outro estudante, cuja resposta se encontra na Figura 4, pontuou ainda os problemas financeiros enfrentados por jovens ao terem seu primeiro contato com o dinheiro, sem antes terem recebido uma formação para tal.

“A educação financeira deveria ser uma disciplina a parte nas escolas, visto a necessidade dos alunos de levar o conhecimento do sistema financeiro para sua vida. Diminuiria o número de casos jovens (sic) que enfrentam problemas ao terem seu primeiro contato com transações. Ex: poupança para formatura no Ensino Médio, FGTS pro 1º emprego, etc.”

O estudante se preocupa com o fato de muitos jovens acabarem se endividando rapidamente, ao se inserirem no mercado de trabalho. Segundo Saito (2007), o fácil acesso a crédito e a ausência de Educação Financeira são os principais motivos. Dívidas que iniciam pequenas evoluem para enormes dívidas rapidamente, devido aos elevados juros que são praticados pelas instituições financeiras.

Por fim, a questão cinco solicitava que os estudantes citassem alguns conceitos de Educação Financeira que podem ser discutidos na educação básica. Em todas as respostas percebemos nitidamente a redução da Educação Financeira à Matemática Financeira, pois os estudantes limitaram-se a listar conteúdos relacionados à Matemática Financeira, como porcentagem, juros simples e compostos, entre outros, como pode ser visto na resposta a seguir:



“Juros simples, composto, parcelamentos, uso de cartão de crédito e débito, cheque especial, financiamento de casa/carro, capitalização são áreas (sic) que podem ser discutidas e aprofundadas em sala de aula.”

Entre os conceitos sugeridos pelos estudantes para serem discutidos na educação básica, os que mais apareceram foram juros, porcentagem, impostos, inflação, desconto, investimentos, financiamentos, comparação de formas de pagamento, importância do planejamento, gráficos e tabelas. Chamou nossa atenção o fato de, em meio aos conteúdos matemáticos, surgir a importância do planejamento como elemento a ser ensinado. Este dado, associado às respostas da questão 4 que revelavam preocupação com o endividamento dos jovens e com a necessidade de se multiplicar os conhecimentos produzidos nas aulas de Educação Financeira, nos leva a inferir que, embora os estudantes possuam crenças que os levam a destacar apenas os aspectos matemáticos da Educação Financeira, uma formação inicial que cause impacto e proponha reflexões sobre o consumismo e o modo como a sociedade capitalista se estrutura a partir dele (Bauman, 2008; Kistemann Jr., 2011), poderá conduzi-los à reformulação de suas crenças e à prática de uma Educação Financeira crítica.

■ CONFRONTANDO AS DUAS PESQUISAS

Voltando-nos para os pontos de aproximação entre as crenças dos estudantes da educação básica e as dos estudantes de Licenciatura em Matemática, destacamos de imediato a alusão aos investimentos bancários e o anseio por instruções sobre como realizá-los. Nessa direção, podemos destacar também a identificação parcial da Educação Financeira com a Matemática Financeira.

Outro aspecto que perpassa também as duas pesquisas é o fato de que, embora haja essa aproximação entre a Educação Financeira e a Matemática, as reflexões ocorridas com base nas respostas dos sujeitos conduziram para a revisão das crenças e concepções sobre Educação Financeira, fazendo vir à tona ideias sobre consumismo e principalmente sobre o consumo exagerado incentivado pelo capitalismo. Assim, estudantes da educação básica e futuros professores perceberam que, há momentos em que as aulas de Matemática podem oferecer ferramentas para a análise crítica do contexto social em que os estudantes estão inseridos, rompendo, assim, com a concepção tradicional de ensino e aprendizagem da Matemática.

A preocupação dos licenciandos com o endividamento dos jovens e com a necessidade de lhes ensinar o planejamento financeiro nos sugerem que, se trouxermos as reflexões sobre o papel do consumismo numa sociedade capitalista para o curso de Matemática Financeira na formação inicial de professores, eles poderão rever suas crenças e futuramente implementar uma Educação Financeira crítica na educação básica.



Precisamos trazer para a sala de aula da Licenciatura em Matemática situações que promovam reflexões, a fim de formar professores bem orientados, que não só saberão tomar decisões mais acertadas e seguras em relação ao dinheiro e ao consumo, mas estarão instrumentalizados para educar financeiramente seus alunos da educação básica.

■ CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, confrontando dados de duas pesquisas anteriores, percebemos que a Educação Financeira, sugerida para abordagem na educação básica pela Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2020), é também um anseio dos estudantes da educação básica e da Licenciatura em Matemática. Entretanto percebemos que é extremamente importante definir junto aos dois grupos o que vem a ser a Educação Financeira, de modo que ela não fique restrita a cálculos e fórmulas da Matemática Financeira. É verdade que todo cidadão crítico precisa aprender a, numa compra, escolher a melhor forma de pagamento. No entanto, mais que isso, todo cidadão precisa começar a refletir sobre o que consome, o quanto consome e se realmente precisa consumir. É função dos cursos de Licenciatura em Matemática mostrar aos futuros professores que essas reflexões podem ocorrer nas aulas de Matemática e oferecer-lhes formação, inclusive teórica com estudo das ideias de Bauman (2008), para que saibam conduzir tais reflexões junto aos estudantes da educação básica.

É evidente que as ideias aqui apresentadas não podem ser generalizadas. No entanto, acreditamos que elas enriqueçam os debates sobre a organização curricular dos cursos de Licenciatura em Matemática, com a inserção de novas disciplinas e aumento da carga horária de outras já existentes que envolvem conhecimentos da Filosofia e da Sociologia.

■ REFERÊNCIAS

1. ARAÚJO, J. M.; BARBOSA, G. S.; LUNA, J. M. O. Educação Financeira: crenças de estudantes de um curso de licenciatura em Matemática. **Tangram - Revista de Educação Matemática**, Dourados – MS, v.1, n. 4, p. 128 – 146, 2018.
2. ARAÚJO, J. M.; BARBOSA, G. S.; SANTOS, F. M. Concepções sobre Educação Financeira entre alunos de uma escola pública da cidade de Niterói. In: ENEM, 13., 2019. Cuiabá. **Anais...** Cuiabá: SBEM, 2019.
3. BAUMAN, Z. (2008). **Vida para consumo**: a transformação das pessoas em mercadorias. Rio de Janeiro, RJ: Zahar, 2008.
4. BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular** – BNCC. Brasília: MEC. 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez- site.pdf>. Acesso em 05 Jan. 2021.





5. CALLEJO, M. L.; VILA, A. **Matemática para aprender a pensar o papel das crenças na resolução de problemas**. Porto Alegre, RS: Artmed, 2006.
6. Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo. (s.d.). **Pesquisa Nacional de Endividamento e Inadimplência do Consumidor**. Jul. 2018.
7. Departamento Inter-sindical de Estadística y Estudios Socio-Económicos. (s.d.). **Pesquisa nacional da cesta básica de alimentos**: Salário mínimo nominal e necessário. Disponível em: <<https://www.dieese.org.br/analisecestabasica/salarioMinimo.html>>. Acesso em: 05 Jan. 2021.
8. KISTEMANN JR, M. A. **Sobre a produção de significados e a tomada de decisão de indivíduos-consumidores**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro-SP, 2011.
9. KISTEMANN JR, M. A; LINS, R. C. Enquanto isso na sociedade de consumo líquido-moderna: A produção de significados e a tomada de decisão de indivíduos consumidores. **Bolema**, Rio Claro, SP, 28(50), 1303-1326, 2014.
10. SAITO, A. T. **Uma contribuição ao desenvolvimento da educação em finanças pessoais no Brasil**. Dissertação (Mestrado em Administração de Empresas) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.
11. SOUZA, A. F.; TORRALVO, C. F.. **Aprenda a administrar o próprio dinheiro**: coloque em prática o planejamento financeiro pessoal e viva com mais liberdade. São Paulo: Saraiva, 2008.



Dinheiro na mão é vendaval, medir é essencial, uma proposta para a aprendizagem significativa do sistema monetário nacional e das grandezas e medidas nos anos iniciais

| Josane Úrsula **Heesch**

| Kellen Figueiredo **Waltrich**

RESUMO

A proposta do projeto DINHEIRO NA MÃO É VENDAVAL, MEDIR É ESSENCIAL sobreveio de várias situações-problema advindas de questionamentos, comparações, observações e curiosidades dos educandos das turmas dos 4º e 5º anos, bem como dos seus respectivos professores em relação ao Sistema Monetário Nacional, interligando aos conceitos das grandezas e medidas. Para tanto, se fez necessário o planejamento de ações pedagógicas com o objetivo de vivenciar a matemática que faz parte do cotidiano dos educandos, por meio do estudo do Sistema Monetário Nacional, da compreensão das unidades de medidas de massa, capacidade e comprimento, tencionando a análise do preço de um mesmo produto em diferentes medidas.

Palavras-chave: Sistema Monetário Nacional, Grandezas e Medidas, Análise.

■ INTRODUÇÃO

A escola pode ser um espaço de construção de possibilidades, quando se cria saberes significativos aos educandos. Para a aprendizagem da matemática, os projetos didáticos podem ser grandes aliados quando buscam uma prática que produza a compreensão da realidade atual, e a formação de indivíduos autônomos e críticos em relação ao meio que vivem.

Dessa forma, a Escola é um ambiente onde estudantes aprendem não somente os conhecimentos cognitivos, mas também o que lhes proporciona capacidade de administrar sua vida em sociedade, onde possam aprender a fazer escolhas e a sonhar, mas também a descobrir formas de realização desses caminhos que foram traçados. (BRASIL, 2014)

Neste contexto, o projeto vem apresentar as ações realizadas para a aprendizagem do Sistema Monetário Nacional e as Grandezas e Medidas, com estudantes dos 4º e 5º anos. As atividades aconteceram durante as aulas de Matemática, reunindo diversas vezes as turmas para a aprendizagem em conjunto.

A proposta do projeto “DINHEIRO NA MÃO É VENDAVAL, MEDIR É ESSENCIAL” sobreveio de várias situações-problema. Será que nós analisamos o que compramos, embalagem, quantidade, capacidade, peso e comprimento? Compro o produto de 500ml ou de 1l? Qual produto seria mais viável comprar, o que apresenta o menor preço com menor capacidade, ou o produto com o preço e capacidade maior? Para responder aos questionamentos, se fez necessário o planejamento de ações pedagógicas com o objetivo de vivenciar a matemática que faz parte do cotidiano por meio do estudo do sistema monetário e da compreensão das unidades de medidas de massa, capacidade e comprimento, objetivando a análise do preço de um mesmo produto em diferentes medidas.

Durante o projeto, foram desenvolvidos diversos conceitos matemáticos como gráficos, tabelas, grandezas e medidas, propriedades de igualdade, equivalências e as quatro operações básicas.

■ A CONTRIBUIÇÃO DAS FERRAMENTAS MATEMÁTICAS APLICADAS NO COTIDIANO

A Matemática é uma ciência dinâmica, resultante de diversas interações com outras áreas do conhecimento, bem como em inúmeras situações do cotidiano. Portanto, é evidente que ela está presente na vida social e cultural de todos. Seja fazendo compras no supermercado, em casa seguindo uma receita culinária ou no espaço escolar experienciando a busca de resoluções de problemas. Dessa forma, torna-se relevante ao educando a contribuição das ferramentas matemáticas em situações do seu cotidiano.



Para Dante (2017) os estudantes devem ser incentivados desde cedo a exercitar as habilidades de pensar e de buscar soluções para os problemas apresentados. A criatividade, o olhar crítico, a responsabilidade, a autonomia na tomada de decisões e a habilidade de resolver problemas devem se tornar foco no ensino e na aprendizagem.

Nesse contexto, o educador deve ter o conhecimento necessário sobre os conceitos matemáticos, como também as metodologias e estratégias didáticas para promover o desenvolvimento de habilidades e competências nessa área de conhecimento.

O desenvolvimento dessas habilidades está intrinsecamente relacionado a algumas formas de organização da aprendizagem matemática, com base na análise de situações da vida cotidiana, de outras áreas do conhecimento e da própria Matemática. Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental.
(BRASIL, 2018).

Para atender a proposta do projeto “Dinheiro na Mão é Vendaval, Medir é Essencial”, se fez necessário uma investigação histórica sobre o surgimento do dinheiro e dos processos de medidas.

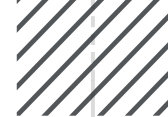
As grandezas e medidas surgiram como práticas sociais das primeiras civilizações, quando o ser humano sentiu a necessidade de construir moradias para que pudessem refugiar-se. Na civilização egípcia iniciou-se o processo de medidas, devido as cheias do Rio Nilo. No episódio pós cheias, a terra ao entorno do rio tornava-se fértil, e a mesma era dividida entre os trabalhadores. Para a divisão das terras eram utilizadas cordas partes do seu corpo como medidas.

De acordo com Ângela Maria da Silva Godoi:

Quando o homem começou construir habitações e a desenvolver a agricultura, precisou criar meios de efetuar medições e começaram a usar como referência parte do corpo, surgindo, assim, as primeiras medidas de comprimento: a polegada, o pé, a jarda, a braça e o passo. Algumas dessas medidas (a polegada, o pé, a jarda) continuam sendo empregadas até hoje.

Da mesma forma, a história do dinheiro também teve início com os povos primitivos. Eles realizavam trocas para suprir suas necessidades, um sistema denominado de escambo. Se a colheita de um agricultor fosse bem produtiva, ele poderia trocar com outrem que necessitasse por exemplo de tecidos. A moeda utilizada na época era a troca. Esse sistema perdurou por muito tempo, porém à medida que as trocas se tornavam mais complexas, esse sistema já não era tão eficaz.





Conforme o tempo passou, houve a necessidade de criar moedas que representassem valores. Para Rossetti (1997), foi exatamente esse o motivo de se atribuir valor às mercadorias, surgindo, assim, as moedas mercadorias, que deveriam ser raras (tendo mais valor) e atender uma necessidade geral. As primeiras moedas surgiram na Lídia, atual Turquia no século VII a.C Esta troca comercial se tornou prática e rapidamente expandida por diversas civilizações.

■ MÉTODOS, RESULTADOS E DISCUSSÃO

O estudo desse projeto foi dividido em onze atividades tituladas como: **De onde vem o dinheiro? O escambo; Troca um dinheiro aí! Tabela de cédulas e moedas; Medindo volume de líquidos; Comparando massas; Quanto mede? Desafiando as medidas; Visita ao supermercado; Todo dia é dia de poupar! Inauguração do mercadinho dos 4º e 5º anos.**

A partir da primeira atividade, **De onde vem o dinheiro?** Destacamos a afirmação de Barros (2014), que é importante valorizar aquilo que é patrimônio de nosso país e as crianças devem conhecer a “moeda nacional, as cédulas e as moedas que compõem o Sistema Monetário Nacional”.

Dessa forma reunimos as turmas para apresentar a origem do dinheiro, sua necessidade e função social, levantando hipóteses de como eram feitas as compras quando o dinheiro ainda não existia, por meio de vídeos da história do dinheiro, da casa da moeda, apresentação de slides com moedas e cédulas antigas e rodas de conversas.

Concordamos com Agranionih apud Barros (2014) que é importante “explorar”, desde os anos iniciais, as relações lógico-matemáticas e numéricas presentes nas situações que envolvem o uso do dinheiro, pois estas estão diretamente ligadas ao mundo moderno”.

Durante esta atividade houve diversos questionamentos entre os alunos e estes foram instigados a refletir e a responder perguntas como: Alguém já fez uma troca? Como foi essa troca? Para que surgiu o dinheiro? Por que precisamos de dinheiro? Esse foi o primeiro momento de interação das turmas dos 4º e 5º anos.

Frente a isso a BNCC (Base Nacional Comum Curricular) estabelece a competência de interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Foi estabelecido como seria feita a atividade “**O Escambo**”, no qual foi proposto aos educandos uma atividade com trocas de mercadorias entre as duas turmas para conhecerem por meio da prática o comércio de escambo.





Primeiramente foi encaminhado um bilhete aos pais/responsáveis informando sobre a realização da feira. Para essa atividade foi orientado aos alunos que trouxessem apenas objetos que não utilizavam mais, incentivando-os ao desapego.

O escambo foi realizado no corredor das salas dos anos iniciais com a utilização de painel para a identificação do comércio e de carteiras para a exposição dos objetos a serem trocados. No decorrer dessa atividade os estudantes assimilaram o porquê trocamos moedas por objetos ou mesmo por serviços.

Figura 1. Educandos fazendo a troca de objetos



Fonte: Acervo das autoras

Após esse primeiro momento, seguimos com as atividades para a compreensão do real e dos centavos. A atividade **Quadro de cédulas e moedas**, efetuou-se por meio de cartazes com a representação decimal e possíveis equivalências em relação às cédulas/moedas, na qual os alunos trouxeram moedas de vários valores e as mesmas circularam entre a turma, para que todos tivessem acesso. Em grupos, os educandos desenharam tabelas contendo 5 (cinco) colunas e 6 (seis) linhas. As colunas foram intituladas em: cédula/ imagem; forma de representação decimal; moeda/ imagem, forma de representação decimal e possíveis equivalências.



Figura 2. Tabela de equivalência de cédulas e moedas

CEDULA	Representação decimal	MOEDA / CEDULA EQUIVALÊNCIA
R\$ 2,00	R\$ 2,00	2 moedas de 1 real
R\$ 5,00	R\$ 5,00	5 moedas de 1 real
R\$ 10,00	R\$ 10,00	10 moedas de 1 real
R\$ 20,00	R\$ 20,00	20 moedas de 1 real
R\$ 50,00	R\$ 50,00	50 moedas de 1 real

Fonte: Acervo das autoras

Para a atividade, **Troca um dinheiro aí!** A turma foi dividida em grupos e cada grupo recebeu uma quantia de cédulas e moedas fictícias para fazer a troca com outros grupos e, também recebeu uma cartela para registrar como foi efetuada a troca, observando que precisavam ficar sempre com a mesma quantia em dinheiro.

Figura 3. Educandos fazendo a troca de moedas e cédulas



Fonte: Acervo das autoras

A calculadora é recomendada, pois libera mais tempo para o aluno pensar, criar, investigar, conjecturar, relacionar ideias, descobrir regularidades, etc. O tempo gasto desnecessariamente com cálculos longos e enfadonhos pode ser usado na busca de novas estratégias para a resolução de problemas...] Dessa forma permite que eles se concentrem mais no essencial: o raciocínio, as estratégias e as descobertas. (DANTE 2017)



A partir dessas atividades introdutórias seguimos com a aprendizagem das grandezas e medidas, uma vez que um dos objetivos foi desenvolver noções de medidas para comparar preços na hora da compra.

Iniciamos com as unidades de medidas de capacidade, na qual foi realizada a atividade, **Medindo volumes de líquidos**. A partir de embalagens medidas em litro foram abordados alguns questionamentos como: Um recipiente de 500ml tem capacidade suficiente para encher 1 litro? Se encher um recipiente de 500ml com um recipiente de 1l quanto sobrar? Durante esta atividade foram lançados alguns desafios, no qual os alunos em dupla calculavam as medidas corretas para encher os recipientes.

Figura 4. Educando fazendo o cálculo das medidas necessárias para completar o recipiente.



Fonte: Acervo das autoras

Na atividade **Desafiando as medidas**, foi realizado um circuito com as turmas dos 4º e 5º anos. O circuito consistiu em bancadas contendo um desafio para cada dupla. A dupla seguinte só podia iniciar o seu desafio se a primeira dupla já tivesse completado de forma correta as medições estabelecidas. Assim, a equipe vencedora seria a que conseguisse completar todos os recipientes de forma correta e em menos tempo.



Figura 5. Circuito com desafios em cada bancada para encher os recipientes com a medida correta.



Fonte: Acervo das autoras

Nessa atividade foi possível perceber os educandos que já haviam compreendido o sistema de medida de capacidade e aqueles que ainda apresentavam dificuldades.

Em **Comparando massas**, os estudantes trouxeram embalagens com medidas em kg. Cada um falou à turma qual era o seu produto e a medida dele. A maioria conseguiu identificar a unidade de medida na embalagem.

Em seguida, com o uso da balança, cada grupo teria que chegar a um peso que a turma sugerisse, por exemplo, 750g. Os educandos precisavam calcular observando a pesagem nas embalagens dos produtos e adicionar à balança até chegar ao peso que foi sugerido.

Figuras 6. Educando fazendo o cálculo das medidas de massa para chegar ao peso sugerido pela turma.



Fonte: Acervo das autoras

Ainda, com a utilização de recortes de panfletos de supermercado identificaram e classificaram em listas os produtos com peso de 1kg, mais de um 1kg e menos de 1kg, compreendendo os múltiplos e submúltiplos da unidade de medida de massa. Com a utilização desse material, em grupo, criaram suas próprias situações problema, envolvendo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, no qual elaboraram enunciados matemáticos, simulando uma compra de produtos, num processo de autoria, valendo-se da



leitura de imagens e informações contidas nos panfletos. Alguns enunciados elaborados pelos estudantes:

1. *Bianca foi ao supermercado e comprou 2 kg de maçãs, o preço por kg é de R\$ 3,88. Em seguida, comprou 1kg de banana por R\$ 0,97. Sabendo-se que ela tinha R\$ 10,00. Quanto ela gastou? Qual foi o troco? (Educando A)*
2. *Camila aproveitou as promoções do supermercado no dia da carne. Ela comprou 7kg de coxa e sobrecoxa a R\$4,99 o kg, também levou 3kg de filé de peito de frango, por R\$ 6,79 o kg. Para o pagamento, utilizou o cartão de crédito e parcelou sua compra em duas vezes. Qual o preço total da compra? Quanto pagará em cada parcela?(Educando B)*
3. *Vitória foi ao mercado com uma cédula de R\$10,00 e comprou 500g de carne moída, a R\$ 4,50 o kg, mais 2 kg de laranjas por R\$ 0,97 o kg, além desses itens, resolveu levar mais um pacote de coxas e sobrecoxas de frango com o preço de R\$ 8,75. O dinheiro levado para a compra foi suficiente? Justifique a sua resposta (Educando C)*

[...] Sabemos também, que o ensino da matemática para ser proveitoso ao aluno precisa estar vinculado à realidade na qual este está inserido. Para tanto, o ensino da matemática precisa ser planejado e ministrado tendo em vista o complexo contexto de identificação de seus alunos, considerando e respeitando a cultura deles, bem como suas aspirações, necessidades e possibilidades. (LORENZATO, 2010)

Na atividade **Quanto mede?** Foi confeccionada uma fita métrica e com ela realizamos medições de objetos em sala de aula, associando as mesmas aos números decimais. Também foi criado um painel com uma medida de 1,50m para medir o tamanho de cada estudante, e nessa oportunidade foram realizadas as medições do peso de cada um, com o qual construíram um gráfico comparando entre eles as diferenças de centímetros no tamanho e de quilogramas e gramas de cada um.

Na **Visita ao supermercado**, os educandos foram acompanhados a um estabelecimento próximo ao bairro, com a finalidade de observar a organização dos produtos por setores e fazer um levantamento de preços, preenchendo uma tabela com a identificação do produto, a marca, a unidade de medida, e o preço de venda.

A partir desses dados, em sala de aula, os estudantes calcularam o custo de cada embalagem por litro, quilo e metro, e identificaram qual seria o produto com a embalagem mais vantajosa para comprar.



Figura 7. Educandos fazendo a análise dos preços em relação às medidas de massa, capacidade e comprimento em um supermercado.



Fonte: Acervo das autoras

“Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações”.
(BRASIL, 2018).

Figura 8. Registro realizado pelos educandos na análise dos preços e medidas dos produtos no supermercado

TABELA DE ANÁLISE NO SUPERMERCADO							
ORGANIZAÇÃO DOS SETORES							
Guloseimas	Limpeza	Higiene Pessoal	Molhos e Conservas	Biscoitos	Grãos	Alimentos e Cereais	Sobremesas
chocolate	detergente	creme dental	mostarda	Bolacha Maria	café	cereais	leite condensado
marshmallow	desengordurante	shampoo	pepino	bolacha salgada	farinha de trigo	achocolatado	granola
bala	limpador	sabonete	beterraba	bolacha integral	fermento	mingau	doce de leite
pirulito	água sanitária	condicionador	maionese	biscoito Crostine	açúcar	aveia	goiabada
paçoca	esponja	flúor	palmito	biscoito Parati	trigo integral	farelo de aveia	bicarbonato
ANÁLISE DOS PRODUTOS							
Grandeza: capacidade Medida: l/ml							
Produto	Marca	Medida	Preço	Custo por litro	Qual custa menos?		
água sanitária	Girando sol	1 litro	R\$ 2,89	R\$ 2,89			
água sanitária	Girando sol	2 litro	R\$ 4,98	R\$ 2,49	X		
água sanitária	Girando sol	5 litro	R\$ 12,50	R\$ 2,50			
álcool	Coperalcool	500 ml	R\$ 4,35	R\$ 8,70			
álcool	Coperalcool	1 litro	R\$ 6,85	R\$ 6,85	X		
lustra móveis	Bravo	200 ml	R\$ 4,78	R\$ 23,90			
lustra móveis	Bravo	500 ml	R\$ 8,99	R\$ 17,98	X		
Grandeza: massa Medida: kg/g							
Produto	Marca	Medida	Preço	Custo por kg	Qual custa menos?		
Macarrão	Ninfa	500 g	R\$ 1,97	R\$ 3,94	X		
Macarrão	Ninfa	1kg	R\$ 4,45	R\$ 4,45			
Arroz	Urbano	1kg	R\$ 2,94	R\$ 2,94			
Arroz	Urbano	5 kg	R\$ 11,96	R\$ 2,39	X		
Açúcar	Guarani	1 kg	R\$ 2,39	R\$ 2,39			
Açúcar	Guarani	5 kg	R\$ 7,99	R\$ 1,60	X		
Grandeza: comprimento Medida: m/cm							
Produto	Marca	Medida	Preço	Custo por rolo	Qual compensa?		
Papel higiênico – 16 rolos	Ness	30 m	R\$ 15,75	R\$ 0,98			
Papel higiênico – 12 rolos	Duetto	30 m	R\$ 18,90	R\$ 1,57			
Papel higiênico – 16 rolos	Mili	60 m	R\$ 19,90	R\$ 1,24			
Papel higiênico – 8 rolos	Paloma	60 m	R\$ 10,98	R\$ 1,37			
Papel higiênico folha dupla – 12 rolos	Neve	20 m	R\$ 22,90	R\$ 1,90			

Tabela preenchida pelos alunos: Henrique Becker Ferreira e Lucas de Lino Gaspar

Fonte: Acervo das autoras



Outra forma de reflexão sobre o conceito e a importância de poupar ocorreu durante a atividade **Todo dia é dia de poupar**, no qual foi enfatizado que poupar é economizar dinheiro para usar em outro momento. Assim, cada turma recebeu um cofre para arrecadação coletiva de moedas. Os registros e o acompanhamento do dinheiro arrecadado foram organizados com as informações em um gráfico. E a cada semana realizada a soma do total de moedas arrecadadas.

Figura 9. Educando fazendo o registro de moedas arrecadadas no dia e cálculo do valor arrecadado na semana e no mês.



Fonte: Acervo das autoras

Com o objetivo de aprofundar os conhecimentos do sistema monetário nacional e das grandezas e medidas, houve o desenvolvimento da atividade **Inauguração do mercadinho dos 4º e 5º anos**. Para simular o comércio, os estudantes trouxeram embalagens de produtos que costumam comprar em supermercados. O 4º ano inaugurou o primeiro mercadinho, que ficou responsável por toda a organização e atendimento. As compras foram realizadas pelos alunos dos 5º anos.

Figura 10. Educandos do 5º ano fazendo a compra no mercadinho do 4º ano.



Fonte: Acervo das autoras

Em outro momento foi feito o inverso. Com o mercado pronto, os educandos clientes se dividiram em pequenos grupos, dos quais receberam uma receita culinária e, desta fizeram uma lista de compras identificando os produtos que deviam ser comprados.



Figura 11. Educando fazendo o cálculo das compras e efetuando e conferindo o troco.



Fonte: Acervo das autoras

■ CONSIDERAÇÕES FINAIS

Dessa forma, o espaço da sala de aula transformou-se em um ambiente dinâmico em que se aprende além da teoria, de conceitos e processos técnicos para uma maneira prazerosa e contextualizada de vivenciar a matemática. A aprendizagem de partilhas de saberes, oportunizaram aos estudantes competências e habilidades no uso de ferramentas matemáticas, preparando-os para serem sujeitos autônomos, construtivos e multiplicadores de conhecimentos matemáticos.

Percebeu-se por meio deste projeto que os educandos aperfeiçoaram as habilidades com as quatro operações básicas, das quais apresentavam grandes dificuldades, principalmente na multiplicação e na divisão. A utilização do material concreto associado às atividades cotidianas facilitaram o aprendizado e as atividades realizadas além da sala de aula, como o circuito, o escambo, a simulação do comércio e a visita ao supermercado promoveram a interação e a participação ativa dos estudantes.

“Eu gostei muito do projeto e consegui melhorar na divisão e aprendi sobre o sistema monetário e as medidas.” (Educando: Alana Vitória Ferreira)

“Foi muito bom, principalmente o escambo, porque trocamos coisas que não usamos mais”. (Educando: Isabele Mello)

“O projeto de matemática foi bom, porque a gente fez um mercadinho e fizemos uma economia dentro da sala e participamos da feira de matemática.” (Educando: Felipe L. Vicinini)



■ REFERÊNCIAS

1. AEF-BRASIL. **Programa de Educação Financeira nas Escolas**. Disponível em: <<http://www.edufinanceiranaescola.gov.br/>> Acesso em: 12 maio. 2018.
2. BARROS. Jussara de. **Sistema Monetário**. Disponível em:<[http://educador.brasilecola.uol.com.br / orientacoes/sistema-monetario.htm](http://educador.brasilecola.uol.com.br/orientacoes/sistema-monetario.htm)>. Acesso em 25 maio. 2018.
3. BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf . Acesso em
4. DANTE, Luiz Roberto. **Matemática Ápis**. 3ª Ed. São Paulo, 2017.
5. GODOI, Ângela Maria da Silva. Grandezas e Medidos do Cotidiano no Contexto Escolar. Paraná. 2008-2009. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2170-8.pdf>>. Acesso em: 11 maio 2021.
6. LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática**. 3ª ed. Campinas: Autores Associados, 2010. (Coleção Formação de Professores).
7. ROSSETTI, J.P. **Introdução à Economia**. 17º Ed. São Paulo: Atlas, 1997.
8. Disponível em: <https://anais.unicentro.br/concisa/iiiconcisa/pdf/resumo_105.pdf> Acesso em: 11 maio 2021.



Educação estatística: o conceito de média móvel no ensino fundamental na pandemia da Covid-19 no Brasil

| **Chang Kuo Rodrigues**
UFJF

| **Anderson José Gomes Ferreira**
UFJF

| **Antonio Marco Campos Carrara**
SEEDUC-RJ

| **Helena Pereira da Silva**
UFJF

| **Valquíria Dutra Leite**
UFJF

RESUMO

Objetivo: Este artigo tem como objetivo estimular o exercício da literacia estatística a partir da compreensão do conceito de média móvel, contextualizado pela pandemia da Covid-19, no Brasil, para os alunos do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, de duas escolas públicas na cidade de Belford Roxo – RJ. **Método:** Os professores-pesquisadores elaboraram um vídeo explicativo, que foi utilizado como recurso didático no ensino remoto, para apresentar o conceito de média móvel contextualizado pela pandemia da Covid-19 no Brasil. Além disso, foi utilizado um formulário, desenvolvido no *Google Forms*, com perguntas relacionadas ao tema. Os procedimentos metodológicos seguiram os pressupostos teóricos da Engenharia Didática. **Resultados:** Os alunos reconheceram a finalidade e a importância da média móvel, por meio algébrico e gráfico, para visualizar tendências de comportamento dos dados e corrigir as distorções causadas pelo atraso na atualização das informações por parte das secretarias de saúde municipais e estaduais. **Conclusão:** A média móvel é um termo pouco, ou nada, abordado no currículo de Matemática na Educação Básica. Entretanto, por tornar-se essencial para a leitura do meio no período atípico em que o mundo vivencia com a pandemia da Covid-19, sobretudo no Brasil, vale destacar que os professores podem abordá-lo e sugerimos que o desenvolvimento seja feito de forma contextualizada a partir dos gráficos da pandemia de Covid-19. Este trabalho estimulou discussões sobre a relevância da compreensão do conceito de média móvel e da análise de gráficos estatísticos nas aulas de Matemática à luz da literacia estatística.

Palavras-chave: Educação Matemática, Média Móvel, Gráfico Estatístico, Ensino Remoto, Literacia Estatística.

■ INTRODUÇÃO

Em dezembro de 2019, as autoridades sanitárias chinesas surpreenderam o mundo ao relatarem o surto inicial de COVID-19¹, doença respiratória causada pela infecção com um novo coronavírus, o SARS-CoV-2, ocorrido na cidade de Wuhan, China.

O problema foi agravado não apenas por tratar-se de um vírus altamente contagioso e de rápida disseminação, mas também pela transmissão via portadores assintomáticos e via superfícies e, conforme passa o tempo, mais pesquisas específicas a respeito disso têm estado presente na comunidade científica. Assim, houve uma célere expansão global da Covid-19 que colocou os governos e a população mundial em estado permanente de alerta. No dia 11 de março de 2020, a Organização Mundial da Saúde (OMS) declarou que a humanidade vive uma pandemia oriunda do novo coronavírus, SARS-CoV-2, transmitindo a doença Covid-19.

No Brasil, o primeiro caso de infecção pelo novo coronavírus foi confirmado no dia 26 de fevereiro de 2020, na cidade de São Paulo. Pouco tempo depois, no dia 17 de março de 2020, foi notificado o primeiro óbito pela Covid-19 no país. Desde então, a imprensa passou a divulgar diariamente diversos gráficos estatísticos que evidenciavam a evolução vertiginosa do número de casos e do número de vidas perdidas.

Os veículos de comunicação têm apresentado, com mais frequência, quatro tipos de dados relativos à Covid-19, a saber: número absoluto de vidas perdidas para Covid-19 nas últimas 24h; a número de infectados, notificados nas últimas 24h; evolução de vidas perdidas para Covid-19 e dos infectados durante os últimos sete dias (em forma de gráficos - de linhas) respectivamente, fazendo-se valer pela média móvel. Nesses termos, as médias móveis constituíram uma alternativa utilizada para suavizar as oscilações e facilitar a visualização da tendência de queda ou avanço da pandemia. Essas oscilações são relativas a menor quantidade de registros nos finais de semana e maior quantidade de registros entre segunda-feira e quarta-feira, ocasião em que os dados eram atualizados pelas secretarias de saúde municipais e estaduais, tendo em vista as limitações impostas pelo Ministério da Saúde. Vale ressaltar que a utilização da média móvel se deve ao Consórcio² formado por G1, O Globo, O Estado de S. Paulo, Folha de S. Paulo e UOL, meios de comunicações que tomaram a iniciativa de divulgar os dados em conjunto com as secretarias de saúde municipais e estaduais.

1 Segundo a Pan American Health Organization (PAHO, 2021), a “COVID-19 é uma doença infecciosa causada pelo novo coronavírus (SARS-CoV-2) e tem como principais sintomas febre, cansaço e tosse seca. Alguns pacientes podem apresentar dores, congestão nasal, dor de cabeça, conjuntivite, dor de garganta, diarreia, perda de paladar ou olfato, erupção cutânea na pele ou descoloração dos dedos das mãos ou dos pés. Esses sintomas geralmente são leves e começam gradualmente. Algumas pessoas são infectadas, mas apresentam apenas sintomas muito leves”.

2 Disponível em: <<https://g1.globo.com/politica/noticia/2020/06/08/veiculos-de-comunicacao-formam-parceria-para-dar-transparencia-a-dados-de-covid-19.ghtml>> Acesso em: 28 abr. 2021.



Nesse sentido, a presente pesquisa é resultante da execução de um plano de aula elaborado sobre conceito de média móvel para uma turma de alunos do 8º Ano do Ensino Fundamental, do CIEP Brizolão 375 Wilson Grey e uma do 9º Ano do Ensino Fundamental do Colégio Estadual São Bernardo, ambas localizadas em Belford Roxo, município periférico à cidade do Rio de Janeiro. A abordagem do tema foi contextualizada pela pandemia de COVID-19 no Brasil, como forma de relacionar a Matemática e a Estatística ao cotidiano.

As dificuldades pedagógicas relativas ao ensino e à aprendizagem de Estatística, verificadas em todos os níveis de ensino, motivaram o surgimento, na década de 1970, de um movimento mundial que destacava a importância do desenvolvimento do raciocínio probabilístico, a necessidade de ruptura com a cultura determinística das aulas de Matemática e o valor da dimensão política e ética do uso da Estatística. A partir desse movimento, muitos países, inclusive o Brasil, adotaram o ensino de Estatística na Educação Básica. Esse movimento foi a base do que hoje denominamos Educação Estatística. (BATANERO, 2001 *apud* CAZORLA; KATAOKA; SILVA, 2010).

Educação Estatística como uma área de pesquisa que tem como objetivo estudar e compreender como as pessoas ensinam e aprendem Estatística, o que envolve aspectos cognitivos e afetivos do ensino-aprendizagem, além da epistemologia dos conceitos estatísticos e o desenvolvimento de métodos e materiais de ensino etc. visando o desenvolvimento do letramento estatístico. Para tal, a Educação Estatística utiliza-se de recursos teórico-metodológicos de outras áreas, como Educação Matemática, Psicologia, Filosofia e Matemática, além da própria Estatística (CAZORLA; KATAOKA; SILVA, 2010, p.22-23).

Três competências, consideradas os pilares da Educação Estatística, são essenciais no aprendizado de Estatística: a literacia, o raciocínio e o pensamento estatístico.

A literacia estatística (ou letramento estatístico, ou ainda, alfabetização estatística) é entendida como a habilidade de comunicação estatística, o que envolve a leitura, a escrita, a demonstração e a troca de informações, a interpretação de tabelas e gráficos e, por fim, o entendimento e a análise crítica das informações estatísticas veiculadas pelos meios de comunicação. O raciocínio estatístico, por sua vez, envolve a combinação de ideias e conceitos estatísticos, no intuito de compreender um processo estatístico e ser capaz de explicá-lo. O pensamento estatístico envolve a escolha adequada de ferramentas estatísticas, a visão global do processo e a exploração dos dados e dos resultados (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2018).

Neste trabalho, interessa-nos realçar um importante elemento do pensamento estatístico: a transnumeração. Segundo Wild e Pfannkuch (1999), a transnumeração

[...] permeia toda análise de dados estatísticos, ocorrendo toda vez que mudamos nossa maneira de ver os dados, na esperança de que isso nos traga um





novo significado. Podemos olhar através de muitas representações gráficas para encontrar várias realmente informativas. Podemos reexpressar os dados por meio de transformações e reclassificações, procurando novos insights. Podemos tentar uma variedade de modelos estatísticos. E no final do processo, a transnumeração acontece novamente quando descobrimos representações de dados que ajudam a transmitir nossos novos entendimentos sobre o sistema real a outras pessoas (WILD; PFANNKUCH, 1999, p. 227).

Assim, a transnumeração se configura como um processo dinâmico de formação e alteração de representações dos dados de algum fenômeno da vida real (por exemplo, em tabelas, gráficos, medidas de tendência central e de dispersão) no intuito de facilitar o entendimento e melhor compreender esse fenômeno.

Nessa direção, Bussab e Morettin (2010) nos esclarecem que, tradicionalmente, a análise descritiva de um conjunto de dados consistia no cálculo de medidas de posição e variabilidade, por exemplo, a média e a variância. Entretanto, atualmente, uma corrente liderada por Tukey (1977) defende que a análise exploratória dos dados seja realizada também por meio de técnicas gráficas, e não apenas por sumários numéricos.

As informações estatísticas da pandemia de Covid-19 no Brasil são divulgadas pela imprensa por meio de quatro dados principais: o número acumulado de casos de infecção, o número acumulado de vidas perdidas, a média móvel de casos de infecção e a média móvel de óbitos, os dois últimos, em geral, na forma de gráficos de linhas.

Crespo (2002, p. 38) define gráfico estatístico como uma “forma de apresentação dos dados estatísticos, cujo objetivo é o de produzir, no investigador ou no público em geral, uma impressão mais rápida e viva do fenômeno em estudo”. Ainda de acordo com o autor, um bom gráfico deve atender a três requisitos essenciais para que a representação gráfica de um fenômeno seja realmente útil: a simplicidade, a clareza e a veracidade.

Como bem nos assegura Rumsey (2019), as apresentações de dados, principalmente em tabelas e gráficos, estão praticamente em todos os lugares. Na sociedade atual, marcada pela procura por gratificações instantâneas e pela velocidade da informação, todos querem resultados sem atenção aos detalhes. Nesse contexto, a profusão de gráficos e tabelas não é tão maléfica, entretanto, é preciso ser cauteloso, pois algumas dessas apresentações costumam ser incorretas ou enganosas, algumas vezes inadvertidamente, outras vezes propositalmente.

De acordo com Batanero (2001), a leitura crítica de dados é um elemento da literacia estatística cada vez mais necessária em nossa sociedade tecnológica. De fato, tabelas e gráficos estão presentes na imprensa, no trabalho e nas diferentes disciplinas do currículo. Ademais, programas informáticos específicos permitem a construção de gráficos estatísticos de forma rápida e eficiente.



Assim, dada à popularidade dos gráficos e à necessidade de sua interpretação para a leitura do mundo, Curcio (1989 *apud* BATANERO, 2001) descreve quatro diferentes níveis de compreensão gráfica: 1) “Ler os dados”, o que requer apenas uma leitura literal do gráfico sem qualquer interpretação das informações nele contidas; 2) “Ler dentro dos dados”, o que inclui a interpretação e a integração dos dados no gráfico, a comparação de quantidades e o uso de outros conceitos e habilidades matemáticas; 3) “Ler além dos dados”, o que requer a realização de previsões e inferências a partir dos dados sobre informações que não estão presentes diretamente no gráfico; e, 4) “Ler os dados”, o que requer a avaliação da confiabilidade e da integridade dos dados.

Entendimento semelhante é expresso por Wainer (1992 *apud* BATANERO, 2001) ao propor três níveis de compreensão gráfica a partir de perguntas que podem ser feitas a partir de um gráfico: 1) Nível elementar: perguntas relacionadas apenas à extração de dados diretamente do gráfico; 2) Nível intermediário: perguntas relacionadas à avaliação de tendências com base em uma parte dos dados; e, 3) Nível superior: perguntas sobre a estrutura profunda dos dados apresentados em sua totalidade, geralmente comparando tendências e observando agrupamentos.

Podemos observar que esses níveis de compreensão gráfica se ampliam à medida que o processo de leitura avança. Entretanto, Batanero (2001) alerta que os professores, geralmente, dedicam pouco tempo ao ensino de tabelas e gráficos por presumirem que os processos de leitura, construção e análise sejam muito simples. Sendo assim, a autora (2001) esclarece que as atividades didático-pedagógicas devem ser elaboradas de acordo com cada um dos níveis de compreensão gráfica. Além disso, é preciso levar em consideração os diferentes elementos constituintes dos gráficos: eixos, escalas e elementos específicos, cujas convenções devem ser conhecidas, inclusive os erros que podem ser cometidos em cada um.

Os dados provenientes da pandemia da Covid-19, usualmente, são exibidos em gráficos de linhas. De acordo com Rumsey (2019), o gráfico de linhas (ou gráfico do tempo) é

[...] uma apresentação de dados usada para examinar tendências nos dados ao longo do tempo (também conhecidas como dados de série temporal). Os gráficos de linhas mostram o tempo no eixo x (por exemplo, por mês, ano ou dia) e os valores da variável sendo medida no eixo y (como taxas de natalidade, vendas totais ou tamanho da população). Cada ponto no gráfico de linhas resume todos os dados coletados naquele tempo específico (RUMSEY, 2019, p. 105).

O combate ao contágio e à disseminação do vírus, no Brasil e no mundo, abrangeu tanto ações dos governos e das autoridades sanitárias, como condutas individuais das populações. No decorrer do tempo, houve alternância entre o endurecimento e o afrouxamento





de medidas para controlar a Covid-19, dentre elas o isolamento social e o *lockdown*³. Assim, uma característica evidente dos gráficos da pandemia de Covid-19 é a oscilação dos dados. Ademais, colaboraram para essas oscilações a menor quantidade de registros realizados pelas secretarias de saúde municipais e estaduais nos finais de semana e entre segunda-feira e quarta-feira.

A média móvel cumpre o papel de corrigir distorções dessa natureza ao suavizar os valores extremos informados no início da semana. De acordo com Morettin e Toloí (1981), a média móvel é uma técnica que consiste em calcular a média aritmética das observações mais recentes de uma série de dados temporais. Desse modo, tem-se uma estimativa que não considera as observações mais antigas. Os autores esclarecem ainda que o nome “média móvel” é utilizado pois, a cada período, a observação mais antiga é substituída pela observação mais recente, e sendo assim, uma nova média é calculada.

Para trabalharestes temas na Educação Básica, cabe à Educação Estatística fornecer subsídios teóricos para pesquisadores da área e, nesse sentido, vale retomar que foi a partir da década de 1970, em nível mundial, que a Educação Estatística contribuiu com os processos de ensino e aprendizagem e com a formação do letramento estatístico do cidadão (CARVALHO, 2011, p.26).

No Brasil, as recomendações do ensino de estatística na disciplina de Matemática surgem nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN na década de 1990. Hoje consta na Base Nacional Comum Curricular - BNCC de forma mais incisiva desde o primeiro ano do Ensino Fundamental, a partir da leitura de tabelas e gráficos de colunas simples.

“No Ensino Fundamental - Anos Finais, a expectativa é que os alunos saibam planejar e construir relatórios de pesquisas estatísticas descritivas, incluindo medidas de tendência central e construção de tabelas e diversos tipos de gráfico” (BRASIL, 2018, p.275).

Finalmente, no Ensino Médio, cálculos de diversas medidas de tendência central, distribuição de dados por intervalos de classe, interpretação e identificação de dados contidos em pesquisas estatísticas que induzam ao erro devido ao uso de escalas inadequadas ou mesmo de amostras inapropriadas são algumas das competências específicas esperadas que os estudantes se apropriem (BRASIL, 2018).

No cenário de ensino remoto emergencial, devido à pandemia, como estimular o exercício da literacia estatística entre jovens dos anos finais do Ensino Fundamental por meio da compreensão do conceito de média móvel e da leitura de dados tabulares e de gráficos? Esta pergunta norteou todas as etapas da pesquisa.

3 Termo em inglês que significa “bloqueio que, imposto pelo Estado ou por uma ação judicial, restringe a circulação de pessoas em áreas e vias públicas, incluindo fechamento de fronteiras, geralmente ocorre em situações de pandemia com o intuito de evitar a disseminação do vírus; confinamento: alguns estados brasileiros já se encontram em *lockdown*”. Disponível em: <<https://www.dicio.com.br/lockdown/>> Acesso em: 28 abr. 2021.





Para o presente trabalho, tem-se a hipótese de que a compreensão do conceito de média móvel e a análise de tabelas e gráficos estatísticos podem gerar discussões sobre o tema e, assim, estimular o exercício da literacia estatística entre os jovens dos anos finais do Ensino Fundamental, nas aulas de Matemática. A validação ou não desta hipótese será viabilizada pelos pressupostos teóricos e metodológicos da Engenharia Didática.

E, assim, destaca-se que o objetivo deste artigo é estimular o exercício da literacia estatística a partir da compreensão do conceito de média móvel contextualizado pela pandemia da Covid-19 no Brasil, para os alunos do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, portanto, para os anos finais desse nível de ensino.

■ MÉTODO

Para expor o método desta pesquisa, vale destacar dois pontos que são relevantes, a saber: o primeiro sobre a média móvel, pois permitirá uma análise mais contextualizada, já que estamos em meio a uma pandemia da Covid-19, uma doença causada pelo novo coronavírus SARS-CoV-2. Nesse sentido, o segundo ponto é o fato de que constatamos que, diariamente, o cidadão se depara com dados estatísticos por meio dos diversos veículos de comunicação, por mídia impressa, televisionada ou digital. Tais dados expostos, principalmente em tabelas e gráficos, são relacionados a diversos assuntos de interesse público como, por exemplo, economia, segurança, educação e saúde, este último, no Brasil, uma crise sanitária sem precedentes.

Assim, consideramos importante que o estudante dos anos finais do Ensino Fundamental tenha posse das ferramentas que o possibilitem entender que números são esses, interpretar os gráficos que norteiam esse assunto, além de aprender o que é a média móvel, de que forma ela contribui para o monitoramento da pandemia da Covid-19 e como ela é calculada.

Figueiredo (2020) concede o significado das medidas de tendência central o fato de que os dados observados tendem, em geral, a se agrupar em torno de valores centrais e destaca os seus principais elementos: média, mediana e moda. Para o presente trabalho, dar-se-á a média móvel a partir do destaque para a média aritmética.

Considerada uma das principais medidas de tendência central, a média aritmética tem origens no mundo civilizado muitos anos antes de Cristo. Na Grécia, Aristóteles definiu a média como um ponto equidistante dos extremos, ou seja, a média entre a e c é b , se e somente se $a-b = b-c$. Podemos dizer simplesmente que a média aritmética é calculada a partir do quociente entre um somatório de fatores pelo quantitativo de fatores utilizados nessa soma e denotamos da seguinte forma:



$$Média = \frac{k_1 + k_2 + \dots + k_n}{n}$$

O segundo ponto relevante a ser considerado é o procedimento metodológico pelo qual a pesquisa foi submetida e, nesse sentido, a escolha foi pela Engenharia Didática, inaugurada por Michèle Artigue na década de 1980, de modo a dar suporte à Didática da Matemática, oriunda da Didática Francesa. A metodologia é caracterizada por Artigue (1995) como um esquema experimental que se baseia nas chamadas “realizações didáticas” na sala de aula. Essas realizações são definidas pela autora como a concepção, realização, observação e análise das sequências de ensino. Artigue (1988) defende que a Engenharia Didática é um modo de trabalho didático que se compara ao trabalho do engenheiro, tendo em vista que, para obter a realização de um projeto, se baseia em saberes científicos que sejam de seu domínio e aceita ser submetido a um controle de caráter científico.

Diante desse contexto, este trabalho utilizará a Engenharia Didática como procedimento metodológico para viabilizar a pesquisa, sobretudo pelo fato de que possui quatro fases com distinção temporal de seu processo experimental, sendo elas: análises preliminares; construções e análises *a priori*; experimentação e, análises *a posteriori* e validação da hipótese. Pommer (2013) destaca que, embora sejam fases distintas, não necessariamente ocorrem de forma linear e exclusiva, em dados momentos, pode haver a necessidade de articular, antecipar ou sobrepor determinados elementos que caracterizam cada fase da metodologia.

A primeira fase da Engenharia Didática é chamada de análises preliminares. Nessa fase, o pesquisador estuda as organizações matemáticas e didáticas do objeto matemático em questão e define as questões norteadoras da pesquisa. Também é nessa fase que, de acordo com os fundamentos teóricos e metodológicos, serão retratados os elementos que dizem respeito ao tema e às hipóteses formuladas sobre o tema. Salienta-se que, um ponto de base das análises preliminares “[...] reside na fina análise prévia das concepções dos alunos, das dificuldades e dos erros tenazes, e a engenharia é concebida para provocar, de forma controlada, a evolução das concepções” (ARTIGUE, 1996, p. 202).

Artigue (1988) ressalta que cada uma das fases é resgatada e aperfeiçoada em função das necessidades à medida que o trabalho de pesquisa se desenvolve. Isto é, embora a primeira fase seja denominada “análises preliminares” ou “análises prévias”, não significa que dado o início da próxima fase a anterior não possa ser retomada. No caso, Pommer (2013) defende que este deve ser um trabalho concomitante com as demais fases da pesquisa. As análises preliminares necessitam permitir ao pesquisador a identificação das chamadas variáveis didáticas potenciais, essas variáveis serão esclarecidas e manipuladas nas próximas fases: a análise *a priori* e a construção da sequência de ensino.



A segunda fase da Engenharia Didática é a construção e análise *a priori* que, de acordo com Almouloud (2007), tem com o principal intuito produzir e analisar uma sequência didática que responda às questões realizadas e validar as hipóteses apresentadas na fase anterior.

A análise *a priori* é importantíssima, pois de sua qualidade depende o sucesso da situação-problema; além disso, ela permite, ao professor, poder controlar a realização das atividades dos alunos, e, também, identificar e compreender os fatos observados. Assim, as conjecturas que vão aparecer poderão ser consideradas, e algumas poderão ser objeto de um debate científico em sala de aula (ALMOULOU, 2007, p. 176).

Nessa fase, Artigue (1995) distingue que a pesquisa delimita as variáveis de comando, essas variáveis são chamadas de microdidáticas (ou locais) e macrodidáticas (ou globais) que são analisadas pelo pesquisador-professor para que sejam abordadas durante as fases da Engenharia Didática.

As variáveis macrodidáticas ou globais, que dizem respeito à organização global da engenharia; - e as variáveis microdidáticas ou locais, que dizem respeito à organização local da engenharia, isto é, à organização de uma sessão ou de uma fase, podendo umas e outras ser, por sua vez, variáveis de ordem geral ou variáveis dependentes do conteúdo didático cujo ensino é visado (ARTIGUE, 1988, p. 202).

De acordo com Pommer (2013), as duas variáveis podem ser de ordem geral ou então depender do conteúdo matemático estudado e essas análises serão realizadas em três dimensões: a dimensão epistemológica, a dimensão cognitiva e a dimensão didática.

A terceira fase da metodologia é a experimentação. Nessa fase se desenvolve a aplicação da Engenharia Didática e se coloca em prática tudo o que foi construído, visando a analisar as premissas levantadas na análise *a priori*. Na experimentação pode-se corrigir falhas, caso as análises microdidáticas do desenvolvimento experimental indiquem esta necessidade e é neste momento que há um processo de complementação, pois há necessidade de retorno a análises *a priori*.

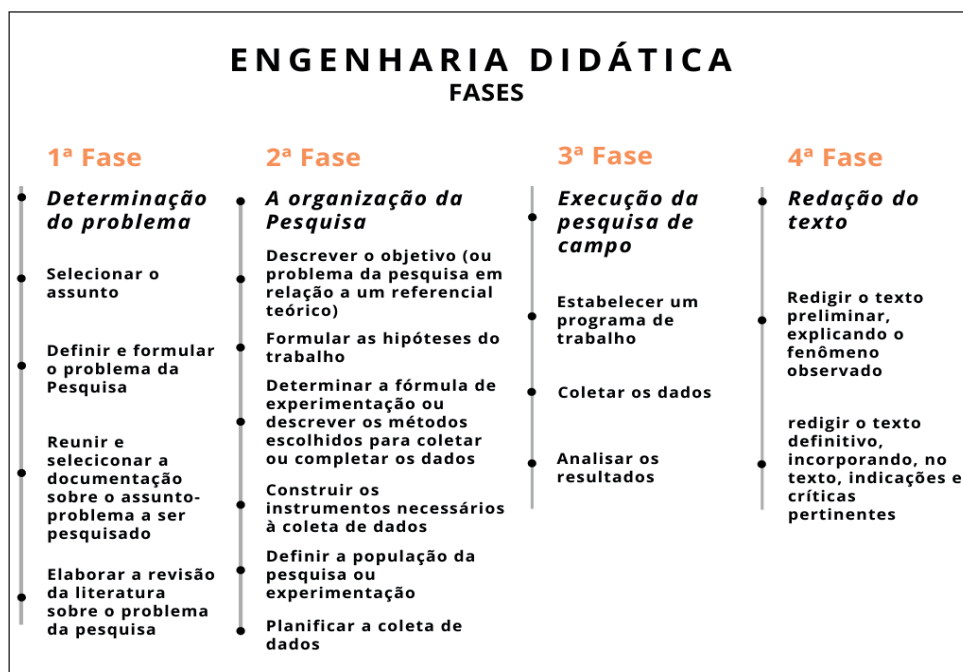
Após a fase de experimentação temos as análises *a posteriori* e validação das hipóteses. Para Artigue (1995), esta quarta fase se baseia no conjunto de dados que foram coletados no decorrer da fase anterior: observações feitas sobre as sessões de ensino e as produções realizadas pelos alunos. Por vezes, esses dados podem ser completados por dados coletados utilizando metodologias externas como: questionários e entrevistas, realizadas em momentos distintos do ensino. A partir disso, a validação das hipóteses formuladas na pesquisa é baseada essencialmente no confronto das duas análises, *a priori* e *a posteriori*, podendo ocorrer de a(s) hipótese(s) não ser validada e, nesse caso, permitirá a retomada à primeira fase da engenharia.





O objetivo metodológico é conectar as observações feitas com os objetivos estabelecidos *a priori* e estabelecer a reprodutibilidade e a regularidade dos fenômenos didáticos encontrados (AMOULOU, 2007). Na Figura 1, é apresentada uma organização da pesquisa em cada fase.

Figura 1. Fases da Engenharia Didática



Fonte: CHIZZOTI, 1991 *apud* AMOULOU, 2007, p. 168.

No contexto temático desta pesquisa, as fases (Figura 1) foram adaptadas para o procedimento metodológico tal qual como ocorreu a situação no ensino remoto emergencial. De acordo com Almouloud (2007), um dos objetivos desta fase, das análises preliminares, é identificar os problemas encontrados no ensino e na aprendizagem do objeto de estudo e, a partir disso, planejar e fundamentar as questões, as hipóteses, os fundamentos teóricos e os procedimentos metodológicos da pesquisa. Nestes termos, nas análises preliminares da Engenharia Didática, foram realizadas as considerações sobre o quadro teórico didático geral, a literacia estatística, a questão de pesquisa; levantou-se a hipótese e, por fim, destacou-se o objetivo principal, na parte introdutória do artigo, sendo, portanto, as análises preliminares da Engenharia Didática.

Na segunda fase, da construção e análise *a priori*, foi produzida uma videoaula (Figura 2) sobre média e média móvel, e foram usados dois gráficos atuais, com dados reais que, posteriormente, foram disponibilizados para os alunos de forma digital (Figuras 3 e 4).

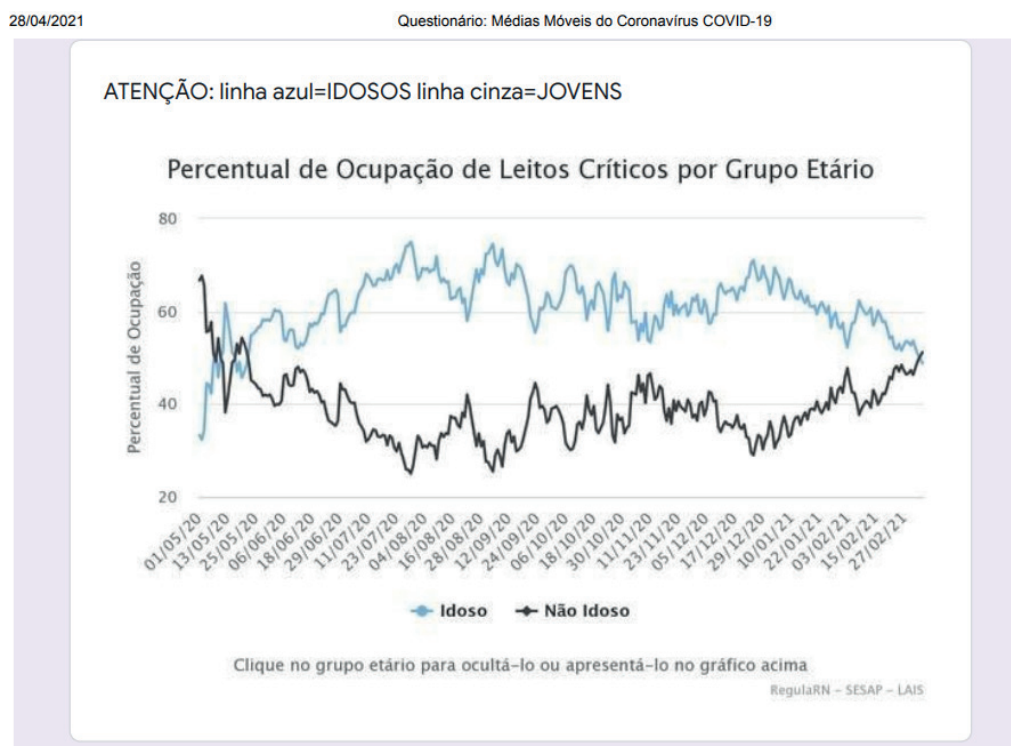


Figura 2. Vídeo-aula



Disponível em:<https://youtu.be/T5sN2f3B_cg>

Figura 3. Ocupação de Leitos

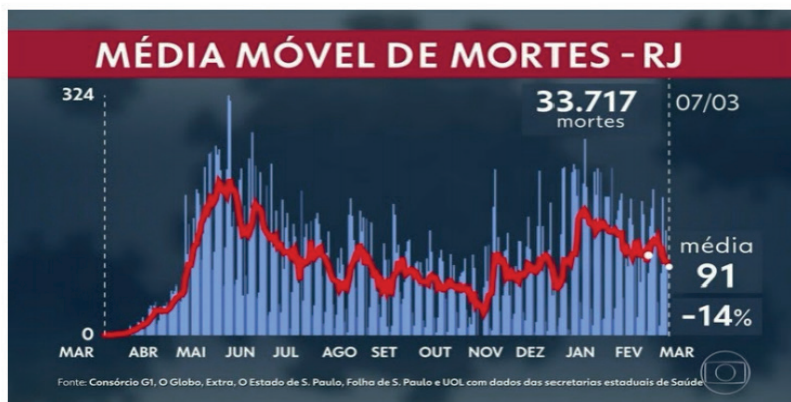


Fonte: RegulaRN – SESAP – LAIS

A Figura 3 mostra o percentual que permite a comparação de leitos ocupados entre pessoas mais jovens e mais idosas, no período compreendido entre maio de 2020 a fevereiro de 2021.

A Figura 4 mostra o gráfico que aponta os óbitos diários ocorridos entre abril de 2020 e março de 2021, bem como suas médias móveis, um dado também explorado na vídeoaula.

Figura 4. Óbitos Diários



Fonte: Consórcio G1, O Globo, O Estado de S. Paulo, Folha de S. Paulo e UOL

Os dados apresentados na Figura 4, também presente na vídeoaula, reportam à leitura de média móvel de óbitos ocorridos durante o período especificado e, em seguida, foram elaboradas quatro perguntas divulgadas pela ferramenta *Google Forms*, Figura 5.

Figura 5. Perguntas sobre os gráficos

1 - Por qual motivo os governos mundiais, incluindo o Brasil, iniciaram a vacinação pelo grupo dos mais idosos? *

Sua resposta

2 - Os dados contidos nos gráficos de contaminação do COVID19 podem ter influenciado essa decisão tomada pelas autoridades quanto à prioridade na vacinação? *

Sua resposta

3 - Na sua opinião, por qual motivo que a partir de FEV-2021 os mais jovens iniciaram uma tendência a superar os mais idosos na ocupação dos leitos de UTI? *

Sua resposta

4 - Qual é o resultado da média móvel do dia 09 pedida no vídeo? *

Sua resposta

Página 1 de 1

Enviar

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Este formulário foi criado em Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro. [Denunciar abuso](#)

Google Formulários

Fonte: Dados da pesquisa

Diante da construção da videoaula e da apresentação das perguntas formuladas no *Google Forms*, bem como delimitadas as variáveis macro e microdidáticas, foi necessário testar as perguntas antes de passar para próxima fase da Engenharia Didática, quando mais estudantes iriam responder. Para isso, uma voluntária chamada MG para garantir seu anonimato⁴, aluna do 9º ano do Ensino Fundamental, assistiu à videoaula e respondeu às perguntas, conforme mostra Figura 6, o que permitiu também o confronto entre dados as análises *a priori* e *a posteriori* da Engenharia Didática (ALMOULOU, 2007)

4 MG foi escolhida pelo fato de ser parente de um dos pesquisadores do artigo e, como é estudante do 9º ano do Ensino Fundamental e, portanto uma idade condizente com outros estudantes participantes da pesquisa, foi oportuno testar as perguntas, o que resultou como uma análise *a priori* da Engenharia Didática.

Figura 6. Resolução teste na Análise *a priori* da Engenharia Didática

Questionário: medidas móveis do Corona vírus.

~~Qualquer~~ ano de escolaridade: 9º ano

1. Os idosos fazem parte do grupo da população que mais apresentam riscos de mortalidade ao contrair o coronavírus, por isso estes governos mundiais decidiram imunizar esse grupo primeiro.

2. Podem. Os dados certos nos gráficos mostram como os casos do vírus crescem cada vez mais, chamando a atenção das autoridades a respeito da imunização da população.

3. Os idosos, na minha opinião, reduziram a mortalidade de vírus ao verem que não fazem parte do grupo de risco, desrespeitando os protocolos sanitários, já em outros casos, há jovens que precisam trabalhar, andar em transportes públicos, esse expõe o risco de contrair a doença ao fazer atividades essenciais.

4. O resultado é uma média de aproximadamente 92,57

Fonte: Dados da pesquisa

Diante das respostas de MG é possível identificar o exercício da literacia estatística, como bem situa Batanero (2001), nessas respostas, foi possível constatar leitura crítica por parte de MG diante de um contexto social tecnológico e diante dos dados apresentados sobre a Covid-19. Destarte, conclui-se a segunda fase da Engenharia Didática com a identificação das variáveis: macro e microdidáticas as quais são, respectivamente, número de estudantes que realizaram preenchimento das perguntas na plataforma *Google Forms* e, as respostas obtidas pela plataforma *Google Forms*.

A fase seguinte, da experimentação, ocorreu durante uma aula remota com dezesseis estudantes do oitavo ano do Ensino Fundamental do CIEP Brizolão 375 Wilson Grey e quatorze estudantes do nono ano do Ensino Fundamental do Colégio Estadual São Bernardo. As respostas dos alunos foram coletadas por meio de um formulário eletrônico no *Google Forms* conforme mostra na Figura 5.



Esta pesquisa se realizou no Estado do Rio de Janeiro, no mês de abril de 2021, durante a pandemia do coronavírus SARS-CoV-2, causando a doença Covid-19. Participaram da pesquisa dezessete estudantes do oitavo ano do Ensino Fundamental do CIEP Brizolão 375 Wilson Grey e quatorze estudantes do nono ano do Ensino Fundamental do Colégio Estadual São Bernardo. As aulas presenciais não eram permitidas devido ao cenário pandêmico e, portanto, essa aula ocorreu por meio do *Google Classroom* e *YouTube*. À época, a classificação do mapa de risco da Covid-19, nesse Estado da Federação, era bandeira roxa, o que significa o último nível em uma escala de 1 a 5 no risco de contaminação. Assim, a legislação estadual só permitia o ensino na modalidade remota por meio digital.

A última fase da Engenharia Didática dar-se-á na próxima seção, já que a discussão dos resultados da pesquisa se reflete no confronto das análises *a priori* e *a posteriori*, bem como na validação da hipótese que, retomando, conjectura que a compreensão do conceito de média móvel e a análise de tabelas e gráficos estatísticos podem gerar discussões sobre o tema e, assim, estimular o exercício da literacia estatística entre os jovens dos anos finais do Ensino Fundamental, nas aulas de Matemática.

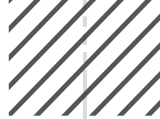
■ RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir da videoaula explicando o que é média móvel, um questionário com quatro questões foi aplicado nas turmas do Ensino Fundamental e Médio. Ao todo, 31 (trinta e um) alunos participaram da atividade e as respostas serão expostas a seguir. Nessa fase de discussão dos resultados, referente à quarta fase da Engenharia Didática, quando é consolidado o confronto entre as análises *a priori* e *a posteriori*, além de validar ou não, a hipótese estabelecida anteriormente (ALMOULOU, 2007).

A primeira questão proposta foi, conforme Figura 5, “Por qual motivo os governos mundiais, incluindo o Brasil, iniciaram a vacinação pelo grupo dos mais idosos?” As respostas da maioria dos alunos (87%) se basearam na maior vulnerabilidade ao coronavírus do grupo pertencente a essa faixa etária. Também foram citados como justificativa o maior índice de letalidade entre idosos no início da pandemia que resultou numa decisão pela prioridade na distribuição das vacinas. Em confronto com a resposta de MG nas análises *a priori*, esses termos se correlacionam.

Na videoaula, foi apresentado um gráfico comparativo entre leitos ocupados por pessoas mais jovens e leitos ocupados por mais idosos (Figura 3). Assim, foi feito o seguinte questionamento: “Os dados contidos nos gráficos de contaminação da Covid-19 podem ter influenciado essa decisão tomada pelas autoridades quanto à prioridade na vacinação?” Como resposta, 30 (trinta) alunos (97%) sinalizaram positivamente e justificaram suas respostas baseando-se na gravidade dos casos em pessoas mais idosas como pertencentes





ao grupo de pessoas com mais risco de complicações decorrentes da contaminação com o vírus e apenas um aluno não soube responder. Esse dado converge com a resposta de MG diante das informações advindas das estatísticas veiculadas pela imprensa. Diante da análise crítica, pode-se dizer que a grande maioria pode exercer a literacia estatística, conforme os pressupostos teóricos de Campos, Wodewotzki e Jacobini (2018), sobretudo, na análise crítica dos dados, conforme os dados informados na Figura 3.

Posteriormente, foram convidados a dar sua opinião sobre qual motivo os mais jovens iniciaram uma tendência a superar os mais idosos na ocupação dos leitos de UTI, a partir do mês de fevereiro de 2021. Apenas três estudantes (9,7%) não souberam responder, porém, a maioria (25 estudantes) (80%) afirmou que os jovens estão se colocando nessa situação por não respeitarem os protocolos de segurança como uso de máscara, distanciamento social e isolamento ou, pior, se aglomerando em festas. Destes alunos, dois opinaram destacando que as festividades do carnaval agravaram a situação. As demais respostas apresentam-se dentro do escopo como a crença de invulnerabilidade do jovem à contaminação com o vírus, a consequência do início da vacinação das pessoas mais idosas e até mesmo para acelerar a intenção do governo em iniciar a vacinação no público mais jovem. Nestes termos, confrontando com a resposta de MG nas análises *a priori*, percebe-se que há convergência nas ideias, mesmo que haja divergências nas conclusões. De fato, além da literacia estatística, vale destacar o raciocínio e o pensamento estatístico. Para Campos, Wodewotzki e Jacobini (2018), o raciocínio estatístico faz valer a combinação de ideias e estabelece conceitos centrados em compreender o processo estatístico para, enfim, ser capaz de explicá-lo. No caso do pensamento estatístico, além da escolha de ferramentas estatísticas, tem-se a visão do todo de um processo. Nas respostas variadas dos estudantes para a segunda pergunta, há indícios que tanto o raciocínio quanto o pensamento se fazem presentes.

Na sequência, durante a videoaula, o professor definiu média aritmética lembrando como se realiza esse cálculo e, posteriormente, definiu média móvel, demonstrou de que forma ela apareceu nos gráficos durante a pandemia (Figura 4) e de que forma ela é calculada.

Assim, para exemplificar a situação, foi realizado o cálculo da média móvel dos dias 7 e 8 do mês de março de 2021, com base nos dados contidos na tabela 1. Por conseguinte, foi sugerido que os alunos realizassem o cálculo da média móvel do dia 9.

Tabela 1. Média Móvel de mortes por Covid-19

	seg	ter	qua	qui	sex	sáb	dom	seg	ter
DIA	1	2	3	4	5	6	7	8	9
MORTES	13	83	186	104	141	105	5	12	95
M.M.							91,00	90,85	

Fonte: Dados da pesquisa





Nesta questão, treze alunos entenderam o que foi solicitado e obtiveram o resultado da média móvel do dia 9 conforme o cálculo abaixo e responderam 92,75.

$$MÉDIA = \frac{186 + 104 + 141 + 105 + 5 + 12 + 95}{7} = \frac{648}{7} = 92,57$$

Onze alunos encontraram resultados próximos a 92,57; um deles errou o cálculo da divisão de 648 por 7, encontrando como resultado 92,4. O restante dos alunos não entendeu o que foi perguntado ou não souberam como responder. Um dado interessante é que a porcentagem de acerto nessa questão foi muito maior entre os alunos no 8º ano: 59% de acerto em comparação à taxa de 21% de acerto entre os alunos do 9º ano. Diante desses resultados, recorremos à Batanero (2001), quando ressalta que a leitura crítica se faz presente em tabelas e gráficos presentes nos meios de comunicação, o que fomenta o exercício da literacia estatística.

Para tanto, esse argumento é reforçado por Curcio (1989 *apud* BATANERO, 2001), quando defende a popularidade dos gráficos para a leitura de mundo se dá em quatro níveis de compreensão gráfica: o primeiro nível, ao “ler dos dados”, quando se faz uma leitura literal do gráfico sem aprofundar nas informações; o segundo, “ler dentro dos dados”, importa a interpretação e a integração dos dados, estabelecendo conexões com as técnicas matemáticas; o terceiro, “ler além dos dados”, exige uma leitura que extrapola o que está aparente nos dados gráficos, requer uma leitura preditiva e inferencial; e, por fim, o quarto nível, “ler os dados”, análise crítica dos dados a partir de uma avaliação criteriosa subsidiada pela integridade dos dados.

Diante dos resultados apresentados, pode-se confirmar que a hipótese foi validada porque os estudantes tiveram a oportunidade de compreender o conceito de média móvel e a análise de tabelas e gráficos estatísticos geraram discussões sobre o tema, fazendo com que estimulasse o exercício da literacia estatística entre os estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental. No entanto, no que diz respeito às técnicas de matemática para o cálculo da média móvel ainda carecem de reforço.

■ CONCLUSÃO

Nas atividades descritas nesta pesquisa, procurou-se desenvolver a literacia estatística, nos anos finais do Ensino Fundamental, por meio da compreensão do conceito de média móvel, contextualizado pela pandemia da Covid-19 no Brasil e da análise de tabelas e gráficos estatísticos relativos a essa temática. Notou-se que a maioria dos alunos percebeu o quadro vulnerável dos idosos em relação ao vírus e associou a situação dos jovens internados à irresponsabilidade e falta de compromisso com os protocolos de segurança. Além disso,





parte significativa dos alunos demonstrou dificuldade em responder uma questão associada à análise de gráfico, deixando suas respostas em branco. Os estudantes também apresentaram problemas na resolução que envolvia o cálculo da média móvel e isso forneceu indícios de que as técnicas matemáticas para o cálculo de média aritmética devem ser retomadas.

Para tanto, a proposta da construção de um conceito novo constituiu um desafio, tanto para os professores, quanto para os alunos e, por isso, uma retomada nas técnicas pode ser favorável na compreensão do conceito de média móvel. Com efeito, isso requer dos discentes a consolidação do conceito de média aritmética.

Não obstante às dificuldades observadas quanto à operacionalização dos cálculos matemáticos, as atividades propostas pelos professores foram eficazes em promover reflexões e discussões a respeito do mundo e da sociedade. Nesse sentido, consideramos que o objetivo de oportunizar, ou mesmo favorecer, o exercício da literacia estatística foi atingido.

O trabalho investigativo e colaborativo, seguindo os pressupostos, teórico e metodológico, da Engenharia Didática em suas quatro fases, tornou a abordagem do tema mais interessante, sobretudo porque o assunto faz parte do dia a dia dos estudantes do Brasil e do mundo inteiro. Diante disso, a contextualização e a problematização do tema possibilitaram a atribuição de significado aos conceitos e estatísticas e facilitaram a aprendizagem, até mesmo porque apenas a quarta pergunta foi de utilização de técnica matemática.

Cabe ressaltar que a média móvel é um tema pouco, ou nada, abordado no currículo de Matemática e de Estatística na Educação Básica. Entretanto, por tornar-se essencial para a leitura do mundo nos últimos dois anos, entendemos que os professores deverão abordá-lo e sugerimos que o desenvolvimento seja feito de forma contextualizada a partir dos gráficos da pandemia de Covid-19.

Por fim, esperamos que novas pesquisas confirmem a relevância e ampliem as discussões sobre a compreensão do conceito de média móvel e da análise de gráficos estatísticos nas aulas de Matemática à luz da literacia estatística.



■ REFERÊNCIAS

1. BATANERO, C. **Didáctica de la Estadística**. Grupo de Investigación en Educación Estadística, ISBN 84-699-4295-6, Universidad de Granada, Espanha, 2001.
2. BRASIL, **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação. Brasil, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf> Acesso em: 21 abr. 2021
3. BUSSAB, W. O.; MORETTIN, P. A. **Estatística básica**. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010.
4. CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. **Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2018.
5. CARVALHO, J. I. F. Média Aritmética nos Livros Didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental. (Dissertação). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica. Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, 2011. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/3728/1/arquivo2878_1.pdf> Acesso em: 21 abr. 2021.
6. CRESPO, A. A. **Estatística Fácil**. 17. ed. São Paulo: Saraiva, 2002.
7. CAZORLA, I. M.; KATAOKA, V. Y.; SILVA, C. B. Trajetória e Perspectivas da Educação Estatística no Brasil: um olhar a partir do GT12. In: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S. C.; ALMOULOU, S. A. (Orgs.). **Estudos e Reflexões em Educação Estatística**. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2010. p. 19-44.
8. FIGUEIREDO, H.A. **Construção do Conhecimento de Medidas de Tendência Central com Alunos do Ensino Fundamental**: Reflexões sobre uma Sequência Didática. (Dissertação). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Mestrado Profissional em Educação Matemática. Universidade Federal de Juiz de Fora, MG. 2020. Disponível em: <<https://www2.ufjf.br/mestradoedumat/wp-content/uploads/sites/134/2020/09/Disserta%C3%A7ao-Final-He-loisa-2608.pdf>> Acesso em: 28 abr. 2021.
9. MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Modelos para previsão de séries temporais**. Poços de Caldas, MG: Instituto de matemática pura e aplicada, jun. 1981. (Colóquio Brasileiro de Matemática, v. 1).
10. PAHO – PanAmerican Health Organization. Disponível em: <https://www.paho.org/pt/covid19>. Acesso em: 19 abr. 2021.
11. RUMSEY, D. J. **Estatística para leigos**. Rio de Janeiro: Alta books, 2019.
12. WILD. C. J.; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry. **International Statistical Review**, Auckland, v. 67, n. 3, p. 223-265, 1999.

Enseñar transformaciones lineales a partir del modelo de Van Hiele: una propuesta aplicada a estudiantes de ingeniería

| **Christian Martínez-Pino**
USACH - Universidad de Santiago de Chile

| **Carlos Vanegas-Ortega**
USACH - Universidad de Santiago de Chile

RESUMEN

Este artículo presenta una secuencia didáctica contextualizada al curso de álgebra lineal aplicada a estudiantes de ingeniería de la Universidad de Santiago de Chile. Esto se realiza con el propósito de facilitar el entendimiento de los conceptos abstractos que posee dicha rama de la matemática. El marco teórico escogido para secuenciar es el Modelo de Van Hiele, el que, si bien es utilizado mayoritariamente en el área de la didáctica de la geometría, la posibilidad de visualización que poseen algunos conceptos del álgebra lineal (principalmente en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$) hacen tangible la opción de emplear dicho modelo. La secuencia abordó los conceptos asociados a la unidad temática de transformaciones lineales, entre los que destacan las ideas de transformación lineal, núcleo (Kernel) e imagen. Para esto, la planificación contempla un doble ciclo de Van Hiele, en donde en primera instancia se estudia la noción de transformación lineal (ciclo 1), para posteriormente pasar a estudiar la idea de núcleo (ciclo 2), finalizando con interpretación del teorema de la dimensión.

Palabras-Clave: Álgebra Lineal, Transformaciones Lineales, Secuencia Didáctica, Van Hiele.

■ INTRODUCCIÓN

Distintas son las perspectivas para argumentar la necesidad de generar una planificación prolija a la hora de intentar que los estudiantes logren alcanzar el aprendizaje matemático, más aún si se habla de álgebra lineal, ya que la gran cantidad de aplicaciones que puede llegar a tener esta rama de la matemática hace que se enseñe en gran parte de los programas de educación superior (TRIGUEROS y OKTAÇ, 2010). Desde una perspectiva científica se señalan diversos factores que pudiesen influir en el aprendizaje del álgebra lineal, entre ellos se puede mencionar la naturaleza epistemológica de esta rama de la matemática, los problemas con los diseños didácticos y el uso de diferentes tipos de representaciones semióticas (TRIGUEROS y OKTAÇ, 2010).

Para poder clarificar las ideas enunciadas en el párrafo anterior, se hace necesario profundizar y ejemplificar estas situaciones, ya que muchas veces son pasadas por alto, y no se logra comprender en plenitud su relevancia. Los errores de comprensión de los conceptos asociados al álgebra lineal, pueden clasificarse en 2 grandes conjuntos, los errores asociados al origen del obstáculo -errores epistemológicos- y los errores asociados a la ausencia de sentido del concepto (CASERIO, GUZMÁN y VOZZI, 2007). En el mismo contexto, Rosso y Barros (2013a; 2013b) hacen la misma clasificación, aunque la enuncian de forma distinta, los autores clasifican las dificultades en 2 tipos; conceptuales y cognoscitivos. Los errores conceptuales poseen relación con la naturaleza misma de la rama de las matemáticas -epistemológicos-, mientras que los cognoscitivos emergen a partir del pensamiento que construye el estudiante para comprender el concepto¹.

Una de las estrategias planteadas por algunos docentes (DORIER, ROBERT, ROBINET y ROGALSIU, 2000) para solucionar en parte estas dificultades, consiste en aproximar los conceptos abstractos del álgebra lineal a partir de sus aplicaciones geométricas. Es decir, visualizar los fenómenos abstractos en función a espacios vectoriales que se puedan graficar. Si bien estas conclusiones no son absolutas, pues la geometría puede incidir de manera negativa en la capacidad de generalización que desarrolla un alumno (DORIER, ROBERT, ROBINET y ROGALSIU, 2000), esta estrategia sí puede presentar buenos resultados si se aborda de manera correcta (DORIER y SIERPINSKA, 2001).

El sustento teórico que valida esta conexión entre la geometría y el álgebra lineal, es la relación existente entre el pensamiento algebraico y el pensamiento geométrico, y cómo este último facilita el desarrollo del primero (MARTÍNEZ, 2021).

Es debido a estos motivos que el modelo geométrico de Van Hiele parece ser una buena alternativa a la hora de planificar los contenidos de un curso de álgebra lineal, pues

1 Para los efectos de este documento, se utilizará esta última clasificación a la hora de enunciar las dificultades que se presentan a la hora de abordar el curso de álgebra lineal



en sus primeras etapas aproxima el objeto matemático de manera visual, mientras que en sus niveles superiores va transitando hacia un pensamiento generalizable o algebraico (nivel deducción formal y rigor).

La propuesta didáctica que se ha implementado en este estudio consta de un doble ciclo de Van Hiele, los que están compuestos por 15 actividades en total. El primer ciclo tiene el objetivo de profundizar el tema de transformación lineal, mientras el segundo aborda las ideas de núcleo e imagen². Cada actividad posee relación con los distintos niveles propuestos por el modelo de Van Hiele: visualización, análisis, clasificación, deducción formal y rigor (FOUZ y DONOSTI, 2005; LOBO, 2004; VARGAS y ARAYA, 2013). El objetivo general de la secuencia es poder “aterrizar” la naturaleza abstracta del álgebra lineal a través de la visualización, para esto los estudiantes realizan distintas actividades en donde en primera instancia lograrán observar de forma esquemática el comportamiento de diferentes fenómenos matemáticos, para posteriormente analizar, clasificar y deducir sus características y propiedades.

■ DESARROLLO

La secuencia didáctica está planificada para desarrollarse en el transcurso de 26 horas pedagógicas, es decir, 13 sesiones de 1 hora 30 minutos cada una. La secuencia consta de 2 ciclos de Van Hiele, separados en 3 etapas respectivamente, con una etapa final adicional que posee relación con el teorema de la dimensión. Cada etapa tiene planificada una secuencia de 2 a 4 actividades, las cuales se desarrollan en el transcurso de 1 a 3 clases, dependiendo de las particularidades de los temas a tratar.

Cada etapa de la secuencia intenta seguir la estructura correspondiente a las fases de Van Hiele. No obstante, se debe tener en cuenta la factibilidad del ciclo de aprendizaje en lo que respecta al tiempo disponible, por lo que las fases de información e integración se omiten, e intentan ser abordadas de una forma implícita y resumida. Para la implementación de las etapas, la metodología general consiste en introducir al alumno en una problemática, la que es proporcionada por el profesor a través de guías o problemas -orientación dirigida-, para luego avanzar a una etapa de discusión en donde se afinan los conceptos trabajados a partir de la comunicación oral-explicitación, para finalizar, el alumno debe consolidar sus conocimientos con base en ciertos ejercicios propuestos por el profesor-orientación libre-.

A continuación, se presentará un resumen, en el que se detallan el conjunto de actividades correspondientes a cada una de las fases de aprendizaje, además se adjunta una breve descripción de las acciones que tendrá el profesor y los estudiantes durante la clase. El material complementario como guías, evaluaciones o pautas de evaluación se adjuntará al final del documento en la sección de anexos.

2 Para facilitar la escritura del documento y optimizar el uso de las palabras, desde ahora cuando se mencione al segundo ciclo de Van Hiele, este será referido por la idea de núcleo. Pero las ideas que abordará esta parte de la secuencia no se circunscriben solo al núcleo, sino que también comprende los conceptos de imagen de una transformación lineal y dimensión de un espacio vectorial.





Ciclo número 1: Transformación lineal

Etapas 1: Visualización (Clase 1 y 2)

- Actividad 1: Durante esta clase el profesor entrega una breve introducción al tema, para posteriormente distribuir la guía. El objetivo de la actividad 1 consiste en visualizar y generar isometrías en $\mathbb{R}^2$. Para esto se elaboró la guía 1, cuya idea principal es que el alumno logre observar el comportamiento geométrico de una transformación lineal en $\mathbb{R}^2$, a través del trabajo personal, es decir, el docente será solo un apoyo.

Guía N°1 Isometrías

Objetivo: Generar y visualizar isometrías en $\mathbb{R}^2$

En esta guía encontrarás algunos ejercicios que servirán como recordatorio de materia que ya has visto, también en la última sección encontraras algunas preguntas relacionada con la materia que se ha visto durante el semestre.

Para realizar esta actividad necesitaras hojas milimetradas (entregadas por el profesor), regla y transportador, este ultimo de uso opcional. Recuerda entregar tus resultados, ya que serán utilizados en evaluaciones posteriores.

1. En el plano cartesiano adjuntado realiza las siguientes actividades:
 - a. Dibuja la figura cuyos vértices son: A= (1,1); B= (4,-1); C= (4,3); D= (2,2)
 - b. Realiza una simetría respecto a la recta X=5
 - c. Realiza una rotación respecto al origen en 90°
 - d. Traslada la figura según el vector de traslación $\vec{T}(2,-1)$
 - e. Realiza una transformación de la figura siguiendo las siguientes instrucciones:
 - Reflejarla con respecto al eje Y
 - Aumentar su longitud en 2 unidades con respecto al eje de las ordenadas
2. Responde las siguientes preguntas:
 - a. ¿El apartado “e” puede considerarse una isometría? Justifica tu respuesta.
 - a. ¿Como relacionarías esta actividad con la materia que has visto durante el ramo de álgebra 2 (álgebra lineal)? En cualquier caso, justifica tu repuesta.
 - b. ¿Crees que las transformaciones isométricas tienen alguna relación con algún otro concepto matemático (matrices, funciones, derivadas, etc.)? Justifica tu respuesta.

- Actividad 2: La meta de esta actividad es observar el comportamiento de transformaciones lineales en $\mathbb{R}^3$. Para esto se piensa utilizar de manera conjunta el software de GeoGebra con un material audiovisual, los cuales permitirán a los estudiantes visualizar cómo se comporta la transformación lineal en el plano y en el espacio.



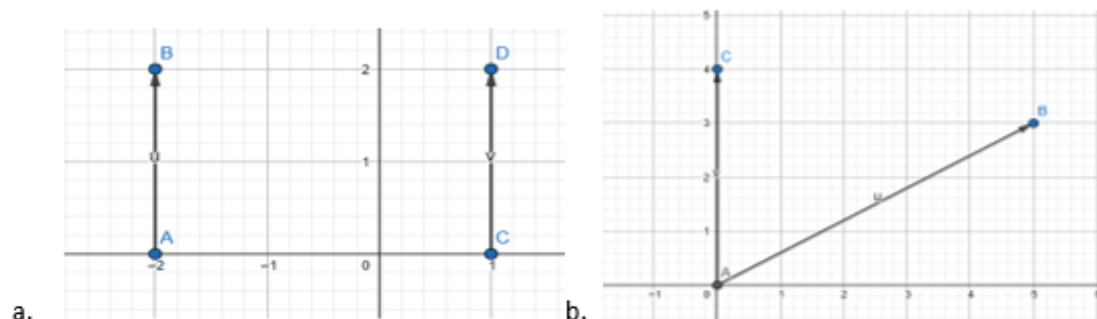


En este punto el profesor actúa como guía de la clase, construyendo preguntas y dando la posibilidad a los estudiantes a que generen sus propios ejemplos. Al mismo tiempo se abrirá un espacio de discusión, en donde los estudiantes puedan comparar las características similares observadas entre los ejemplos planteados entre las distintas dimensiones. Para esto se pueden plantear preguntas que guíen la discusión, las cuales pueden ser: ¿Qué similitudes se pueden observar entre las transformaciones en distintos planos?; ¿Puede que una transformación lineal no sea una isometría?, entre otras.

- Actividad 3: Para esta actividad se plantea una pequeña evaluación, en donde los estudiantes logren reconocer visualmente una transformación lineal, también se le plantearán preguntas relacionadas con otras transformaciones lineales que no necesariamente sean isometrías. El objetivo de esto es que el estudiante comprenda la idea de que existen una gama de transformaciones espaciales, las cuales no se circunscriben solamente a isometrías.

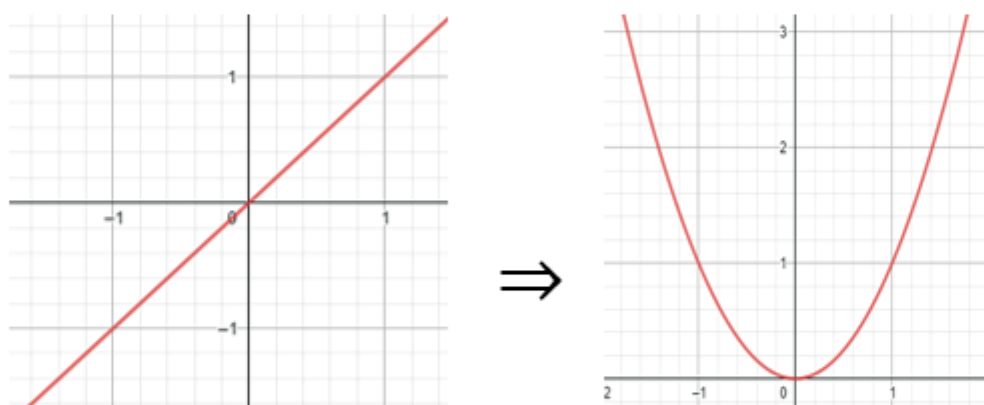
Evaluación 1: análisis gráfico de isometrías y transformaciones espaciales

1. Señala cuál de las siguientes graficas representas algún tipo de isometrías. Además, explicita el punto o recta con respecto a la cual se da origen la isometría, según corresponda. Siempre ten de primera referencia el vector u (o segmento $\overline{AB}$)

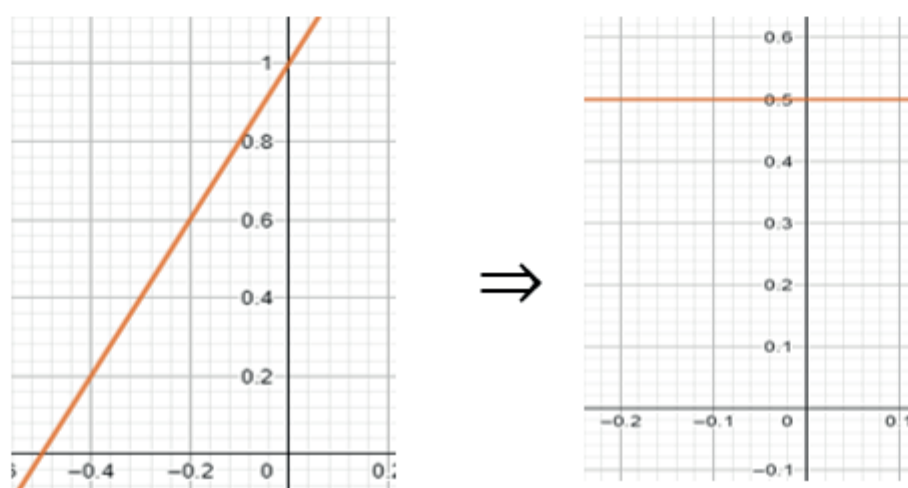


2. Considera las gráficas de las siguientes funciones, definidas de $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$. Señale cuales de ellas representan una transformación lineal, además de mencionar el argumento, en el cual se basa su respuesta.

a.



b.





Etapa 2: Análisis (clase 3 y 4)

- Actividad 4: Esta actividad tomará como insumos la guía 1, a partir de la cual el estudiante realiza las mismas isometrías, pero a través de la operación matricial, es decir, el alumno transforma líneas en líneas multiplicando matrices. Este punto es importante, ya que será el primer vínculo tangible entre el contenido trabajado en unidades pasadas y el concepto de transformación lineal. Al principio el profesor entregará una breve explicación teórica de cómo construir la matriz asociada a una transformación lineal, con la cual los estudiantes serán capaces de trabajar la guía 2. El objetivo de esta actividad recae en vincular la transformación lineal con su operador matricial o también llamada matriz asociada a una transformación lineal. Cabe mencionar que el proceso de resolución de la guía se realiza en parejas, lo que implica que se estarán trabajando las fases de orientación dirigida y explicitación de forma simultánea.

Guía N°2 Isometrías y matrices

Objetivo: Relacionar el operador de la transformación lineal con su matriz asociada

Para realizar esta actividad necesitarás el trabajo que realizaste en la guía número 1. Sigue minuciosamente las instrucciones que vendrán a continuación.

1. Ejercicios

- Construye las transformaciones realizadas en el ítem 1 apartado 1.a, 1.b, 1.c de la guía N°1
- Aplica las transformaciones obtenidas en el apartado 1.a, a los elementos del conjunto $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$
- A partir del trabajo realizado en clases generaliza la matriz asociada a la rotación respecto al origen en R^2
- Explicita la matriz asociada a la rotación en 90°
- Calcula la matriz asociada a la transformación realizada en el apartado 1.e (guía 1). Además, multiplica dicha matriz por cada vértice de la figura trabajada en la guía 1

2. Preguntas

- ¿Como relacionarías esta actividad con la materia que has visto durante el ramo de álgebra 2 (álgebra lineal)? En cualquier caso, justifica tu respuesta.
- ¿Crees que las transformaciones isométricas tienen alguna relación con algún otro concepto matemático (matrices, funciones, derivadas, etc.)? Justifica tu respuesta.
- Define con tus palabras el concepto de transformación lineal
- Define con tus palabras el concepto de matriz asociada a una transformación lineal



- Actividad 5: Para la actividad se tiene pensado generalizar la idea de operador matricial en otros espacios vectoriales que no sean vectores, como lo pueden ser polinomios o matrices, esto a través de una explicación y la guía 3. Esta actividad tiene el objetivo de que no se genere el obstáculo didáctico que los espacios vectoriales se restringen solo a vectores. Además, en este punto se tiene pensado generar un proceso de autoevaluación y coevaluación que se centre en el compromiso mostrado por el estudiante durante el desarrollo de las guías. Dicha evaluación se efectúa con el objetivo de que el alumno perciba que el trabajo realizado en clases tiene una relevancia importante, ya que la idea es centrar la evaluación en el proceso no en el resultado.

Guía N°3 Transformaciones lineales y espacios vectoriales

Objetivo: contextualizar el concepto de transformación lineal y su matriz asociada con otros espacios vectoriales

1. Encuentre la matriz asociada a las siguientes transformaciones lineales:
 - a. Sea $T: R^2 \rightarrow R^2$, tal que $T(x, y, z) = (x + y - z, 0)$
 - b. Sea $T: R^2 \rightarrow R_{[x]^2}$, tal que $T(a, b) = (a + b) + (a - b)x^2$
 - c. Sea $T: R_{[x]^2} \rightarrow R_{[x]^1}$, tal que $T(ax^2 + bx + c) = 2a + (b + c)x$
2. Generalice la matriz asociada a una transformación lineal, la cual toma como conjunto de partida a R^n , y como conjunto de llegada a R^m . Recuerde que $T(x) = Ax$, siendo A una matriz y x un vector de R^n .
3. Define con tus palabras los conceptos de transformación lineal y el de matriz asociada a una transformación lineal.

Autoevaluación 1: Pauta de autoevaluación del trabajo realizado durante el curso

1. Estimado estudiante le solicito que autoevalúe su desempeño en lo que ha transcurrido del curso. Para esto debe marcar con una X en el nivel de la escala que usted considere representativo.

Criterio	Valoración						
	1	2	3	4	5	6	7
Durante el transcurso de la asignatura me he comprometido con el trabajo realizado en ella.							
Durante el transcurso de la asignatura me he esforzado en superar las dificultades que se han presentados.							
Durante el transcurso de la asignatura me he mostrado proactivo a la hora de manifestar mis dudas y/o consultas.							
Durante el transcurso de la asignatura he sido autoexigente conmigo mismo.							
Durante el transcurso de la asignatura he asistido continuamente a las clases.							
Durante el transcurso de la asignatura he cumplido oportunamente con las actividades propuestas.							

2. A partir del trabajo realizado en la guía número dos, evalué a su compañero de actividad. Para esto debe marcar con una X el nivel de la escala que usted considere representativo.

Nombre de su compañero de trabajo:

Criterio	Valoración						
Mi compañero manifestó de forma constante su opinión durante el trabajo grupal							
Mi compañero ayudó a que las conclusiones fueran tomadas de forma mutua							
Mi compañero realizó las actividades asignadas de forma responsable							
Mi compañero manifestó una actitud que ayudó al generar un ambiente de trabajo grato en la pareja							

Pauta de Coevaluación N°1

1. A partir del trabajo grupal realizado en la clase evalué a sus compañeros de grupo.

Nombre de mi compañero: _____

Criterio	Valoración						
	1	2	3	4	5	6	7
Mi compañero manifestó de forma constante su opinión durante el trabajo grupal.							
Mi compañero ayudó a que las conclusiones fueran tomadas de forma mutua.							
mi compañero realizó las actividades asignadas de forma responsable							
Mi compañero manifestó una actitud que ayudó a generar un ambiente de trabajo grato en el grupo.							
A la hora de elaborar definiciones mi compañero demuestra un manejo técnico del vocabulario.							
Mi compañero evidencia un buen manejo teórico de la materia.							

Etapas 3: Clasificación (Clase 5 y 6)

- Actividad 6: El objetivo de esta actividad consiste en definir y formalizar el concepto de transformación lineal y el de su matriz asociada. Para esto se separa al curso en grupos, en donde a través de ciertas preguntas guiadas logren generar conclusiones con respecto a los conceptos trabajados durante el ciclo, las que posteriormente serán compartidas con todos sus compañeros. Se espera que los alumnos sean capaces de acercarse a las condiciones de linealidad. Al igual que en la actividad anterior las fases de orientación dirigida y explicitación se realizan de forma simultánea. También, al finalizar la actividad se entregará a cada estudiante una pauta de coevaluación, con la cual evaluarán la participación de sus compañeros de grupos.
- Actividad 7: Para poder trabajar en la fase de orientación libre, se procede a realizar la guía 4, la cual tiene el objetivo de trabajar ejercicios relacionados con las condiciones de linealidad de una transformación lineal, es decir, los alumnos demostrarán si una función definida entre espacios vectoriales es una transformación lineal o no.

Guía N°4 Condiciones de linealidad

Objetivo: Demostrar si transformaciones definidas entre espacio vectoriales cumplen las condiciones de linealidad.

- Determine si las siguientes aplicaciones son o no lineales. Justifique su respuesta.
 - Sea $T: R \rightarrow R$ definida por $f(x) = |x|$
 - Sea $T: R^2 \rightarrow R^2$ definida por $T(x, y) = (2x - y, y)$
 - Sea $T: R^2 \rightarrow R^2$ definida por $T(x, y) = (x^2, y)$
 - Sea $T: M_{R_2} \rightarrow R$ definida por $T\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = 2a + 3b - d$
- Demuestre que $F: R^2 \rightarrow R^2$ definida por $F(x, y) = (ax + by, cx + dy) \forall a, b, c, d \in R$ es una transformación lineal.
- Sea $T: R^3 \rightarrow R^2$ tal que $T(x, y, z) = (x - y + z, x + z)$. Demuestre que $T \in \mathbb{L}_R(R^3, R^2)$
- Sea $T: M_{R_2} \rightarrow M_{R_2}$ definida por $T\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + b - c & b \\ d + c & d + a \end{pmatrix}$. Demuestre que $T \in \mathbb{L}_R(M_{R_2}, M_{R_2})$.
- Describe con tus palabras la relación existente entre las condiciones de linealidad de una función definida entre espacios vectoriales y las condiciones internas para que un conjunto sea considerado un espacio vectorial.
- ¿Cómo relacionarías esta actividad con la materia que has visto durante el ramo de álgebra 2 (álgebra lineal)? En cualquier caso, justifica tu respuesta.

Ciclo numero 2: Núcleo, imagen y dimensión

Etapas 1: Visualización (clase 7 y 8)

- Actividad 8: El objetivo de esta actividad recae en que el estudiante logre relacionar el concepto de transformación lineal con el de función, de una forma visual, todo esto a partir del diagrama de funciones. La actividad básicamente consiste en mostrar a través de un archivo PowerPoint distintos ejemplos sencillos de espacios vectoriales. También durante el desarrollo de esta clase se enuncia la consigna de un trabajo grupal investigativo relacionado con el concepto de isomorfismo.

Consigna 1: Proceso investigativo sobre el concepto de isomorfismo

Esta actividad está planificada como una evaluación parcial dentro del proceso de aprendizaje definida para la unidad didáctica de transformaciones lineales. La idea es que los alumnos a través del trabajo grupal investigativo logren vincular la idea de isomorfismo con la materia trabajada en el aula.

Para esto los estudiantes deberán entregar un documento, en el cual presenten un título, las respuestas de las preguntas que se entregan a continuación y una breve reflexión final en donde se expresen sus comentarios y conclusiones sobre cómo relacionan la idea de isomorfismo con la materia que han visto durante el curso de álgebra lineal. Este documento debe ser sucinto, por ende, no debe superar las 2 páginas.

Las preguntas que guiarán la construcción del documento son:

1. ¿En qué consiste la idea de isomorfismo?
2. ¿Cuál es la diferencia entre isomorfismo y homomorfismo?
3. ¿En qué consiste un isomorfismo de espacios vectoriales?
4. ¿Cuáles son los elementos necesarios para construir un isomorfismo de espacios vectoriales?
5. ¿Cómo relacionarías la idea de isomorfismo con el de transformación lineal?
6. ¿Qué relevancia tiene la idea de isomorfismo para el curso de álgebra lineal? En cualquier caso, justifica tu respuesta.

- Actividad 9: Para finalizar, la segunda mitad de la clase se centra en clasificar los tipos de funciones (inyectiva, biyectiva, sobreyectiva). Una posible metodología para explicar estas ideas puede ser generar un ejemplo tomando a los alumnos y las sillas del aula. El ejemplo básicamente radica en sacar a los estudiantes del aula, para luego ir sentándolos uno por uno, para posteriormente analizar si existen sillas vacías. Si existen sillas vacías, la función que relaciona alumnos y sillas será inyectiva pero no sobreyectiva, si no quedan sillas vacías la función será inyectiva y sobreyectiva, por ende, biyectiva. Es importante aclarar qué sucede si 2 alumnos se sientan en la misma silla, ya que en esa situación la función deja de ser inyectiva.
- Actividad 10: La última actividad será una clase en donde se instauren de forma visual, y parcialmente de forma matemática, los conceptos de núcleo, imagen y preimagen de una transformación lineal, siempre apoyándose en el diagrama de funciones. Es decir, se presentará el diagrama de funciones, en donde existirán 2 conjuntos y una transformación que los relacione y se introducirá las ideas de núcleo e imagen como un subconjunto de cada espacio vectorial. Esto con la intención de que los estudiantes posean las herramientas necesarias para trabajar las guías que se realizarán en la etapa de análisis.



Etapa 2: Análisis (clase 9, 10 y 11)

- Actividad 11: El propósito de esta actividad recae básicamente en observar el comportamiento del núcleo y la imagen de una transformación lineal a través del trabajo personal del estudiante. Para este efecto se entrega la guía 5 a los estudiantes, quienes deberán desarrollarla durante la clase. La fase de Van Hiele a partir de la cual se construye esta actividad es la orientación dirigida.

Guía N°5 Imagen y núcleo

Objetivo: Estudiar el comportamiento del núcleo y la imagen de una transformación lineal

1. Determine la imagen de la transformación lineal en cada caso:
 - Sea $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que $T(x, y, z) = (x - y + z, x + z)$. Determine la imagen del vector $0_{\mathbb{R}^3}$
 - Sea $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que $T(x, y, z) = (x - y + z, 2x + y, 1 + z)$. Determine la imagen de la transformación lineal
 - Sea $T: \mathbb{R}_{[x]^2} \rightarrow \mathbb{R}_{[x]^2}$ tal que: $T(1 + x) = 1 + x^2$; $T(x + x^2) = x - x^2$; $T(1 + x^2) = 1 + x + x^2$. Determine $T(4 - x + 3x^2)$ y además determine (si es posible) la imagen de la transformación lineal
2. Sea $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, tal que $m_T = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$. Determine la pre-imagen de S y W , tal que $S = \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$ y de $W = \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$
3. Sea $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, tal que $T(x, y) = (x - y, 2x + 3y)$. Determine el núcleo de la transformación lineal
4. Sea $T: \mathbb{R}_{[x]^2} \rightarrow \mathbb{R}^2$, tal que $T(ax^2 + bx + c) = (a + b, c)$. Encuentre el núcleo de la transformación lineal.
5. Explique por qué en la ecuación que se utiliza para determinar el núcleo de una transformación lineal la igualdad se hace al 0_w (cero vector del conjunto de llegada)
6. Que función (aritmética) cumple el 0_v (cero vector) dentro de un espacio vectorial.

- Actividad 12: se pretende que los estudiantes sean capaces de vincular la idea de inyectividad, sobreyectividad y biyectividad con la dimensión de un espacio vectorial, y cómo el núcleo puede relacionarse con alguna de estas características. Para cumplir este objetivo se desarrolla la guía 6. Debido a las condiciones específicas de la guía, la que presenta varias preguntas en donde se le incita al alumno a generar sus propias definiciones, se solicita a los estudiantes que formen grupos de 3 integrantes, con el propósito de que a través de la discusión entre pares vayan



refinando sus conclusiones y definiciones. Durante esta etapa las fases de explicación y orientación libre se efectuarán de forma simultánea.

Guía N°6 dimensión e isomorfismos

Objetivo: Relacionar los conceptos de inyectividad, biyectividad y sobreyectividad con el de dimensión.

1. Sea $T: R^3 \rightarrow R^3$, tal que Sea $T(x, y, z) = (x + ky, x - 3y - z, 5y + (k - 1)z)$. Determine los valores de k , para que la transformación sea biyectiva
2. Hallar la expresión analítica de una transformación lineal, tal que $T: R^3 \rightarrow R^2$ verifique las siguientes condiciones:
 - $(0,3) \in \text{Ker}(T)$
 - $\text{Img}(T) = \{(x, y, z) \in R^3 / x - 2y = 0; y + z = 0\}$
3. Clasifique la transformación encontrada en el apartado anterior. Para la clasificación tenga en cuenta los conceptos de biyectividad, inyectividad, sobreyectividad
4. Explique con sus palabras y con un diagrama lo que sucede cuando la transformación es inyectiva. Para la explicación y el diagrama considere los conceptos de imagen, núcleo, dominio, recorrido y subespacio
5. Explique con sus palabras y a través de un diagrama lo que sucede cuando la transformación es sobreyectiva. Para la explicación y el diagrama considere los conceptos de imagen, núcleo, dominio, recorrido y subespacio
6. Explique con sus palabras y a través de un diagrama lo que sucede cuando la transformación es biyectiva. Para la explicación y el diagrama considere los conceptos de imagen, núcleo, dominio, recorrido y subespacio
7. Que inecuaciones matemáticas puedes explicitar que relacionen los conceptos de inyectividad, biyectividad y sobreyectividad con el de dimensión del conjunto de llegada. Explica las inecuaciones obtenidas.

- Actividad 13: Para finalizar esta etapa se procede a realizar las presentaciones del trabajo investigativo de isomorfismo, el cual fue enunciado al comienzo del ciclo. Dependiendo de las particularidades del curso, en lo que respecta a cantidad de alumnos y tiempo disponible se decidirá si efectuar un ciclo de presentaciones formales o un diálogo grupal en donde el grupo presenta sus conclusiones. Siguiendo la misma línea de evaluación, esta actividad tendrá una autoevaluación y coevaluación en función de la participación de los integrantes del grupo durante el desarrollo del trabajo. Además, el profesor deberá valorar los aspectos técnicos de las conclu-

siones presentadas. Es importante mencionar que esta actividad presenta la fase de integración de Van Hiele.

Pauta de evaluación trabajo de isomorfismo							
Criterio	Evaluación						
	1	2	3	4	5	6	7
Contenido del documento							
El documento muestra un título relacionado con la idea de isomorfismo y álgebra lineal.							
El documento responda las preguntas explícitas en la consigna.							
El documento presenta reflexiones finales que vinculan la idea de isomorfismo con la asignatura.							
El documento respeta las reglas ortográficas.							
El documento presenta una coherencia y cohesión, en donde se evidencia el respeto por las reglas gramaticales							
Debate en clases							
la mayoría de los integrantes del grupo se muestra participativo durante la discusión de clases.							
los integrantes del grupo presentan un lenguaje técnico, acorde con los temas tratados.							
la mayoría de los integrantes del grupo presentan sus ideas de una forma coherente.							

Etapas 3: Clasificación (Clase 12)

- Actividad 14: La clase 12 posee la finalidad de formalizar matemáticamente los conceptos de núcleo e imagen de una transformación lineal y cómo esta primera idea se relaciona con la inyectividad de una transformación lineal³. Si bien, debido al tiempo, esta etapa no podrá seguir con rigurosidad las fases del modelo, se espera que todo el trabajo anterior actúe como orientación dirigida, explicitación y orientación libre, ya que básicamente esta actividad se sitúa desde la perspectiva de integración. Para guiar esta actividad se debe tener presente en todo momento el diagrama de funciones, además de explicitar algunas preguntas, por ejemplo “¿Cómo controlar la inyectividad desde el interior del espacio vectorial?”

Evaluación Final (deducción formal): Teorema de la dimensión

- La actividad final consiste en una evaluación para el aprendizaje, en la cual se desafía a los estudiantes a demostrar el teorema de la dimensión⁴. Esto se plantea de forma tal, que se le entregarán ciertas pistas para comenzar la demostración,

3 Se recuerda que si V y W son dos K espacios vectoriales y existe una transformación T que $\in L_K(V, W)$, entonces: T inyectiva $\Leftrightarrow \text{Ker}(T) = \{0_V\}$

4 Se recuerda que si V y W son dos K espacios vectoriales, tal que la $\dim(V) = n$ con $n \in \mathbb{N}$, y $T \in L_K(V, W)$, entonces: $\dim(V) = \dim(Ker(T)) + \dim(\text{Im}(T))$

como pueden ser algunos conjuntos de partida y una transformación lineal que los relacione -ambos generalizados a $\mathbb{R}^n$ -. Un dato importante que señalar es que la secuencia tiene el propósito de situar a los estudiantes en el nivel de clasificación, por lo cual evaluar el nivel de deducción formal sería incongruente, por consiguiente, la evaluación se efectuará bajo la perspectiva de nivel de clasificación, es decir, se medirá la congruencia de los argumentos matemáticos que presente el alumno.

Evaluación final: Teorema de la dimensión

1. Sea V y $W \subset \mathbb{K}$ espacios vectoriales, tal que existe una transformación lineal T que los vincula, es decir, $T: V \rightarrow W$. Demuestre que:

$$\dim_{\mathbb{K}}(V) = \dim_{\mathbb{K}}(\text{Ker}(T)) + \dim_{\mathbb{K}}(\text{Im}(T))$$

Para su demostración suponga que $\dim_{\mathbb{K}}(V) = n$.

También considere los siguientes conjuntos para su demostración:

- $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_p\}$ una base del $\text{Ker}(T)$
- $\beta = \{v_1, v_2, \dots, v_p, v_{p+1}, v_{p+2}, \dots, v_n\}$ una base de (V)

■ CONSIDERACIONES FINALES

La aplicación de la propuesta ha permitido reconocer que es de vital importancia tener en cuenta el contexto en donde se desea aplicar. Esto debido a que variables como el contenido previo que poseen los estudiantes, la cantidad de alumnos, el tiempo disponible, u otros, pueden tener tal relevancia, que probablemente signifiquen la diferencia entre fracaso y éxito del ciclo. Debido a esto, se aconseja a los docentes generar una evaluación de entrada, en donde se pueda observar la cantidad y calidad de contenidos previos que posee el alumno, principalmente en lo que respecta a isometrías, ya que son la base en la cual se apoya esta secuencia de aprendizaje. Si los resultados son poco satisfactorios, se hace necesario generar un breve repaso de isometrías y transformaciones espaciales.

También se recomienda generar una noción visual del concepto de matriz asociada, pues la capacidad de visualizar esta idea abstracta permitirá al estudiante analizar de mejor manera las propiedades y componentes de una transformación lineal, y así hacer más sencillo el proceso de transición de los niveles de Van Hiele. Esta propuesta puede realizarse de manera previa, cuando se aborde la idea de base. Específicamente se aconseja vincular la noción de cambio de base con el de matriz asociada. Para lograr este propósito se puede ejemplificar graficando 2 bases de dos conjuntos distintos y cómo la matriz cambio de base representa el “traslado” de una base a otra.



Se espera que la construcción de esta secuencia didáctica sea un aporte a la hora de planificar los contenidos de un curso de álgebra lineal. Esto, se basa en la premisa de que partir visualizando de forma simple los fenómenos complejos y abstractos del álgebra lineal, y de las transformaciones lineales son un muy buen punto de partida, ya que como menciona Ferrer (2007, p. 3) “la visualización no es un fin en sí mismo, sino un medio para conseguir el entendimiento”. Avanzar desde la visualización, pasando por el análisis, hasta llegar a la abstracción, ha demostrado ser una buena metodología a la hora de abordar la problemática epistemológica que subyace en el álgebra lineal.

Por otro lado, el uso de estrategias de aprendizajes apoyadas en modelos teóricos de construcción del razonamiento, son importantísimas a la hora de construir una planificación didáctica. Sobre todo, si se habla a partir de un contexto universitario vinculado con alumnos pertenecientes a los primeros años, ya que la problemática de asimilar el cambio colegio-universidad sumada a la dificultad que poseen los contenidos matemáticos, amplifican considerablemente las dificultades en el proceso de aprendizaje (Tirado, 2009). Ante esta realidad parece importante recalcar el rol que cumplen las instituciones, ya que la visión que estas poseen incide en gran medida en la capacidad de los docentes en realizar cambios significativos en las prácticas en el aula. Muchas veces los docentes -tanto universitarios como de educación básica o media- se ven inhibidos por coordinaciones e instituciones que tienen visiones retrógradas, en donde la presión que ejercen variables como: la optimización del tiempo y el contenido, es decir, avanzar la mayor cantidad de contenidos en el menor tiempo posible; la evaluación de los rankings internacionales, que favorecen las prácticas investigativas y entregan poca relevancia a las competencias didácticas; la visión mercantil de la educación, en la que, el incentivo principal está centrado en las ganancias y no en la formación de personas, conspiran contra las prácticas reformadoras y terminan favoreciendo el *estatus quo* del modelo educativo.

■ REFERÊNCIAS

1. CASERIO, M., GUZMÁN, M., & VOZZI, A. M. Dificultades en el aprendizaje de matemática. Obstáculos y errores en el aprendizaje del concepto de dependencia e independencia lineal. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, 91-95, 2007.
2. DORIER, J. L., & SIERPINSKA, A. Research into the teaching and learning of linear algebra. In D. Holton, **Teaching and learning of mathematics at university level** (pp. 255-273). Dordrecht: Springer, 2001.
3. DORIER, J. L., ROBERT, A., ROBINET, J., & ROGALSIU, M. The obstacle of formalism in linear algebra. In J.-L. Dorier, **In On the teaching of linear álgebra** (pp. 85-124). Dordrecht: Springer, 2000.





4. FERRER, D. M. Las Nuevas tecnologías y el aprendizaje de las matemáticas. **Revista Iberoamericana de Educación**, v.42, n.4, 2007.
5. FOUZ, F., & DONOSTI, B. D. **Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. Un paseo por la geometría**. Bilbao, 2005.
6. LOBO, N. Aplicación del modelo propuesto en la teoría de Van Hiele para la enseñanza de la geometría. **Multiciencias** , v.4, n.1, 2004.
7. MARTÍNEZ, C. **Conceptualización del objeto de transformación lineal a partir de una secuencia didáctica basada en el modelo de Van Hiele**. Tesis de Maestría, Universidad de Santiago de Chile, 2021
8. ROSSO, A., & BARROS, J. Entramado de lenguajes en álgebra lineal. In S. d. Uruguay (Ed.), **VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática** (pp. 1156-1163). Montevideo: SEMUR, 2013a.
9. ROSSO, A., & BARROS, J. Una taxonomía de errores en el aprendizaje de espacios vectoriales. **Revista Iberoamericana de Educación**, v.63, n.2, 2013b.
10. TRIGUEROS, M., & OKTAÇ, A. ¿Cómo se aprenden los conceptos de álgebra lineal? **Revista iberoamericana de investigación en matemática educativa**, v.13, n.4, 373-385, 2010.
11. VARGAS, G., & ARAYA, R. G. El modelo de Van Hiele y al enseñanza de la geometría. **UNICIENCIA**, v.27, n.1, 74-94, 2013.



Ensino de probabilidade presente em anais do Enem

| **Reinaldo Feio Lima**
UNIFESSPA

| **Márcio José Silva**
UEPA

| **Rosana dos Passos Correa**
SEDUC/PA

| **Helves Belmiro da Silveira**
UNIFESSPA

RESUMO

Este artigo, resultado de uma pesquisa teórica, teve como objetivo compreender o ensino de probabilidade presente em anais do ENEM, entre os anos de 2010 e 2016, com uma abordagem qualitativa, e optamos pelo “estado do conhecimento” das pesquisas em Educação Matemática que tratam do Ensino de Probabilidade. Dentre os resultados, destacamos que ainda existem indícios da falta de reflexão do professor no que concerne a sua prática docente, o que, de certo modo, contribui para que o ensino da probabilidade matemática não tenha tanta eficácia como deveria ter e, conseqüentemente, a torne um conteúdo aparentemente difícil, pois, muitas vezes, se não na maioria das vezes, esse conteúdo, tão importante para a tomada de decisões na vida, é trabalhado de forma isolada da realidade e do contexto de vida do aluno.

Palavras-chave: Ensino de Probabilidade, Educação Matemática, ENEM.

■ CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Durante muito tempo, e até mesmo nos dias atuais, a educação matemática tem sido abordada e trabalhada em sala de aula de forma mecanicista no que tange aos seus conceitos, posto que, de acordo com Junior e Fernandes (2011, p. 23), a escola tem como função principal ser um espaço que viabiliza o “mero repasse/transmissão de informações aos alunos, sendo as disciplinas e conteúdos estruturados em áreas de conhecimentos estanques umas das outras e, por vezes, dentro de si própria enquanto área de conhecimento”, desse modo, é importante que o professor não seja um “dador” de aula e sim alguém que forme cidadãos críticos.

Ou seja, é preciso formar alunos que saibam ler, interpretar, refletir a fim de que possam entender e, conforme versam os autores citados acima, compreender os conceitos trabalhados em sala de aula, não de modo estanque, separados da realidade de mundo desses alunos, pois a todo momento as informações do cotidiano são referentes à economia, à política e à própria sociedade são apresentadas em forma tabuladas e por meio de gráficos estatísticos, o que vem acentuar ainda mais a necessidade de o aluno adquirir os saberes matemáticos necessários para sua vida.

Nessa ótica, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), segundo os estudos de Walichinski, Junior e Ishikawa (2014), no que tange ao ensino de probabilidade matemática no ensino fundamental no 9º ano dessa etapa, versam que:

a principal intenção consiste em que o aluno possa compreender que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e, que se podem identificar possíveis resultados para esses acontecimentos e, até mesmo estimar o grau de possibilidade acerca do resultado dos mesmos. [...], os PCN também colocam a necessidade de se explorar as noções de acaso e incerteza, em que o aluno possa realizar experimentos e observar eventos. Considera-se que essas orientações não têm sido suficientes. Faltam exemplos práticos de situações que envolvam fenômenos aleatórios, de modo a auxiliar efetivamente o trabalho do professor (WALICHINSKI; JUNIOR; ISHIKAWA, 2014, p.56).

Além disso, esses autores, ao tratarem da importância da ao ensino de probabilidade no 9º ano do ensino fundamental, ratificadas pelos PCN (1998), esclarecem que:

os PCN deveriam mostrar ao professor, passo a passo, o que e como ele deve trabalhar. Não que deva ser uma “receita” a ser seguida, mas é necessário que seja definido tudo o que deve ser trabalhado e não deixado apenas subentendido, como fazem os PCN. Essa falta de clareza que os PCN trazem a respeito dos conteúdos do bloco Tratamento da Informação se reflete também nos livros didáticos, que, por sua vez, simplificam os conteúdos específicos desse bloco de conteúdos, favorecendo apenas a aplicação de exercícios de Matemática (WALICHINSKI; JUNIOR; ISHIKAWA, 2014, p.57).



Assim, levando em consideração as assertivas acima, essa pesquisa é justificada pela relevância de trabalhar de forma significativa e crítica o conteúdo de probabilidade matemática, pois no que concerne ao seu ensino, Silva e Pereira (2017, p.174) esclarecem que o

ensino de probabilidade, no qual se busca o desenvolvimento de alternativas didáticas “facilitadoras” das relações com o saber ensinar e aprender. Sendo assim, o ensino de probabilidade contribui para desvelar as confluências daquela ciência com outras áreas - eruditas ou não, saberes matemáticos que circunscrevem produções culturais, sociais e econômicas diversas. Estando presentes em atividades que vão desde o ato de efetuar uma compra, pegar um ônibus, confeccionar um objeto para a promoção de uma brincadeira.

Desse modo, Silva e Pereira (2017, p.176) afirmam, ainda, que tais ratificações “nos levam à compreensão de que o ensino de probabilidade surgia dos “acasos”, “incertezas” e circunstâncias eventuais presentes em jogos de azar, os quais permitiam a repetição de situações aleatórias que podiam ser interpretadas por essa ciência”, o que será abordado no decorrer dessa pesquisa, a seguir.

■ ENSINO DE PROBABILIDADE

Os primeiros indícios acerca dos estudos envolvendo a teoria de probabilidade, segundo Silva, Alves e Noronha (2018, p. 204),

surgiu na Itália, com Girolamo Cardano, que, em 1526, escreveu o livro *Liber de ludo aleae* (Livro dos jogos de azar), no qual resolveu vários problemas de enumeração, porém a obra só foi publicada em 1663. Só em 1654, segundo Boyer (1996, p. 250), houve o primeiro estudo mais sistemático de probabilidade, através da troca de correspondência entre os matemáticos Blaise Pascal e Pierre de Fermat, no qual tratavam do problema dos pontos, apresentado a Pascal por Chevalier de Meire, que trazia em seu texto a seguinte questão: Dois jogadores, aos quais faltam a e b pontos, respectivamente, decidem interromper o jogo. Como as apostas devem ser divididas? [...] Foi por volta da década de 70 que o ensino de probabilidade matemática tinha como visão norteadora a visão clássica ensinada no cálculo combinatório, onde a maioria dos professores viam tal conteúdo como uma parte secundária da matemática pelo fato deste estar centrado na ideia de jogo.

Sobre isso, Silva, Alves e Noronha (2018), ratificam a necessidade de se ensinar nas escolas o cálculo de probabilidade a partir do segundo grau, a fim de capacitar o aluno para a leitura dos fenômenos aleatórios emergentes de sua própria realidade de vida, no que tange aos noticiários, questões sociais, etc. A esse respeito e considerando a importância do pensar probabilístico na tomada de uma decisão do dia a dia, somado ao contexto em questão, Carvalho e Fernandes (2005, p.72)





consideram existir uma diferença entre o que se entende por “uma probabilidade matemática e a probabilidade que os psicólogos procuram avaliar, através de diferentes métodos, em sujeitos reais”(p. 293). Do ponto de vista matemático, sendo o conceito de probabilidade um conceito multifacetado, a probabilidade de um acontecimento pode ser estudada através (1) do conceito clássico, (2) do conceito frequencista ou empírico, (3) do conceito subjectivista, e (4) do conceito estrutural ou axiomático [...]. Do ponto de vista da Psicologia, as probabilidades devem ser consideradas como uma tentativa de determinar as cognições individuais e os processos de decisão, podendo-se incluir em ambos as probabilidades matemáticas. [...] Na Psicologia, os autores mais significativos no estudo da cognição probabilística foram Piaget e Inhelder (1951) e, alguns anos mais tarde, Fischbein (1975). Enquanto os primeiros estavam interessados em compreender como este conceito evoluía de acordo com o seu modelo de desenvolvimento cognitivo, o segundo, partindo dos trabalhos iniciados pela escola de Génève, explorou os fundamentos do pensamento intuitivo e como este se relaciona com o pensamento probabilístico.

Dessa forma, podemos notar o quão significativo e importante este ensino, não só para o processo cognitivo do indivíduo, mas na forma como pensamos nos fenómenos aleatórios no nosso dia a dia, ou seja, os mesmos autores esclarecem a esse respeito que:

as investigações realizadas acerca da aquisição da noção de probabilidade permitiram-lhes verificar que só quando compreendem muitas das relações de causa-efeito dos fenómenos físicos é que a criança consegue compreender os fenómenos aleatórios, [...]. Para compreender os fenómenos aleatórios e conseguir conceber as várias possibilidades existentes numa situação, a criança precisa da noção de reversibilidade e do esquema combinatório. Esta noção de reversibilidade começa por ser construída em situações concretas e só gradualmente é que a criança a mobiliza para situações abstractas que lhe vão permitir pensar, não num universo familiar, concreto e próximo, mas alargá-lo ao domínio do possível. Consequentemente, as actividades propostas às crianças para promover a aprendizagem de conceitos mais complexos não devem esquecer este facto. Quando pensamos em situações do dia-a-dia, onde estão presentes fenómenos aleatórios, quer no mundo físico quer no mundo social, verificamos não ser fácil encontrar situações concretas para exemplificar um fenómeno aleatório a uma criança, uma vez que não é possível manipular estes fenómenos no sentido de produzir, em condições idênticas, sempre o mesmo efeito (CARVALHO; FERNANDES, 2005, p.73).

Assim, conforme versam Carvalho e Fernandes (2005, p.74), “mesmo que se tenha alguma informação acerca de um determinado fenómeno aleatório, não conseguimos, com segurança, antecipar qual será o seu resultado”, ou seja, em qualquer situação de vida que venha a envolver algum acontecimento causado pelo aleatório, o que se pode ter como resultado é uma aproximação referente à previsão probabilística do resultado de um determinado fenómeno aleatório, no que concerne à razão entre a parte e o todo num determinado espaço amostral, isto é, “razão entre número de casos favoráveis e o número total de casos ou estimativa de seu valor obtida pela observação da frequência experimental” (SANTANA;



BORBA, 2016, p.5), no qual o indivíduo está inserido, como, por exemplo, a probabilidade de acertar num jogo de loteria ou a probabilidade de prever se vai chover ou não, dentre outros.

Nessa ótica, Santana e Borba (2016, p.2), ao tratarem da importância de refletir sobre o ensino da probabilidade matemática para a vida do aluno como cidadão no que tange à sua formação, versam que:

A formação básica em probabilidade torna-se indispensável ao educando nos dias de hoje e em tempos futuros, pois a sociedade contemporânea requer habilidades que permitam uma leitura ampla da realidade e capacidades de intervenção nas ações cotidianas. O entendimento da probabilidade requer um pensamento mais elaborado, permitindo a análise de situações, o levantamento de possibilidades e o julgamento do que seja provável, improvável e impossível. Nesse sentido, o ensino da probabilidade pode promover o desenvolvimento da capacidade crítica e da autonomia, assim como o entendimento de outros conteúdos matemáticos trabalhados na escola, tais como a classificação Sistemática e a Combinatória.

Ou seja, ensinar probabilidade nos dias atuais nas escolas, segundo Santana e Borba (2016, p. 3), infere de forma profícua na formação do aluno como cidadão responsável e crítico, pois a “relação com o mundo supera a sua própria capacidade de lidar com as certezas, ultrapassando, assim, o âmbito das incertezas”, além de contribuir para o que o aluno possa exercer de modo pleno sua “cidadania com responsabilidade social na tomada de decisões”.

Desse modo, podemos notar que as inferências apresentadas sobre a importância do acaso e sua relação com a vida do aluno é fundamental, no que tange à sua formação como cidadão e como ser humano, nas tomadas das mais diversas decisões do seu cotidiano. Além disso, os autores referem, ao tratar em seus estudos sobre a importância do ensino de probabilidade, que:

O conjunto de estudos relatados aponta que as diversas noções básicas – tais como aleatoriedade, acaso, chance, determinismo, possibilidade, previsão, tentativa, espaço amostral, evento, equiprobabilidade, frequência, condicionalidade – não têm sido, de modo geral, adequadamente abordadas nos currículos de formação de professores e de alunos, e nos recursos disponíveis – tais como os livros didáticos. Dessa forma, o ensino da Probabilidade fica limitado e, em consequência, a formação dos alunos nesse conteúdo é prejudicada (SANTANA; BORBA, 2016, p.7).

Sendo assim, considerando as assertivas anteriores a respeito da probabilidade matemática e de seu ensino, tanto nas escolas como conteúdo específico de probabilidade contido nos livros didáticos, que é de grande importância para que o professor, enquanto formador de cidadãos, possa vir a refletir constantemente sobre sua prática pedagógica em sala de aula, ao construir coletivamente com seus alunos os saberes necessários para a formação destes. Isso implica, diretamente, a escolha do livro ou material didático a ser





usado por este profissional da educação, a fim de que haja uma aprendizagem que traga significado e sentido para a vida de seus alunos e que, de certo modo, possa contribuir para que tornem-se cidadãos críticos e autônomos em suas decisões.

■ DELINEAMENTO METODOLÓGICO

Este capítulo teórico possui uma abordagem qualitativa e optamos pelo “estado do conhecimento” das pesquisas em Educação Matemática que tratam do Ensino de Probabilidade, utilizando, como base de coleta de dados, os trabalhos apresentados no Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), no período de 2010 a 2016.

Para André (2009, p.43):

Estudos do tipo ‘estado do conhecimento’, que fazem uma síntese integrativa da produção acadêmica em uma determinada área do conhecimento e em um período estabelecido de tempo, têm sido muito úteis ao revelar temáticas e metodologias priorizadas pelos pesquisadores, fornecendo importantes elementos para aperfeiçoar a pesquisa num determinado campo do saber.

Observamos na literatura que pesquisas que se utilizam do “estado conhecimento” são desenvolvidas com o intuito de sistematizar a produção em uma determinada área do conhecimento ou estudo, sendo um tipo de estudo imprescindível para compreender a amplitude do que é produzido e constituindo relevante fonte de referência a outros pesquisadores (ALLEVATO; SANTOS, 2014).

Nessa linha, na busca dos trabalhos no site do evento, utilizamos os *papers* que estavam na linha temática Ensino de Probabilidade. A seleção dos trabalhos para análise foi composta por algumas etapas: a primeira etapa consistiu na leitura do título, do resumo e das palavras-chave de cada um dos trabalhos, a fim de verificar a existência de alguma relação com o foco de nossa pesquisa; a segunda etapa se efetivou com uma leitura completa dos trabalhos selecionados na primeira etapa; finalmente, na terceira etapa, dedicamo-nos, então, a efetuar a análise dos artigos. Para a realização deste trabalho, fizemos uso da Análise Textual Discursiva que, segundo Moraes (2003,p. 192),

pode ser compreendida como um processo auto-organizado de construção de compreensão, em que novos entendimentos emergem de uma sequência recursiva de três componentes: a desconstrução dos textos do corpus, a unitarização; o estabelecimento de relações entre os elementos unitários, a categorização; o captar do novo emergente em que a nova compreensão é comunicada e validada.

Portanto, adotamos essas etapas descritas (desconstrução, unitarização e categorização) para realizar a apresentação, a análise e a discussão do objeto de estudo.



■ APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS

Nessas condições, apresentamos dentre os 76 trabalhos voltados para o campo emergente ‘Educação Estatística’, nove trabalhos que trazem o foco no Ensino de Probabilidade, mapeados no seguinte quadro.

Quadro 1. Mapeamento das produções sobre Ensino de Probabilidade

EVENTO	EDIÇÃO	ANO	TÍTULO	AUTORES
ENEM	X	2010	Abordagem das noções iniciais de probabilidade em uma perspectiva construtivista.	Rubens de Souza Cabral Junior; Armando Traldi Junior
ENEM	X	2010	Análise <i>a priori</i> dos passeios aleatórios da Mônica.	Camila Macedo Lima Nagamine; Afonso Henriques; Irene Maurício Cazorla
ENEM	X	2010	Movimento do pensamento probabilístico por alunos do 7º ano do ensino fundamental.	Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos; Regina Célia Grando
ENEM	XI	2013	História da matemática: uma estratégia para o ensino de estatística e probabilidade no contexto escolar.	Rúbia Juliana Gomes Fernandes; Guataçara dos Santos Junior
ENEM	XI	2013	O envolvimento de alunos cegos na construção de uma maquete tátil para a aprendizagem de probabilidade.	Aida Carvalho Vita; Verônica Yumi Kataoka
ENEM	XI	2013	O ensino de probabilidade por meio de jogos na educação de jovens e adultos.	Carlos Eduardo Ribeiro; Amari Goulart
ENEM	XII	2016	A aprendizagem de conceitos básicos de probabilidade por uma dupla de estudantes cegos e videntes mediados pela maquete tátil.	Flávia Batista Santos
ENEM	XII	2016	Análise de invariantes operatórios dos esquemas de estudantes do ensino médio em situações de probabilidade.	Lemerton Matos Nogueira; Robson dos Santos Ferreira
ENEM	XII	2016	Jogos no ensino de probabilidade e análise combinatória: relato de uma proposta metodológica no ensino médio.	Tawana Telles Batista Santos; Tawana Telles Batista Santos

Realizamos a leitura na íntegra das produções acadêmicas citadas no Quadro 1 e nove textos, na realização do mapeamento das produções acadêmicas, tiveram como foco Ensino de Probabilidade.

Das pesquisas encontradas e descritas acima, percebemos que, de um modo geral, há predominância do método qualitativo. No que se refere aos instrumentos de produção de dados, constatamos que são bastante diversificados, por exemplo: uso de questionários, entrevistas, registros em áudio e vídeo, com destaque para a utilização de sequência didática. Inferimos, em nossa análise, que não existe um único instrumento de coleta de dados para as pesquisas relacionadas ao Ensino de Probabilidade, e que essas são, ainda, muito diversificadas.

No tocante ao nível de ensino nas intervenções para a abordagem dos diversos temas foram variadas, caracterizando-se, predominantemente, o Ensino Médio (quatro textos), seguido da Educação de Jovens e Adultos (dois textos).

No que se refere à fundamentação teórica presente nesses textos, observamos a presença da Didática da Matemática, especificamente se alimentaram da Teoria das Situações Didática (BROUSSEAU, 1998), da Teoria Antropológico do Didático (CHEVALLARD, 2002),



e da Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 2009). Assim, compreendemos a expressão ‘alimentar-se de quadros teóricos’, como fazer uso(s) dessas abordagens ou conceitos, colocá-los em um novo contexto e/ou procurar pontos comuns entre os diferentes quadros (GUEUDET; TROUCHE, 2015). Tais usos, ao nosso ver, correspondem a uma organização da ação do professor e fazem parte de um esquema (NETO; SILVA, 2017).

Nesse contexto, diagnosticamos duas pesquisas na perceptiva da Educação Matemática Inclusiva, ambas usaram a Maquete tátil para aprendizagem de Probabilidade. Em Vita e Kataoka (2013), o objetivo era analisar o envolvimento de quatro alunos cegos (S1, S2, S3, S4) nas adaptações/construções de uma maquete tátil (resultante de cinco protótipos) para a aprendizagem de Probabilidade, a partir dos conceitos de mapa mental e de contextualização. Entre os resultados encontrados, destacamos que os mapas mentais dos alunos cegos resultantes de suas vivências permitiram potencializar a aprendizagem de Probabilidade, e que a contextualização é um recurso didático que precisa ser habilmente proposto, pois pode distanciar o aprendiz do campo conceitual, do objeto matemático em estudo.

Santos (2016) buscou analisar como os estudantes cegos e videntes se apropriam dos conceitos básicos de Probabilidade, utilizando uma maquete tátil composta por tarefas de reconhecimento tátil do instrumento e tarefas de sequência de ensino e artefatos. Seus resultados apontaram que as tarefas, de um modo geral, contribuíram para a abordagem de alguns elementos presentes no Letramento Probabilístico, e que, dos diversos aspectos dos conceitos básicos de Probabilidade explorados nas atividades, os alunos têm noções intuitivas de temas como aleatoriedade e chance, além de já possuírem o domínio de alguns termos probabilísticos.

Os resultados dessas duas pesquisas sinalizam a necessidade de estudos voltados para estudantes que apresentam alguma deficiência, bem como para a valorização e a reflexão de práticas pedagógicas de professores que ensinam matemática, especificamente, que sejam voltadas para/nas formações específicas ao trabalho com a inclusão. Para dar conta desta realidade, a Educação Matemática Inclusiva se apresenta como mais uma possibilidade de pesquisas educacionais, que distingue o professor como um agente necessário para tais mudanças.

A pesquisa de Fernandes e Junior (2013) aponta vantagens para o uso da História da Matemática, como recurso didático para o Ensino da Probabilidade, como, por exemplo, favorece a aquisição dos conhecimentos, conceitos e aprendizagens matemáticas. O trabalho de investigação de Santos e Santos (2016) traz o uso de jogos no Ensino da Probabilidade, como recurso pedagógico que desperte no aluno o interesse e o gosto pelo estudo da disciplina.

Nossa reflexão nos leva a concordar com as conclusões de Fernandes e Santos Junior (2013), Vita e Kataoka (2013) e Santos (2016), de que o uso de Maquete Tátil, História da





Matemática e Jogos proporcionou aos estudantes um ambiente de aprendizagem diferenciado e estimulou a participação durante o desenvolvimento do conteúdo Probabilístico.

■ CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante esta pesquisa, pudemos concluir que o objetivo foi alcançado, mesmo que de modo superficial, pois as pesquisas mostraram o quanto é importante abordar esse assunto e que ainda se precisa de mais pesquisas que venham discutir mais sobre seu ensino, além disso podemos notar que há certa predominância do método qualitativo e variada quantidade de métodos de construção de dados nas pesquisas referentes ao ensino de probabilidade.

Nessa ótica, as pesquisas mostraram que ainda existem indícios da falta de reflexão do professor no que concerne à sua prática docente o que, de certo modo, contribui para que o ensino da probabilidade matemática não tenha tanta eficácia como deveria ter e, conseqüentemente, a torna um conteúdo aparentemente difícil, pois muitas vezes, se não na maioria das vezes, esse conteúdo tão importante para a tomada de decisões na vida, é trabalhado de forma isolada da realidade e do contexto de vida do aluno.

Enfim, é necessário que estudos posteriores possam discutir mais sobre o ensino de probabilidade, por professores da área, no que tange à forma como este conteúdo é apresentado nos livros didáticos, referente à sua aplicação nos fenômenos vivenciados por muitos alunos, seja no ensino fundamental ou no ensino médio.

■ REFERÊNCIAS

1. ALLEVATO, N. S. G.; SANTOS, C. A. B. Um cenário das pesquisas desenvolvidas nos dez anos do mestrado profissional em ensino de ciências e matemática da Universidade Cruzeiro do Sul. *In*: ALLEVATO, N. S. G.; CURI, E.; AMARAL, L. H. **Dez anos de mestrado profissional: contribuições da pesquisa para o ensino**. São Paulo, Terracota, 2014. p. 35-54.
2. ANDRÉ, M. E. D. A. A produção acadêmica sobre formação de professores: um estudo comparativo das dissertações e teses defendidas nos anos 1990 e 2000. **Formação docente**, Belo Horizonte, v. 1, n. 1, p. 41-56, ago./dez. 2009.
3. CABRAL JUNIOR, R. S.; TRALDI JUNIOR, A. Abordagem das noções iniciais de probabilidade em uma perspectiva construtivista. *In*: Encontro Nacional de Educação Matemática, X., 2010, **Anais...** Salvador, 2010.
4. CARVALHO, C.; FERNANDES, J. A. Revisitando o conceito de probabilidade com um olhar da psicologia. **Quadrante**, v. XIV, n. 2, 2005.
5. FERNANDES, R. J. G.; SANTOS JUNIOR, G. História da matemática: uma estratégia para o ensino de estatística e probabilidade no contexto escolar. *In*: Encontro Nacional de Educação Matemática, X., 2013. **Anais...** Curitiba, 2013.





6. GUEUDET, G.; TROUCHE, L. **Do trabalho documental dos professores**: gêneses, coletivos, comunidades: o caso da matemática. Tradução Katiane de Moraes. São Paulo: Em Teia, 2015.
7. JUNIOR, G. S.; FERNANDES, R. J. G. A linguagem no ensino de estatística numa perspectiva dialógica em sala de aula. **Revista Eletrônica FAFIT-FACIC**, Itararé (SP), v. 2, n. 2, p. 22-36, jul./dez. 2011.
8. MORAES, R. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. **Ciência & Educação**, v. 9, n. 2, p. 191-211, 2003.
9. NEGAMINE, C. M. L.; HENRIQUES, A.; CAZORLA, I. M. Análise a priori dos passeios aleatórios da Mônica. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, X., 2010. **Anais...** Salvador, 2010.
10. NETO, A. L. X.; SILVA, M. J. F. Panorama atual das pesquisas realizadas sobre abordagem documental. **Revista Produção Discente em Educação Matemática**, São Paulo, v.6, n.2, p. 5-17, 2017.
11. NOGUEIRA, L. M.; FERREIRA, R. S. Análise de invariantes operatórios dos esquemas de estudantes do ensino médio em situações de probabilidade. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, X., 2016. **Anais...** São Paulo, 2016.
12. RIBEIRO, C. E.; GOULART, A. O ensino de probabilidade por meio de jogos na educação de jovens e adultos. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, X., 2013. **Anais...** Curitiba, 2013.
13. SANTANA, M. R. M.; BORBA, R. E. S. R. O ensino de probabilidade nos anos iniciais: um olhar sobre a abordagem nos livros didáticos. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-americana**, v. 7, n. 1, 2016.
14. SANTOS, F. B. A aprendizagem de conceitos básicos de probabilidade por uma dupla de estudantes cegos e videntes mediados pela maquete tátil. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática, X., 2016. **Anais...** São Paulo, 2016.
15. SANTOS, J. A. F. L.; GRANDO, R. C. Movimento do pensamento probabilístico por alunos do 7º ano do ensino fundamental. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, X., 2010. **Anais...** Salvador, 2010.
16. SANTOS, T. T. B.; SANTOS, L. G. A. Jogos no ensino de probabilidade e análise combinatória: relato de uma proposta metodológica no ensino médio. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, X., 2016. **Anais...** São Paulo, 2016.
17. SILVA, M. J.; ALVES, F. J. C.; NORONHA, C. A. Uma análise semiótica em um ensino de probabilidade com questões sociocríticas. **REnCiMa**, v. 9, n.4, p. 203-218, 2018.
18. SILVA, M. J.; PEREIRA, R. C. Prática docente: saberes necessários para o ensino de probabilidade matemática. **Revista Educação Online**, Rio de Janeiro, n. 26, p. 173-190, set-dez 2017.
19. VITA, A. C.; KATAOKA, V. Y. O envolvimento de alunos cegos na construção de uma maquete tátil para a aprendizagem de probabilidade. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, X., 2013. **Anais...** Curitiba, 2013.
20. WALICHINSKI, D.; JUNIOR, G. S.; ISHIKAWA, E. C. Educação estatística e Parâmetros Curriculares Nacionais: algumas considerações. **R.B.E.C.T.**, v. 7, n. 3, set-dez. 2014. ISSN – 1982-873X.



Ensino e aprendizagem através de vídeos e tutoria virtual durante o período de pandemia

| José Ronaldo **Melo**
UFAC

| Bruno Luiz Rodrigues e **Silva**
UFAC

| Sandro **Ricardo**
UFAC

| Andréia da Silva de **Freitas**
UFAC

| Pinto da **Silva**
UFAC

| Gabriela Brigido da **Silva**
UFAC

| Maria Emanuelle Ribeiro Assef da
Silveira
UFAC

| Iakson Herminio **Linhares**
UFAC

| Gustavo Mapeano Almeida de **Souza**
UFAC

| André Moreira de **Melo Filho**
UFAC

RESUMO

Em decorrência da pandemia causada pelo COVID-19, proposições de ensino, pesquisa e extensão, passaram a ser conduzidas a partir do ensino remoto que se caracterizou como uma modalidade de ensino emergencial, mediado por tecnologias remotas, oferecido como alternativa para funcionamento do sistema educacional, sobretudo nas universidades. Neste capítulo, refletimos como as ações de um projeto de extensão, que seriam desenvolvidas de forma presencial, em uma sala de aula, adequaram-se ao ensino online através de vídeos e com o acompanhamento dos alunos, pelos tutores, nas mídias sociais. No texto, as reflexões, descritas em forma de narrativa, além de resgatar dados e informações, apresentam-se como forma de aprendizagem para os tutores e demais participantes do projeto. Logo, a realização do projeto revelou aprendizagens significativas para o processo de formação docente, em razão do nível de comprometimento e capacidade de inventar, reinventar e/ou encontrar formas de acesso ao conhecimento matemático de forma *online*.

Palavras-chave: Ensino Remoto, Tecnologias Remotas, Conhecimento Matemático.

■ INTRODUÇÃO

Esse capítulo tem o propósito de narrar como os bolsistas do grupo PET: Programa de Educação Tutorial – Conexões de Saberes em Matemática da Universidade Federal do Acre (UFAC) tornaram-se mediadores em atividades educacionais sobre o conhecimento matemático apresentado através de vídeos, de conteúdo matemático, durante o período pandêmico e seu consequente isolamento social, que teve início no Brasil em março do ano de 2020.

Em meio à pandemia, causada pelo Covid-19, o ensino presencial que assegurava conhecimento aos alunos da rede de Ensino Básico e Superior foi prejudicado abrindo espaço para a necessidade de desenvolvimento do ensino por outros meios, visando garantir aprendizagem com segurança e qualidade durante o período de isolamento social.

Nesse cenário, os bolsistas do PET em parceria com outros grupos, sobretudo com bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC), desenvolveram um projeto de ensino e pesquisa cujo objetivo consistiu em investigar e discutir sobre vídeos de conteúdo matemático, disponíveis em um ambiente Virtual de Aprendizagem, viabilizando a aprendizagem dos alunos ingressos nos cursos de Ciências Exatas da UFAAC e alunos da rede de Ensino Básico. Juntos, desenvolveram o projeto *PETIC* (PET e PIBIC) acreditando que a utilização de plataformas digitais contribuísse com a divulgação de conhecimentos matemáticos, promovendo uma aprendizagem significativa, na perspectiva de MOREIRA (2006), através da qual o estudante tivesse a oportunidade de ampliar e atualizar conceitos relevantes necessários para seu desenvolvimento intelectual tanto nos cursos de sua escolha na universidade quanto na realização de exames para área de Matemática e Suas Tecnologias presente no Exame do Ensino Médio (ENEM).

A expectativa era, portanto, que o ensino de matemática a partir das orientações e sugestões, presentes nos vídeos, postadas em plataformas digitais de aprendizagem e do acompanhamento, realizado pelos integrantes dos grupos PET e PIBIC, através de transmissões online, do uso do aplicativo *Whatsapp* e por e-mails, na condição de tutores (uma espécie de mediador), alguma forma de aprendizagem fosse mobilizada, sobretudo, ao considerar os conhecimentos prévios dos alunos manifestados em suas narrativas sobre a observação das videoaulas postadas nas plataformas digitais de aprendizagem, como o *YouTube*, e na expectativa de que o conhecimento já existente, dos sujeitos envolvidos, adquirisse novos significados, tornando a aprendizagem relevante, permanente e repleta de significado para o desenvolvimento do aluno.

Assim, foi desenvolvida uma rotina de estudos com alunos de graduação e futuros prestadores do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), visto que o cenário pandêmico contribuiu para a exploração de atividades remotas, por meio de plataformas online, criando um desenvolvimento de estudos voltados para a aprendizagem matemática com a tutoria virtual.

■ OBJETIVO

O estudo virtual, um meio que já vem se consolidando, provando sua eficácia, como processo de desenvolvimento profissional (o qual permite um *feedback* de forma mais evidente), foi colocado em prática, através da interação do grupo PET e PIBIC, tendo, assim, o planejamento das atividades remotas na perspectiva de uma participação dos discentes que tinham acesso as mídias sociais, facilitadoras neste cenário (como *YouTube*, *WhatsApp*, *Zoom*, *Google Meet*, conversas virtuais etc.), como meios de atendimento pessoal para esclarecer dúvidas, sobre o conteúdo matemático socializado nos vídeos, produzidos pelos bolsistas, oferecendo uma gama de intermediações para que, durante o isolamento social, continuássemos a aprender e ensinar – adquirindo conhecimento através dos meios disponíveis de comunicação e de formas de conduzir o ensino-aprendizagem, obedecendo a premissa de indissociabilidade entre ensino, pesquisa e extensão.

Em meio a todo esse cenário foi dado aos participantes do projeto a oportunidade para o desenvolvimento de novos métodos de ensino e aprendizagem, buscando uma didática distinta daquela geralmente presente na sala de aula presencial, considerando que, em uma sala de aula com o ensino presencial se tem melhores condições de interação social entre professor e alunos, cujo ambiente de estudo tem como característica fundamental a troca de conhecimentos. Virtualmente, portando, os participantes deste estudo elegeram como objetivo principal a busca de novas formas de relações e interações visando preencher possíveis lacunas ocasionadas pela falta de relações presenciais, oferecendo assim o que se denominou de *Tutoria Virtual* que se materializou através do desejo de se manter as relações pessoais próximas, mesmo que de forma virtual. O projeto, portanto, objetivou o envolvimento dos alunos, participantes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), alunos da Educação Básica e alunos do Ensino Superior a buscarem novas formas de aquisição dos conhecimentos elementares da matemática, apresentados em vídeos e acompanhados em forma de tutoria.

■ MÉTODO

Uma parcela altamente significativa da população mundial encontra-se em uma situação delicada, de saúde pública, com a disseminação do Coronavírus e suas altas taxas de contaminação, caracterizando, assim, um período de pandemia mundial. Consoante a isto, vários setores, organizações públicas e privadas tiveram suas funções presenciais canceladas atendendo parte das medidas preventivas aconselhadas pela Organização Mundial de Saúde (OMS). Houve, sobretudo, a paralisação das atividades presenciais nas escolas públicas e privadas e nas Universidades. Assim, foi estabelecido o isolamento social, que



interferiu, e ainda interfere, nas ações desenvolvidas diretamente nas instituições, em que as relações pessoais são inerentes e dependem do vínculo pessoal para se manterem.

A educação, por sua vez, sofre arduamente com a parada abrupta das aulas presenciais, o fechamento de escolas, universidades públicas e privadas. Sob essas condições coube a cada instituição adaptar-se da melhor forma possível ao meio atual. Nesse contexto, agentes envolvidos com o Ensino, a Pesquisa e Extensão, entre eles, os bolsistas do PET e PIBIC da UFAC perceberam, em meio a este cenário caótico, uma possibilidade de oferecer o desenvolvimento de Monitoria e ou Tutoria educacional para interessados em se manterem informados, e atualizados, em conhecimentos matemáticos, entre os quais os futuros prestadores do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), alunos ingressantes aos cursos de Ciências Exatas e interessados, por meio do ensino virtual no formato de vídeos, em que:

(...) se caracterizam pela presença de uma figura que remete ao professor com um discurso formal e pelo uso do quadro negro ou similar. Muitas vezes, modos além da linguagem verbal, como música, gestos e imagens são utilizados. Considerando que os vídeos permitem ir além da configuração discurso e uso do quadro negro, pela diversidade de modos disponíveis, então, ao ser utilizado para reproduzir aquilo que o professor já realiza na sala de aula, entendesse que essa mídia está sendo domesticada. Segundo Borba, Almeida e Gracias (2018), a domesticação das mídias está relacionada à utilização de uma nova mídia para reproduzir práticas de uma mídia mais antiga. O uso do vídeo para reproduzir um professor falando, modifica a prática anterior caracterizada pela oralidade, no sentido de que a oralidade gravada, por exemplo, pode ser reproduzida. Por outro lado, não há um uso das potencialidades da nova mídia, como o uso de imagens gráficas, cortes que deem dinamicidade, trilha sonora e animações, por exemplo. (NEVES, SILVA, BORBA e NAITZKID, 2020).

Isso se tornou realidade por meio de um modelo semelhante ao desenvolvido na sala de aula presencial, com os interessados participando de forma virtual, por meio de plataformas digitais que se constituem de fácil acesso e gratuitamente, culminando em uma experiência de ensino-aprendizagem significativa, tanto para os bolsistas envolvidos com as atividades de planejamento, organização de conteúdos e gravação de videoaulas, quanto para os demais participantes. É claro que algumas videoaulas domesticam a tecnologia em formato de vídeo, no entanto, alguma forma de conhecimento matemático foi produzida durante o projeto de extensão.

Desta forma, os bolsistas do PET e PIBIC foram estimulados a produzirem vídeo sobre conteúdos exigidos no Exame Nacional de Ensino Médio (ENEM), na área de Matemática e Suas Tecnologias. Ajudando, também, os ingressantes aos cursos de Ciências Exatas que chegam na Universidade com muitas dificuldades em acompanhar disciplinas das áreas de Geometria, Aritmética, Álgebra e Cálculos.

Os vídeos, como parte integrante do projeto em análise, foram desenvolvidos considerando os conteúdos de ensino: Trigonometria, Álgebra, Aritmética, Matemática Financeira,





Estatística, Geometria e História da Matemática. Os mesmos, foram planejados visando a possibilidade de aprendizagem significativa e ficaram disponíveis na plataforma do *YouTube*, no canal denominado como: *PETIC*.

O processo de produção de vídeo baseou-se na metodologia didática e metodologia de produção, sendo a primeira desenvolvida com mapas conceituais, que são:

[...] apenas diagramas que indicam relação entre conceitos. Mais especificamente, podem ser interpretados como diagramas hierárquicos que procuram refletir a organização conceitual de uma disciplina ou de parte dela. Ou seja, sua existência deriva da estrutura conceitual de uma disciplina ou de um corpo de conhecimento. (ANTONIO, MARCO; 2006, p.45).

Além disso, tal estratégia mobiliza habilidades de interpretação, classificação, organização de informações, resumo e raciocínio lógico, que foram desenvolvidos nos vídeos publicados. Relativo à metodologia de produção, os vídeos foram produzidos seguindo as seguintes etapas: 1^a) Elaboração do roteiro sobre a temática abordada no vídeo em questão; 2^a) Criação das animações do vídeo pelo programa *VideoScribe*; 3^a) Produção do áudio seguindo o roteiro da primeira etapa do processo de produção.

Após a confecção dos vídeos e a publicação no *YouTube*, eram disponibilizados endereços de e-mail e *Whatsapp* para os inscritos no canal que desejassem interagir com os tutores, para esclarecimento de dúvidas e orientações que pudessem contribuir com a aprendizagem.

Para as reflexões, análises, discussões de resultados e conclusões foram utilizadas narrativas de aprendizagem produzidas em reuniões coletivas entre os tutores, de forma remota, junto ao Grupo de Ensino e Pesquisa sobre Formação de Professores de Matemática (FORPROMAT), coordenado pelo líder do mencionado grupo. As narrativas foram produzidas na perspectiva defendida por Melo (2010, p. 85) que a utiliza “como um instrumento de investigação e ao mesmo tempo como instrumento pedagógico, ocupando, portanto, uma dupla posição que justifica sua utilização no campo de formação”.

■ RESULTADOS

O Projeto, desenvolvido nas três primeiras semanas, além de promover uma aprendizagem significativa para os bolsistas envolvidos, apresentou os resultados preliminares disponibilizados na tabela a seguir:



Figura 1. Estatísticas de alguns dos vídeos do canal.

Vídeo	Visualizações ↓	Tempo de exibição (horas)	Inscritos	Impressões	Taxa de cliques de impressões
☐ Total	611	16,6	59	2.024	16,3%
☒ História da Matemática Parte 1	149 24,4%	3,8 22,6%	7 11,9%	174	41,4%
☒ Função Inversa (Exemplos) - Álgebra Básica - Aula 1	65 10,6%	1,9 11,3%	1 1,7%	225	17,3%
☒ RAZÃO E PROPORÇÃO	63 10,3%	1,1 6,6%	5 8,5%	222	18,9%
☒ Trigonometria Parte 1	61 10,0%	1,7 10,1%	4 6,8%	153	19,0%
☒ Frações - História, definição, tipos de frações e operações	54 8,8%	1,1 6,4%	5 8,5%	183	15,3%
☒ Geometria Plana: Ângulos (Aula 01)	51 8,4%	2,2 13,2%	1 1,7%	170	12,9%
☒ História da Matemática Parte 2	40 6,6%	1,4 8,6%	2 3,4%	186	12,4%
☒ REGRA DE 3 SIMPLES E COMPOSTA	27 4,4%	0,7 4,0%	0 0,0%	176	9,1%

Percebe-se, através dessa tabela, que o total de visualizações sobre os vídeos foi de 611, apesar de apenas 59 dos telespectadores serem inscritos no canal. Além disso, apesar dos vídeos estarem dispostos na plataforma, com possibilidade de discussões e esclarecimentos sobre possíveis dificuldades em relação aos assuntos abordados, não houve, até então, a exposição de dúvidas sobre os conteúdos dos vídeos publicados.

No entanto, acredita-se que a ausência da falta de dúvidas sobre o assunto, pode estar associada à insegurança por parte dos alunos. Isso fez com que a equipe, por meio de discussões, indicasse as redes sociais (Instagram, Facebook, *Whastapp* e e-mail) para disponibilizar um contato mais direto entre professor e aluno. Outro ponto que pareceu dificultar a interação entre o público-alvo e a equipe de bolsistas pode estar relacionada a falta de obrigatoriedade na participação dos conteúdos do canal, o que também justifica o fato da duração média de visualização dos vídeos ser de 1 minuto e 38 segundos, apesar da duração total dos vídeos serem de aproximadamente 8 minutos.

Como solução para tal problemática, a equipe disponibilizou um formulário para cada vídeo produzido, contendo perguntas referentes ao conteúdo dos vídeos, de modo que, neste formulário, os alunos disponibilizassem seus dados para que, ao final de uma determinada quantidade de horas de participação no projeto, esses alunos pudessem ser certificados.

Todavia, nessa fase inicial do projeto, uma análise preliminar, indicada através das visualizações dos vídeos, estimada com participações cada vez mais crescentes, foi possível dimensionar de forma positiva, sobretudo com o aperfeiçoamento das interações sociais que começam a se materializar, através de roteiros elaborados de modo que os temas iniciais de cada área do conhecimento sejam construídos de forma didática, considerando-se a gradativa construção do saber do mais simples ao mais complexo.



Com isso, foi necessário, ainda, aperfeiçoar a divulgação dos materiais construídos pela equipe por meio das redes sociais, acreditando-se ser essencial que, ao longo do aperfeiçoamento do projeto, fossem elaborados formulários que garantissem um contato efetivo com os alunos e quaisquer outros telespectadores do projeto.

Entretanto, os resultados iniciais indicam que a interação, por meio dos recursos tecnológicos disponibilizados, pode amenizar os transtornos causados pela crise sanitária causada pelo Covid-19, mobilizando o conhecimento de maneira lúdica, interativa e de fácil compreensão. Deste modo, acredita-se não haver perda significativa de aprendizagem sobre conhecimentos matemáticos, destinados aos participantes do projeto, durante todo o período de isolamento social até que o ambiente social seja normalizado.

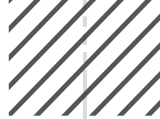
Em relação à tutoria em si, considerando ser o primeiro contato com essa forma de colaboração, visando o ensino-aprendizagem, foi percebido que nem todos os alunos conseguem interagir virtualmente com tanta facilidade, pois essas tentativas de “inovações” inclusivas acarretam estranhamento e revelam timidez em boa parte dos participantes. Por outro lado, foi possível observar, a partir das narrativas dos 13 bolsistas/tutores que se dispuseram a produzir vídeos de conteúdo matemático, uma aprendizagem altamente comprometida com a formação docente, na medida em que se preparavam para a confecção dos vídeos, aperfeiçoando métodos e técnicas relacionadas ao conhecimento matemático e, sobretudo, com a organização e transmissão dos saberes inerentes aos aspectos pedagógicos e didáticos.

Todavia, a tutoria, compreendida neste contexto como momento de interação individualizada dos participantes com os bolsistas, pareceu uma estratégia ainda a ser materializada, dada a expectativa e objetivos prescritos inicialmente no projeto, tendo sido estabelecida como meta a possibilidade de assimilação dos conteúdos, no decorrer da visualização dos vídeos, acompanhados da interação individual que poderia ser realizada junto aos bolsistas. Com isso, ficou evidente a necessidade de planejamento nos estudos da sala de aula virtual, visto que essa ferramenta é essencialmente reflexiva, gerando uma melhoria, em relação as atividades, quando os conteúdos fossem revisados e a mobilização de dúvidas em alguns conteúdos também pôde se tornar uma meta a ser consolidada.

■ DISCUSSÕES

Como meio de desenvolver o projeto proposto, diante do contexto da pandemia, foram empregados recursos tecnológicos disponíveis para nossos alunos. Com base nessas ferramentas, a metodologia aplicada foi desenvolvida para melhor compreensão dos conteúdos, visando, sempre, possíveis dificuldades dos estudantes. Daí, um dos artifícios estabelecidos foi a postagem dos vídeos no canal *PETIC* no *YouTube*. Alguns alunos sentiram dificuldades em organizar uma agenda de estudos, por desconhecerem os conteúdos que seriam





abordados e, com isso, sentiam dificuldades em interagir com a equipe tutora. Para contribuir com o aprendizado, decidiu-se criar um grupo voltado à tutoria e enviar algumas apostilas para os alunos lerem e resolverem os exercícios com auxílio dos tutores.

Quando as dúvidas eram manifestadas, era possível obter ajuda dos tutores através de vídeos, áudio, mensagem e vídeo chamada, entre outros meios. Logo em seguida, as dúvidas eram anotadas e novos vídeos produzidos para postagem no canal do *YouTube*, compreendendo que essas dúvidas poderiam ser comuns aos outros participantes. As dúvidas de alguns participantes foram discutidas individualmente por meio das Redes Sociais, em especial o *WhatsApp*.

Com a elaboração e divulgação dos vídeos, de conteúdo matemático, a maior dificuldade foi descobrir como alcançar o público-alvo e saber se as expectativas dos interessados estavam sendo atendidas, considerando que a exposição dos conteúdos estava sendo proposta através de tecnologias remotas, por meio de redes de comunicações julgadas serem acessíveis a todos.

Considerando que o uso das tecnologias está cada vez mais comum, nos dias de hoje, e que elas são ferramentas indispensáveis para os estudos, o alcance através das mídias sociais disponíveis tornou-se eficaz, visto que a maioria dos participantes já utilizavam plataformas digitais para os estudos e aperfeiçoamento.

Para os alunos graduandos dos cursos de Ciências Exatas e futuros prestadores do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), a tutoria, desenvolvida pelo grupo, se tornou um auxílio de grande potencial para rotinas de estudos de diferentes formas, desde a compreensão de dúvidas simples à explicação de conteúdos mais abrangentes, além de determinados conceitos apresentados como um adicional a assuntos que, por motivos internos, não foram ensinados de forma aprofundada, em alguns casos nem de forma superficial, no ambiente escolar. Com a troca de dúvidas e explicações feitas entre alunos e tutores, de maneira virtual, o desempenho de muitos aumentou de forma gradativa, de acordo com o que cada um se propôs a fazer. Entre as várias formas que os conceitos foram abordados, pelos tutores educacionais, as mais realizadas, frequentemente, foram as explicações em relação às dúvidas que surgiram dos próprios alunos.

Com a quantidade de participantes envolvidos no projeto, foram alcançados melhores resultados, considerando a pandemia, pois a interação entre o grupo de estudos aumentou a cada dúvida compartilhada. Percebeu-se um bom nível de interações, o que nos mostrou como cada participante evoluiu nos conteúdos expostos.

As narrativas manifestadas nas reuniões semanais de bolsistas/tutores indicaram uma melhor compreensão das ideias, métodos e saberes do campo educacional conduzindo às reflexões e aprendizagens de saberes inerentes à profissão docente, considerando em suas





reflexões os ensinamentos presentes em diversos autores que orientam sobre ensino que podem conduzir para uma aprendizagem. Entre eles, ANASTASIOU (2004) que trata de pressupostos para as estratégias de trabalho em sala de aula; BORDENAVE, Juan E. Diaz; PEREIRA, Adair Martins (1985) que propõem estratégias de ensino-aprendizagem; MELO (2010, 2013, 2016, 2018) que discute sobre ensino e desenvolvimento histórico da matemática, a formação do formador de professores de matemática para a Educação Básica, as narrativas e percursos de formação de professores de matemática; e MOREIRA (2006) que apresenta a teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula.

■ CONCLUSÕES

O desenvolvimento e a concretização do projeto narrado sugerem que os vídeos, voltados para o auxílio na tutoria virtual, disponíveis em ambientes virtuais de aprendizagens, com acompanhamento através da tutoria, pode favorecer uma relação de aprendizagem mesmo sem o espaço físico da sala de aula. Entretanto, esse movimento necessita de aperfeiçoamento, sobretudo em relação ao controle burocrático que demarca com precisão e eficiência o ensino oferecido, no sentido de comprovar, de fato, a ocorrência de uma aprendizagem significativa na perspectiva orientada por MOREIRA (2006).

Destaca-se também o *feedback* que as mídias sociais permitiram, sobretudo o *YouTube*, a interação entre tutor/professor e aluno durante essa possibilidade de ensino remoto. O ambiente informatizado, em razão da necessidade, se mostrou favorável à transmissão dos conhecimentos, através dos meios utilizados, sem perdas significativas para a assimilação e aprendizagens.

As ações implementadas através do projeto apresentaram benefícios para os alunos que almejam cursar uma graduação, promoveram auxílio para aqueles que já estão inseridos na universidade e têm dificuldades com os conteúdos básicos da matemática para os quais, por algum motivo, não tiveram a oportunidade de vivenciá-los ao longo da Educação Básica.

Por fim, a realização do projeto revelou aprendizagens significativas para o processo de formação docente, em razão ao nível de comprometimento e capacidade de inventar, reinventar e/ou encontrar formas de acesso ao conhecimento, através do ensino orientado pelas estratégias, planejamentos e formas encontradas pelos tutores/bolsistas PET e PIBIC, alunos do Curso de Matemática, em processo de formação docente e participantes desse empreendimento.

■ REFERÊNCIAS

1. ANASTASIOU, Léa das Graças C.; ALVES, Leonir P. **Processos de ensinagem na universidade: Pressupostos para as estratégias de trabalho em aula**; p. 67-100; 3ª edição. Joinville, SC: UNIVILLE, 2004. Disponível em: file:///C:/Users/Emanu/Downloads/Anastasiou_-_Estrategias_de_Ensinagem.pdf.
2. BORBA, M. C.; Almeida, H. R. F. L. & Gracias, T. A. S. **Pesquisa em ensino e sala de aula: diferentes vozes em uma investigação**. Belo Horizonte: Autêntica, 2018.
3. BORDENAVE, Juan E. D.; PEREIRA, Adair Martins. **Estratégias de ensino- aprendizagem**. In: Estratégias de ensino-aprendizagem. Vozes, 1985.
4. BRAZIL JUNIOR, Sergio; MELO, Jose Ronaldo; SILVA, I. D. B.; BRAGA, A. S.; PONTES JUNIOR, A. C. F.; SOUZA, G. **Formação continuada de professores que ensinam matemática a partir de projetos desenvolvidos em laboratórios**; p. 1-14; 5ª edição. SOUTH AMERICAN JOURNAL OF BASIC EDUCATION, TECHNICAL AND TECHNOLOGICAL, 2018.
5. LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. Cortez Editora, 2017.
6. MELO, Jose Ronaldo. **Ensino e desenvolvimento histórico da matemática**. Revista PET Farmácia, v. XXVII, p. 24-26, 2016.
7. MELO, Jose Ronaldo. **Da Aritmética a Gênese do Pensamento Algébrico em Diofanto**. Elementos, v. 02, p. 17-25, 2013.
8. MELO, Jose Ronaldo. **A Formação do Formador de Professores de Matemática para Educação Básica: Perspectivas da Educação Matemática**; v. 03, p. 21-37, 2010.
9. MELO, Jose Ronaldo. **Percursos de Formação de Professores de Matemática**; 1ª edição. Rio Branco: EDUFAC, 2018.
10. MOREIRA, Marco Antonio. **A teoria da aprendizagem significativa: e sua implementação em sala de aula**. Brasília: Editora UnB, 2006.
11. NEVES, Liliane Xavier; Silva, William H. M. da Silva; Borba, Marcelo de Carvalho; Naitzikid, Beatriz. **I Festival de Vídeos Digitais e Educação Matemática1: Uma Classificação**. Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), 2020.
12. OLIVEIRA, M. A.; MELO, Jose Ronaldo. **O pensamento algébrico e suas inter- relações com os pensamentos geométrico, aritmético e numérico**; v. 6, p. 56430- 56437. Brazilian Journal of Development, 2020.
13. SILVA, R. G.; MELO, Jose Ronaldo. **Ensino, Pesquisa e Extensão: Os PETs de Economia e Matemática em Ação**; v. 500. 161 p.; 1ª edição. Rio Branco: Rubicleis Gomes da Silva, 2015.

“Eu não sou um professor reflexivo!”: fundamentos para a formação de professores que ensinam matemática na perspectiva da educação matemática anticolonial

| **Guilherme Wagner**
UFSC

RESUMO

A epistemologia da prática profissional na formação de professores, ancorada nos trabalhos de Schön (1997; 2000), Tardiff (2000; 2002), Perrenoud (2002) e Shulman (1986; 2014), se mostra dominante no campo da Educação Matemática nos primeiros anos do século XXI (FIORENTINI, PASSOS & LIMA, 2016). Não obstante, essas perspectivas de formação docente vêm reforçadas na última cartilha para formação dos professores do governo federal (CNE/MEC, 2019). Desta forma, a proposta desse artigo é de criticar tais perspectivas demonstrando como elas precarizam a prática docente e constituem uma perspectiva superficial e teoricamente rebaixada dos objetivos educacionais do ensino da matemática. Em suma, a epistemologia da prática da formação de professores que ensinam matemática é um projeto colonial e que reforça, via política educacional, as relações neocoloniais do colonialismo do saber na Educação Matemática (GIRALDO & FERNANDES, 2019), aprisionando as possibilidades da educação na prática alienada e fetichizada do cotidiano escolar, ao mesmo tempo que exerce um recuo teórico e uma negação do conhecimento filosófico e acumulado do professor em detrimento da prática corrente de sala de aula. Por outro lado, seguindo o percurso de crítica dialética, ao mesmo tempo negamos determinados pressupostos buscamos demonstrar como suas potencialidades já estão presentes em outros, num movimento positivo da crítica. Nesse quesito, buscaremos elementos para pensar não a prática docente, mas a práxis docente enquanto uma atividade pedagógica com fins objetivos definidos desde os fundamentos de uma Educação Matemática Anticolonial (WAGNER & SILVEIRA, 2019).

Palavras-chave: Educação Matemática Anticolonial, Formação Docente, Epistemologia da Prática, Práxis Docente.

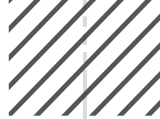
■ INTRODUÇÃO

O documento nacional para a formação de professores, tanto na forma continuada e inicial, concentra-se nas dimensões das competências para a prática profissional e do autodesenvolvimento numa perspectiva individualista e tecnocrática (CNE, 2019; MEC, 2018). Afirmam que as competências se estabelecem em três dimensões: do conhecimento profissional, da prática profissional e do engajamento profissional. Em suma, essas três dimensões podem ser reexaminadas na seguinte compreensão: teoria para a prática, a prática como única teoria e a responsabilização dos professores como teóricos de sua prática. Nesse artigo buscamos evidenciar que, apesar das tentativas em contrário, a epistemologia da prática é a perspectiva filosófica que favoreceu a essa precarização do trabalho docente e a sua desvalorização no contexto de uma sociedade capitalista marcada pela ideologia do neoliberalismo.

Em seguida discutimos de que outra maneira podemos conceber a formação de professores não desde a prática, mas desde a práxis, concebendo que o trabalho do professor que ensina matemática é uma atividade social historicamente determinada e determinante. Desde esse ponto elencaremos princípios da Educação Matemática Anticolonial para refletir sobre essa formação desde a práxis docente.

■ O PRAGMATISMO DA EPISTEMOLOGIA DA PRÁTICA: GÊNESE E FUNÇÃO SOCIAL

Muito usual nas pesquisas em formação de professores a inexistência de exames teóricos profundos das bases filosóficas que compõe a própria teoria com qual se pesquisa, esse fenômeno nas pesquisas em educação vem sendo denunciado e categorizado como recuo da teoria (MORAES, 2001; 2003). Sua base filosófica vem ancorado no chamado movimento da agenda pós-moderna, que para além de uma filosofia única é em verdade uma agenda política para a filosofia e procura abarcar seus tentáculos para todos os campos do conhecimento (WAGNER, 2018; MORAES, 1996; WOOD, 1995). Uma das principais referências para esse movimento de questionamento da teoria como conhecimento objetivo da realidade é a filosofia neopragmática de Rorty, em que a teoria deixa de ser sobre verdade objetiva e passa a ser uma verdade intersubjetiva resultando de processos conversacionais. Assim, há um movimento do campo do conhecimento para as competências e habilidades intersubjetivas na produção de teoria, pois “nada há a se dizer sobre a verdade ou a racionalidade fora das descrições fornecidas por procedimentos familiares de justificação que uma dada sociedade – nossa – se utiliza” (RORTY, 1997, p.42, tradução nossa). Em suma, a prática assume papel central na construção das verdades, pois estas são crenças justificadas pela



utilidade da prática e a razão e verdade são ferramentas que utilizamos para lidar com a vida cotidiana (RORTY, 1991).

Discutindo os saberes cotidianos desenvolvidos pelos professores Tardiff (2002a, p. 113) assevera que “os professores de profissão possuem saberes específicos que são mobilizados, utilizados e produzidos por eles no âmbito de suas tarefas cotidianas” e “chamamos de epistemologia da prática profissional o estudo do conjunto dos saberes realmente utilizados pelos profissionais em seu espaço de trabalho cotidiano para desempenhar todas as suas tarefas” (TARDIFF, 2002b, p. 225). Assim, a epistemologia da prática é aquela compreende a teoria como teoria da prática cotidiana, asseverando razão e verdade como ferramentas para desempenhar as tarefas. E assim, Tardiff (2000, p. 12) é categórico ao defender “[...] um distanciamento etnográfico em relação aos conhecimentos universitários” visto que essa formação teórica conceberia os professores como “aplicadores dos conhecimentos produzidos pela pesquisa universitária” (TARDIFF, 2002b, p. 119). São esses saberes produzidos na prática que deveriam ocupar a centralidade da formação nos cursos de licenciatura e pedagogia, pois as “teorias não valem nada do ponto de vista da ação profissional” (TARDIFF, 2000, p. 19)

A perspectiva da epistemologia da prática se articula com o conceito de prática reflexiva onde o professor produz conhecimentos originais da sua prática refletindo sobre si e sobre suas práticas (PERRENOUD, 2002). Para Schön (1997) existe uma distinção importante entre saberes escolares e saberes tácitos. Para ele o saber disciplinar seria aquele dado como certo, possuído pelos professores e que deveria ser transmitido, é um saber que se quer como exato, molecular. O professor reflexivo seria então, para Schön (1997), aquele que adota a sua pedagogia não nos saberes disciplinares, mas nos saberes cotidianos, e a capacidade de um estudante passar de um saber tácito se desenvolvendo em um saber disciplinar, ou seja, das simples representações figurativas e associativas da realidade para um pensamento conceitual, não deve ser visto como positivo (SCHON, 1997). Dessa forma, também a formação do professor não deve ser sobre os conhecimentos científicos, teóricos e disciplinares, mas concentrados no saber experiencial, prático. Portanto, para Schön, formar um professor capaz de refletir sobre e na prática passa pela ideia do aprender fazendo, de forma semelhante com os ateliês de educação artística.

Desta forma, a epistemologia da prática e a teoria do professor reflexivo compreendem que a prática reflexiva garantiria a eficiência da ação pedagógica, mas não numa reflexão teórica e sim baseada em esquemas de ação ou práticos para reagir a imprevisibilidade e incertezas da profissão, por isso, a centralidade da aquisição de competências e habilidades em detrimento de conhecimentos científicos. Assim, a epistemologia da prática e a concepção do professor reflexivo prendem a formação do professor à cotidianidade lhes impedindo a





possibilidade de compreender as articulações históricas e sociais dos fenômenos empíricos que lhe acontecem. Por outro lado, não é surpresa que essa epistemologia seja utilizada como justificativa ideológica para a criação de cursos mais curtos e de formação precarizada.

A prisão do professor reflexivo a prática cotidiana leva a constituição de uma teoria da pseudoconcreticidade (KOSIK, 1976) marcada pelo fetiche da vida cotidiana (LUKÁCS, 1974; HELLER, 2016). Segundo Kosik a pseudoconcreticidade é o mundo cotidiano onde a práxis, enquanto atividade transformadora da natureza e criadora do mundo humano-social, é convertido em mera atividade abstrata, calculadora, técnica, e apartada do trabalho como processo criativo. Assim, o conhecimento prático ou da prática reflexiva é determinante para a constituição de uma política educacional de formação docente tecnocrática. Por outro lado, a superação da pseudoconcreticidade passa pela suspensão da vida cotidiana (LUKÁCS, 1974; HELLER, 2016) em que os fenômenos empíricos deixam de parecer naturalizados (isto é, fetichizados) e passam a ser compreendidos teoricamente como articulados a uma objetividade social. O fetiche dos fenômenos empíricos, e a defesa de por serem contingentes e impossíveis de serem teorizados, é um instrumento do capital para resumir a profissão docente a mediocridade da vida cotidiana, negando aos professores o pensamento crítico. A realidade se converte, desde o conhecimento prático, em mera representação a partir de esquemas de ação e deixa de ser uma formação de pensamento conceitual que propicia a formação do pensamento crítico e a práxis criativa.

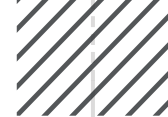
A epistemologia da prática ancorando a perspectiva do professor reflexivo se converte em um importante instrumento de colonialidade do saber e poder, quando nega ao professor a possibilidade do conhecimento conceitual da totalidade social, e na possibilidade de transformação desta. A colonialidade do saber é justamente a colonização dos pensamentos e consciências de forma que lhes seja negada a possibilidade de vislumbrar um caminho de enfrentamento e superação da colonialidade do poder mantido a partir das relações estruturais de classe, gênero e raça de nações centrais sobre as periféricas (WAGNER e SILVEIRA, 2018; QUIJANO, 2005; DUSSEL, 2005).

FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA ANTICOLONIAL

A perspectiva Anticolonial em Educação Matemática pode ser compreendida como aquela que se põem em resistência epistêmica e prática as concepções teóricas e metodológicas de educação matemática, ao mesmo tempo que busca propor posturas epistêmicas de questionamento das estruturas neocoloniais do saber e poder (WAGNER e SILVEIRA, 2018).

Alguns autores advogam uma postura decolonial em Educação Matemática restringindo-se a uma tentativa de descolonizar os saberes matemáticos (GIRALDO e FERNANDES,





2019), caindo no mito idealista de que processos de conscientização é que transformam a realidade. Evidente que sem esses processos a transformação não ocorre, e, portanto, se torna necessária uma postura dialética, negada por muitos autores decoloniais, para que seja possível de fato uma práxis docente anticolonial. Dessa forma, a Educação Matemática Anticolonial se diferencia da Educação Matemática de postura Decolonial por não cair no mito idealista liberal de que a consciência determina o mundo.

Assim, em uma perspectiva anticolonial a formação de professores que ensinam matemática precisam ser pautados em torno de três princípios dialeticamente articulados: 1) a teoria tem consequências e o pensamento conceitual é fundamental para superação da pseudoconcreticidade e fetiche da vida cotidiana, 2) postura política de resistência epistêmica as sucessivas tentativas de colonização da educação brasileira via reformas empresariais da educação e suas ideologias auxiliares e, mais importante, 3) a primazia da práxis docente como movimento teórico-prático no mundo, atividade essencialmente crítica do professor.

O princípio da práxis como eixo central da formação docente é uma superação crítica ao escolasticismo da Universidade brasileira e não desemboca nas posturas liberais e coloniais da epistemologia da prática que nega o conhecimento teórico e sobrevaloriza a prática pela prática. A práxis pode ser compreendida como a intervenção consciente na sociedade, enquanto a prática é a intervenção fetichizada na realidade, em que se intervém a partir de determinados esquemas que se mostraram úteis e eficientes sem ser capaz de compreender a articulação entre essas experiências, seus traços de continuidade e descontinuidade. Para Marx (2011, p. 25):

Os homens fazem sua própria história, mas não a fazem como querem; não a fazem sob circunstâncias de sua escolha e sim sob aquelas com que se defrontam diretamente, legadas e transmitidas pelo passado. A tradição de todas as gerações mortas oprime como um pesadelo o cérebro dos vivos.

Podemos compreender que a práxis é compreender as circunstâncias históricas (sociais, tecnológicas, políticas, etc.) sob as quais nos defrontamos em nossa prática, e para isso, o conhecimento científico é fundamental. Assim, a práxis docente é especificamente compreender as circunstâncias históricas que estruturam a escola contemporânea, as teorias pedagógicas, as concepções de mundo dos documentos norteadores, a realidade da comunidade escolar, etc., para que sua intervenção na realidade escolar seja efetivamente consciente, isto é efetivamente uma prática reflexiva. Atuar conscientemente desde uma postura política de resistência as relações neocoloniais que se estabelecem na escola passa efetivamente pela práxis docente e pelo entendimento da centralidade das lutas de classes (WAGNER e SILVEIRA, 2018; 2020).





Portanto, uma proposta de formação de professores que ensinam matemática na perspectiva da Educação Matemática Anticolonial advoga dimensões 1) políticas anticapitalistas, anticoloniais e antipatriarcais (WAGNER e SILVEIRA, 2018), 2) epistemológicas que façam a crítica as importações acríticas das teorias dos países capitalistas centrais, como o neo-pragmatismo da epistemologia da prática, 3) metodológicas onde o professor assume que sua prática se torne práxis, pois o real critério de verdade é a práxis.

As perspectivas da Educação Matemática Crítica e da Educação Matemática para Justiça Social dialogam com essa perspectiva, entretanto, elas ainda concordam com o pacto liberal da sociedade democrática burguesa. Em suma, questionam a existência das desigualdades, das crises, das relações neocoloniais, mas não compreendem a centralidade da problemática que é o processo contínuo de alienação do trabalho sob o capital, isto é, o processo de dominação e exploração das atividades humanas essenciais para produção e reprodução da vida, da fantasia ao estômago e como as colonialidades do saber e poder são produzidas e produtoras desses processos.

■ CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por fim, podemos compreender que a epistemologia da prática e a concepção de professor reflexivo ancorada nela são posturas teórico-políticas que servem em sua gênese e função atual ao aprimoramento da colonialidade do saber e poder da sociedade brasileira periféricas frente aos países centrais desde uma postura negacionista do conhecimento científico, teórico em detrimento de uma prática contingente da vida cotidiana. A epistemologia da prática limita o professor a vida cotidiana, não lhe permitindo compreender as amarras estruturais históricas que conformam seu ambiente de prática.

Em contraposição, a Educação Matemática Anticolonial busca - ancorada em três princípios, com especial centralidade no conceito de práxis-, desenvolver uma perspectiva de formação de professores que formem os mesmos para uma intervenção social transformadora de base anticolonial, anticapitalista e antipatriarcal. Para essa perspectiva, enquanto a epistemologia da prática prende os professores que ensinam matemática a cotidianidade, a concepção de práxis permite que os mesmos sejam efetivamente criativos e politicamente conscientes.

■ FINANCIAMENTO (OPCIONAL)

Bolsa de Doutorado da CAPES/PROEX



■ REFERÊNCIAS

1. CNE/MEC. Texto Referência - Diretrizes Curriculares Nacionais E Base Nacional Comum Para A Formação Inicial E Continuada De Professores Da Educação Básica. Conselho Nacional de Educação, Setembro de 2019.
2. DUSSEL, E. Europa, modernidade e eurocentrismo. In: Lander, Edgardo (org.) A Colonialidade do Saber: eurocentrismo e ciências sociais, 2005.
3. FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: 2001-2012. 2016.
4. GIRALDO, Victor; FERNANDES, Filipe Santos. Caravelas à Vista: Giros Decoloniais e Caminhos de Resistência na Formação de Professoras e Professores que Ensinam Matemática. Perspectivas da Educação Matemática, v. 12, n. 30, p. 467-501, 2019.
5. HELLER, Agnes. O cotidiano e a história. Editora Paz e Terra, 2016.
6. KOSÍK, Karel. Dialética do concreto; trad. C. Neves & A. Toribio. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1976.
7. LUKÁCS, G. Estética, v. I, Barcelona, Ed. Grijalbo, 1974.
8. MARX, K. O 18 brumário de Luís Bonaparte. Trad. Nélio Schneider. São Paulo: Boitempo, 2011.
9. MEC. Documento Proposta para Base Nacional Comum da Formação de Professores da Educação Básica, Brasília: Secretaria de Educação Básica, 2018.
10. MORAES, Maria Célia Marcondes de. Recuo da teoria: dilemas na pesquisa em educação. Revista Portuguesa de Educação, v. 14, n. 1 p. 5-24, 2001.
11. MORAES, Maria Célia Marcondes de. Recuo da teoria. Iluminismo às avessas: produção de conhecimento e políticas de formação docente. Rio de Janeiro: DP&A, p. 151-167, 2003.
12. MORAES, Maria Célia Marcondes. Os "pós-ismos" e outras querelas ideológicas. Perspectiva, v. 14, n. 25, p. 45-59, 1996.
13. PERRENOUD, P. A prática reflexiva no ofício de professor: profissionalização e razão pedagógica. Porto Alegre: Artes Médicas, 2002.
14. QUIJANO, A. Colonialidade do poder, eurocentrismo e América Latina. In.: Lander, E. A colonialidade do saber, eurocentrismo e ciências sociais. Buenos Aires: CLACSO, 2005.
15. RORTY, R. Science as solidarity. In: NELSON, J. S.; MEGILL, A.; McCLOSKEY, D. M. (eds.) The Rethoric of the human sciences. Madison, WI: University of Wisconsin Press, 1997.
16. RORTY, Richard. Solidarity or objectivity. Objectivity, relativism, and truth, v. 1, p. 21-34, 1991.
17. SCHÖN, D. A. Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem. Trad. R.C. Costa. Porto Alegre: Editora Artes Médicas Sul, 2000. Texto da segunda referência.
18. SCHÖN, D. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. (Org.). Os professores e a sua formação. 3. ed. Lisboa: Dom Quixote, 1997. p. 79-91.



19. SCHÖN, D. A. El profesional reflexivo: cómo piensan los profesionales cuando actúan. Barcelona: Ediciones Paidós Ibérica, 1998.
20. SHULMAN, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. American Education Research Association, 15(2), 4–14
21. SHULMAN, L. S. (2014) Conhecimento e Ensino: Fundamentos para a nova reforma. Trad. Leda Maria Beck e Paula Louzano. Cadernos Cenpec I Nova Série, V. 4, n. 2, jun 2015.
22. TARDIF, M. Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários: elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas consequências em relação à formação para o magistério. Revista Brasileira de Educação, Belo Horizonte, n. 13, p. 5-24, 2000
23. TARDIF, M. Os professores como sujeitos do conhecimento: subjetividade, prática e saberes do magistério. In: SILVA, A.M.M. et.al. Didática, currículo e saberes. Rio de Janeiro: DP & A, pp.112-128, 2002a.
24. TARDIFF, M. Saberes docentes e formação profissional. Rio de Janeiro: Vozes, 2002b.
25. WAGNER, G.; SILVEIRA, E. Estudos Decoloniais E O Marxismo: Por Uma Agenda Anticolonial, Antipatriarcal E Anticapitalista Na Educação Matemática. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, Cuiabá/MT. XIII ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, 2019.
26. WAGNER, G.; SILVEIRA, E. O grande ausente da educação matemática e a alienação na educação escolar. Germinal: Marxismo e Educação em Debate, v. 12, n. 3, p. 423-434, 2020.
27. WAGNER, Guilherme. PARA UMA CRÍTICA DA FILOSOFIA DA MATEMÁTICA WITTGENSTEINIANA: IMPLICAÇÕES PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 2018. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina.
28. WOOD, Ellen Meiksins. EM DEFESA DA HISTÓRIA: O MARXISMO E A AGENDA PÓS- MODERNA. Monthly Review, v. 47, p. 3, 1995.



Experiências e perspectivas da docência por meio de Projetos de Extensão da UFMG.

| **Jéssica Rodrigues Ribeiro**
UFMG

| **Patrícia Laranjo Mello**
UFMG

RESUMO

Neste artigo serão expostas as experiências e perspectivas perante a imersão à docência em matemática, pela Universidade Federal de Minas Gerais. As autoras ao ingressarem em projetos extensionistas definem as metodologias utilizadas e visam como as mesmas agregam em aula tanto para o docente quanto para o discente. Sabemos que a Matemática tem um conceito enraizado de algo negativo, o objetivo então é relatar maneiras de como quebrar tal conceito, de forma que torne a Matemática uma disciplina prazerosa para os estudantes, através de problemas e jogos. É necessário que o docente entenda, primeiramente, qual será o foco dele ao aplicar as metodologias, resolução de problemas e uso do material concreto, para que assim a aplicabilidade em sala o auxilie no desenvolvimento da aula. Olhando positivamente, a troca de experiências tem um grande papel para a formação, como professor ou corpo discente. Nesse contexto, é fundamental que os estudantes sejam estimulados a discutir sobre as estratégias utilizadas nas atividades, observar regularidades, formular “conjecturas” e socializar cada uma das etapas vivenciadas e, de um mesmo modo, é fundamental que o corpo docente também faça tais discussões entre si.

Palavras-chave: Matemática, Metodologias, Formação Docente, Experiências e Perspectivas.

■ INTRODUÇÃO

Um dos aspectos imprescindíveis em relação ao entusiasmo à pesquisas e as mudanças educacionais está associado ao fato de investigar novos métodos didáticos para os estudantes aprenderem a aprender. Mais comumente aplicado em situações assim, está associada à metodologia de resolução de problema que visa estimular os estudantes a pensarem em estratégias e diferentes formas de desenvolver a solução, o que proporciona situações de aprendizado de conteúdos. Conforme Pozo e Echeverría (1998) afirmam, a solução de problemas,

baseia-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento. O ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes.'

O desafio da aplicabilidade da resolução de problemas, tem sido um ponto crucial para os(as) professores(as) de matemática, tendo em vista que os estudantes leem o enunciado, mas não interpretam na linguagem matemática. Além disso, há um obstáculo para o docente, visto que os estudantes trazem consigo um pensamento negativo em relação à essa ciência, o que propõe uma mudança em seu trabalho. Mas como mudar?

A mudança no trabalho do docente, pode estar direcionada a diversas metodologias, mas nesse artigo iremos citar, em especial, a da resolução de problemas e do uso de materiais concretos e como uma pode estar ligada à outra. A aplicação a partir do material concreto, auxilia o estudante a ter uma visualização mais ampla do problema proposto, e não só isso, como também constitui jogos matemáticos que o incentivam a conhecer um novo lado dessa ciência. Os jogos podem também estimular a concentração, organização e raciocínio dedutivo. Como afirma Lana (2010):

A tarefa do professor, no contexto da educação matemática através de jogos, é a de (re) inventá-los. A flexibilidade dos jogos permite ao professor reestruturá-los de acordo com as necessidades e desejos de seus alunos, com a realidade da sua escola e sala de aula e, principalmente, com os objetivos a que se propõem. (LANA, 2010, p.72).

A fim de vivenciar tal mudança, nossa imersão como aprendiz, no âmbito da docência, na UFMG (Universidade Federal de Minas Gerais), se fez a partir do contato com essas duas metodologias por meio de projetos extensionistas. Com o projeto “Descobridores da



Matemática¹” e o “Projeto Visitas²”, foi possível desmitificar a visão incompreensível e abstrata associada à matemática.

O projeto “Descobridores da Matemática” tem como foco o preparatório, dos estudantes de 4º e 5º ano, para as Olimpíadas de Matemática, através da metodologia de resolução de problemas, bem como a criação do seu próprio banco de questões. O projeto é aplicado em escolas da rede pública de Belo Horizonte-MG, tendo sua parceria inicial com o Centro Pedagógico, e novas parcerias com a Escola Municipal de Belo Horizonte e a Escola Municipal Lídia Angélica.

O “Projeto Visitas” dispõe de diferentes atividades voltadas para os estudantes da Educação Básica, desenvolvendo jogos e atividades lúdicas com conteúdo matemático. Não somente para os estudantes, o Projeto oferece também oficinas para os docentes e futuros docentes, para explicar como o uso de uma matemática lúdica e recreativa pode ser favorável dentro (e fora) de sala.

Assim, o objetivo deste artigo é apresentar as experiências das autoras, ambas docentes em formação, a fim de partilhar com outros docentes, em formação ou não, suas perspectivas, investigações e reflexões para o campo da educação básica, na área da matemática.

■ METODOLOGIA

O termo resolução de problemas, é uma necessidade que ocorre corriqueiramente durante a vida. Pode estar associado a diversas áreas, seja para consolidar uma situação conflituosa, ou para reparos em casa e até mesmo como uma metodologia a ser usada em sala. Tal metodologia pode ser trabalhada com estudantes de diferentes idades e anos escolares, tendo foco em incentivar o mesmo a investigar um problema para assim resolvê-lo. Observando a metodologia através dessa perspectiva é dada a liberdade ao estudante para vivenciar o êxtase de superar os obstáculos, dado sua própria bisbilhotice, fazendo a matemática em sua maneira peculiar e, talvez, única.

O projeto “Descobridores da matemática” tem como foco essa mesma metodologia, criando ambientes interativos e dinâmicos para que o estudante opere sua própria estratégia a fim de solucionar um determinado problema. Dado que pode ser muito vasto o conjunto de estratégias operadas, é de grande notabilidade que seja realizada uma troca de experiências e compartilhamentos de saberes, entre os próprios estudantes, agora chamados

-
- 1 O projeto “Descobridores da Matemática” é um projeto de extensão do Departamento de Matemática da UFMG e possui parceria com o Centro Pedagógico e a Faculdade de Educação localizados também na universidade, além de contar com parcerias de algumas escolas municipais de Belo Horizonte.
 - 2 O projeto “Visitas Programadas ao Laboratório de Ensino de Matemática” intitulado “Projeto Visitas” é um projeto de extensão do Departamento de Matemática da UFMG.



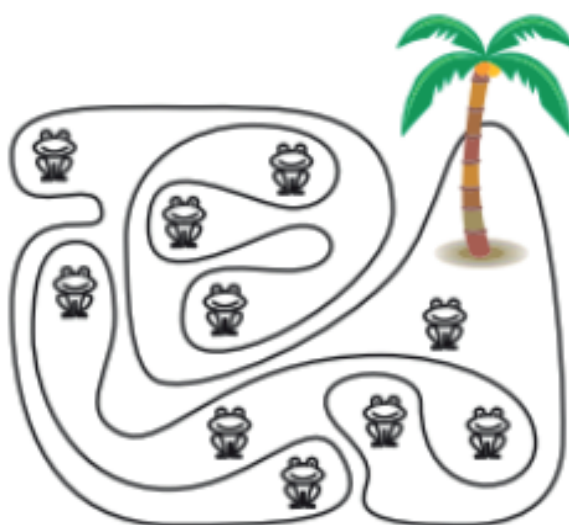


descobridores. Nesse sentido, as autoras ao final de cada encontro³, promovem uma roda de conversa entre os descobridores para que seus registros e resoluções fossem compartilhados e os estudantes vivenciassem também a ida ao quadro e exercessem, mesmo que em um breve período de tempo, o papel de docente para seus colegas de turma.

Figura 1. Desafio da ilha, aplicado no projeto “Descobridores da Matemática”

Desafio da ilha

Na figura à direita vemos uma ilha com uma costa muito recortada e alguns sapos. Quantos desses sapos estão na ilha?



Fonte: Acervo do Projeto

Como exemplificado na figura 1, alguns desafios são trabalhados com os descobridores, e em seguida analisados mais a fundo. Nessa demonstração, foi aplicado o “Desafio da Ilha” para turmas de 4º e 5º ano, onde cada um desenvolveu sua estratégia única para solucioná-lo, seja colorindo a superfície da ilha, marcando X de acordo com o constatado em uma legenda, e outras soluções. Logo após, observando tanto desenvolvimento, foi explorado o desafio, de forma, que agora os descobridores criassem o seu próprio, baseado no que acabara de ser aplicado, com o intuito de trocar os desafios entre eles, sendo incrivelmente notado a criatividade, a diversidade de pensamentos, visões e estratégias.

Ao citar esse projeto, no qual fez parte do caminho docente das autoras, observa-se como uma metodologia pode auxiliar e mudar sua aula. Tal observação também pode ser descrita através da inserção ao “Projeto Visitas”, que visa a aplicação de outra metodologia que influenciou significativamente na formação como docente de ambas. Essa nova

³ Os encontros, ministrados por monitores, licenciandos em matemática, trabalham com turmas do 4º e 5º anos, semanalmente, e desenvolvem com elas desafios e problemas matemáticos criados pela equipe do projeto, retirados da OBMEP e/ou Olimpíadas Canguru de Matemática.





metodologia se baseia na utilização de materiais concretos, para que assim contribua para uma melhor visualização do estudante, nesse quadro, quando se trata da matemática.

Os jogos matemáticos, são utilizados como método de ensino-aprendizagem desde os primórdios, como o “Quadrado Mágico”⁴ e “Tangram”⁵ que surgiram em 2200 a.C e 960 d.C, respectivamente. Ao se deparar com um estudante muitas vezes indolente com a disciplina, é notável que seu contato com uma brincadeira ou jogo, aguça sua curiosidade, habilitando também sua criação e imaginação, pode-se também ver a excitação em intervalos de aula, e até mesmo quando seu esporte favorito é abordado na Educação-Física. Então por que não trazer essa excitação para dentro de sala? Nesse contexto, o uso do material concreto se torna um dos maiores aliados do docente.

A utilização do material concreto tem diversas aplicabilidades, sendo algumas delas: o uso para solucionar determinado problema; o uso para criação de jogos matemáticos; o uso para exemplificar determinado conteúdo, entre outras. No “Projeto Visitas” o uso do material concreto é voltado especificamente para jogos matemáticos⁶. O intuito é mostrar para os estudantes, uma matemática lúdica, divertida, tornando muitas vezes algo diferente do que o comumente visto em sala de aula. Entre os jogos têm-se vários repartimentos: o que ser abordado; quando ser aplicado; mostrar o raciocínio lógico ou conteudista; entre muitos outros. Visar diversas repartições é algo que deve sim ser explorado.

Figura 2. Tabuleiro do jogo Hipódromo, do “Projeto Visitas”



Fonte: Acervo do projeto

-
- 4 Possui forma de uma tabela quadrada composta por números, em que a soma de cada coluna, linha e diagonais são iguais. Os modelos mais conhecidos são produzidos em dimensões 3x3 ou 4x4.
 - 5 Quebra-cabeça composto por 7 peças que representam figuras geométricas planas que possibilita representação de animais, pessoas, números, letras, entre outros.
 - 6 A equipe, formada por licenciandos em matemática, recebe turmas a partir do 6º ano e desenvolve com elas jogos e atividades lúdicas com conteúdo matemático. Os encontros são previamente agendados e ocorrem por um período de 2h no Instituto de Ciências Exatas (ICEx) da UFMG.





A probabilidade além de ter suas raízes na solução de problemas de jogos também as tem no processamento de dados estatísticos, nesse sentido utilizamos em nossas experiências o jogo “Hipódromo”, como exemplificado na figura 2. É um jogo onde os cavalos avançam, dado o seu número, quando o mesmo é resultado da soma dos números de dois dados lançados. Esse jogo pode ser utilizado para introduzir um conteúdo aos estudantes, onde na explicação do porquê tem maiores “chances” de um determinado número ganhar, é introduzido o conceito probabilístico⁷. Entretanto, há jogos na qual sua melhor utilização pode ser revisar um conteúdo já passado, ou às vezes só exercer um pensamento lógico, variando de acordo com o foco do docente e sua aplicação.

A partir das metodologias elencadas, percebemos que a resolução de problemas está relacionada ao desenvolvimento de uma Matemática mais intuitiva, já o uso do material concreto está pertencente a uma Matemática mais experimental que dialoga entre a teoria e a prática dessa ciência. Ambas são interligadas por ramos da matemática diferentes, mas ocasionalmente podem trabalhar juntos, o que dá início a uma fusão entre essas duas metodologias e consequentemente auxiliando no desenvolvimento do estudante.

■ RESULTADOS

Há um ditado que diz “um é pouco, dois é bom, três é demais” que se encaixa em diversas áreas da nossa vida, incluindo a área de lecionar. Uma metodologia pode se tornar pouco, mas duas, é muito bom, uma vez que se entenda como uní-las. Pensando assim, Moura constatou e afirmou sobre essa fusão.

A união entre o jogo e a resolução de problemas está intimamente vinculada à intencionalidade do professor, que é um dos arquitetos do projeto pedagógico do trabalho coletivo da Escola. Este projeto tem um começo – a cultura primeira – e um fim – a cultura elaborada – sendo ambos móveis, trata-se do conhecimento em movimento. Aquele conhecimento que é síntese de um processo passa a ser começo de outros, movimento crescente. (MOURA, 1991, p. 51)

Não somente o pensar na união de metodologias, é necessário analisar qual o objetivo que se tem com tal aplicação. Quando se constrói juntamente a ideia de associar os jogos matemáticos à resolução de problemas, grandes resultados podem surgir. Com a instigação que uma trás e a diversão da outra parte, tem-se entusiasmo, criatividade ambos aguçados na hora de resolver o problema. Como por exemplo, na figura 3, o desafio do dragão.

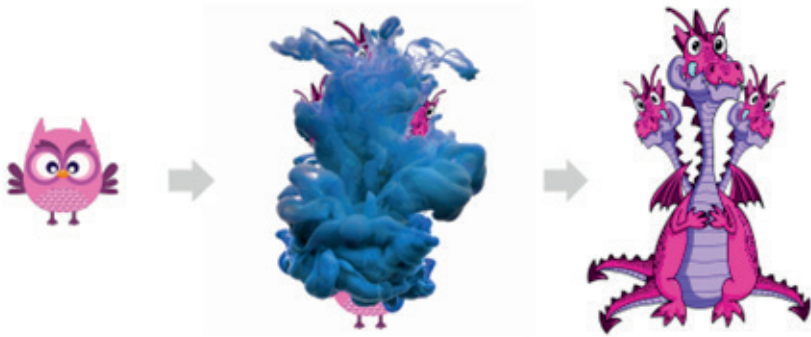
⁷ Lopes (1998, p. 11-12) afirma que o “ensino e probabilidade são conhecimentos fundamentais para analisar índices de custo de vida, para realizar sondagens, escolher amostras e outras situações do cotidiano.”



Figura 3. Desafio “Feitiço do Dragão”

Feitiço do Dragão

A bruxa Brunilda deu à sua coruja Sabichuda uma colher de poção mágica, achando que era xarope para a tosse. O resultado foi este:



Sabichuda se transformou em um dragão de três cabeças e três caudas! Para desfazer esse feitiço, Brunilda precisará cortar todas as cabeças e todas as caudas do dragão com sua espada mágica. Mas, atenção, com sua espada a bruxa só pode cortar de cada vez: ou uma cabeça, ou duas cabeças, ou uma cauda ou duas caudas. E, além disso:

- Se cortar uma cabeça, nasce outra cabeça;
- Se cortar duas cabeças, nada nasce;
- Se cortar uma cauda, nascem outras duas caudas;
- Se cortar duas caudas, nasce uma cabeça.

Como a Brunilda pode desfazer o feitiço?

Fonte: Portal Quebra-Cabeças de Matemática⁸

A partir da união dessas metodologias, esse desafio foi proposto para que desenvolvessemos com a turma inicialmente a leitura e compreensão do enunciado, visto que alunos sentem dificuldades na linguagem matemática utilizada. Esse ponto inicial tem o objetivo de dar ênfase à leitura e inserir habilidades importantes para o pensamento crítico e investigativo e conseqüentemente para o aprimoramento da capacidade de aprender e compreender matemática. Em seguida procuramos e observamos que os estudantes exploraram e montaram estratégias a partir do material concreto e por fim as conferiram através de seus registros. Com “Feitiço do dragão” utilizamos possibilidades, noção de condição e adição e subtração de números naturais que são assuntos essenciais para os anos iniciais.

Contudo, mesmo que se encaixe duas metodologias em uma aula, é fundamental entender a importância de ambas, quando aplicadas separadamente. Iniciando com as aplicações feitas em turmas de anos escolares menores, tem-se a resolução de problemas, aplicadas para 4º e 5º ano. Como antes mencionado, tal metodologia incentiva no estudante

⁸ O portal “Quebra-cabeças de Matemática” é destinado para estudantes com faixa etária entre 9 e 11 anos, e surgiu junto com a OB-MEP. Disponível em: < <https://portaldabmep.impa.br/index.php/site/index?a=4> >



sua investigação do problema, desenvolvendo novas perspectivas, aguçando a criatividade e imaginação. Para que seja analisada a evolução do mesmo, é necessário colher registros, para que se veja um desenvolvimento a partir.

Diversos docentes enfrentam o desafio de incentivar o estudante a anotar seus pensamentos, contas, lógicas, etc. Colocando em pauta esse ponto, foi estimulado que fizessem registros do modo à sua preferência, seja por desenho, palavras, e até mesmo oralmente para toda a classe, nesse caso é interessante que se tire notas do que foi apresentado, dando à eles uma forma, para eles “inovadora”, de expor como solucionou o problema. Uma vez iniciado esse processo de anotações, os estudantes tendem a perder o temor pela “escrita”, incentivando seus colegas de turma e a si mesmo para descobrir novas formas de descrever o processo de solução, como também desenvolvem destreza para o entendimento do que foi proposto.

Sabe-se que para uma parte da sociedade resolver problemas pode ser simples, mas vale ressaltar que na infância e juventude isso é um grande ponto. Talvez grande demais por não se tratar apenas da resolução e sim da busca por um objetivo na aprendizagem atingindo sua investigação e curiosidade para entender a razão e aplicação do que está sendo feito. No contato com essa metodologia os estudantes manifestam o desenvolvimento, mesmo que aplicada em curto período de tempo, pois oferece a ele uma nova visão do conteúdo, um propósito assim, estimulando a sempre querer mais.

Como citado sobre a mudança de perspectiva para o estudante, é válido comentar que em uma das turmas assistidas pelo projeto “Descobridores da Matemática” em sua primeira aula, foi feita uma capa para a pasta dos descobridores, onde era necessário a escrita de três palavras que representassem a matemática para eles, como o esperado várias palavras de cunho negativo surgiram. A fim de transformar essa visão monstruosa da disciplina, foi desempenhada a metodologia de resolução de problemas de uma maneira leve e divertida, e ao final do semestre foi aplicada a mesma dinâmica, mas agora as palavras negativas não apareciam mais, dando assim um novo olhar da matemática para os descobridores.

Vale ressaltar, que a atuação neste projeto também nos possibilitou o contato com turmas heterogêneas, dado o fato que o “Descobridores da Matemática” atua em escolas e turmas distintas. Um exemplo é a primeira aula de uma outra turma que também foi proposto a construção de uma capa e a escrita de quatro palavras que representam características que o estudante possui e que são pertinentes para um descobridor. Nessa dinâmica, as palavras mais citadas foram “curiosidade”, “inteligência”, “agilidade”, “memória”, “desempenho” e “organização” que se observadas separadamente refletem a singularidade de cada indivíduo bem como o perfil da turma, ao nosso ver, carrega uma perspectiva positiva. Entretanto, isso não inviabiliza o objetivo central de proporcionar um novo olhar para os estudantes sobre a





matemática. Nesse caminho, esse encontro permitiu a nós, docentes, a reflexão e a investigação “O que é preciso para ser um descobridor?”. Diante disso, no decorrer das aulas, além de valorizar as características citadas pelos estudantes, conseguimos potencializar habilidades já existentes, mas muitas vezes esquecidas ou deixadas de lado, como a curiosidade, imaginação, trabalho em equipe, concentração, interpretação, leitura e investigação. Portanto, mais do que proporcionar um ambiente favorável ao estudo da matemática, com o projeto proporcionamos ao estudante que vivencie suas diversificadas habilidades frente suas inseguranças e medos, seja perante a essa ou outras disciplinas escolares.

Levando em consideração também a outra metodologia citada, do uso de materiais concretos, na experiência das autoras ligada mais à jogos matemáticos, auxiliou não somente os estudantes mas também à elas como corpo docente. Aplicada para turmas diferenciadas, relacionadas à “excursão”, tais jogos mostram para as crianças e jovens que a matemática é sim divertida, dando a ela uma nova face. Muitas vezes um conteúdo engessado está presente nas escolas, apenas fórmulas, contas, provas e os estudantes acabam perdendo a luz que a disciplina pode oferecer.

Um dos pontos para tornar a aula mais convidativa para o estudante pode ser o uso da matemática recreativa, com recriações e reinvenções do conteúdo. No “Projeto Visitas” é ensinado aos monitores, onde passam esse conhecimento também para outros docentes em oficinas ofertadas, esse compartilhamento de informações concilia com o desenvolvimento profissional de ambas as partes. Ao ser aplicado em aula, como aula expositiva ou até mesmo em provas, o estudante se conecta com a matemática experimental, considerando também que o enunciado para um jogo pode ser mais um chamado para o público alvo, sabendo que pode-se alterar os enunciados já propostos e ainda criar histórias, até convidativo para que o estudante crie tal história ao final, para descrever o entendimento do jogo aplicado.

O uso do material concreto, na experiência das autoras, foi mais relacionado a jogos matemáticos, mas não deixa de fora suas outras aplicações. Para dar uma melhor visualização para o estudante, pode ser utilizado em um problema ou conteúdo proposto. Um exemplo para o uso do material concreto em auxílio com a disciplina, quando se trata de geometria espacial, é o uso de blocos de bolas de gude, 2 com quatro bolinhas e 4 com três bolinhas, e uma base triangular de palitos de picolé, com esses materiais é solicitado que o estudante monte uma pirâmide.



Figura 4. Pirâmide feita com bolas de gude.



Fonte: Acervo pessoal

Ao disponibilizar esse material é possível que amplie a visualização espacial do jovem ou estudante. Pode-se concluir que o material concreto, exposto como jogo ou não, simboliza uma alternativa de ensino-aprendizagem que auxilia a significação de conteúdos e conceitos passados. Dessa maneira, as metodologias mencionadas podem trazer grandes ganhos para o âmbito escolar, sejam eles emocionais e sociais, amplificando a auto-estima e a confiança do estudante quando se trata de seu potencial em aprendizagem. Vale refletir também que o enriquecimento da atividade vem exatamente da interação e participação permitidas e aprimoradas através da própria descoberta.

■ DISCUSSÃO

Aos docentes em formação, salientamos a importância da imersão em projetos extensionistas, visto que, o aprofundamento da didática não deve ser restrito apenas aos estágios obrigatórios em sua grade curricular. Na perspectiva da docência, um professor engajado nas diferentes metodologias de ensino tende a transmitir seus conhecimentos na forma de ensino-aprendizagem mais claramente, divertido, construindo assim, em conjunto com o corpo discente, o saber do estudante.

Como docente em formação, Jéssica, parafraseio Paulo Freire, e afirmo que não me tornei educadora numa certa terça-feira às quatro horas da tarde, nem nasci educadora. Me fiz educadora na prática e na reflexão sobre a prática. Mesmo que isenta de experiências, o desejo e anseio por melhorias no âmbito escolar, influenciaram a escolha do curso de matemática licenciatura, que impulsionaram a reflexão, investigação e o estudo por práticas docentes inclusivas e atrativas e, nesse sentido, a construção, mesmo que de forma gradativa, da minha didática e imersão na docência.



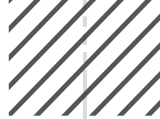
Minha perspectiva da educação Matemática era voltada a figura do(a) professor(a) em sala que utiliza de um quadro branco e um livro didático para apresentar conteúdos, então, com o intuito de emergir ações pedagógicas distintas das vivenciadas como discente durante a educação básica, ingressei em dois projetos extensionistas que possibilitaram o contato com metodologias diferentes e também complementares, para que o ensino fosse rodeado de espaços acolhedores, dinâmicos, recreativos e que dialogassem com o aluno de distintos cenários sejam eles na questão socioeconômica, pedagógica ou psíquica. Somado a isso, o ingresso nos projetos possibilitou a participação em eventos, palestras e reflexões que dialogam com a educação, que consequentemente me formam para além de uma educadora matemática e me inserem na pesquisa em prol da educação. Nesse sentido, acredito que seja favorável uma imersão mais a fundo em relação à aprendizagem didática, seja por meio de projetos extensionistas, iniciações científicas ou até mesmo experiências particulares.

Partindo do pressuposto que quando se entra em um curso de licenciatura, ainda não se teve a experiência com a docência, é necessário buscar tais experiências. Eu, Patrícia, quando me tornei licencianda em Matemática, comecei exatamente do pressuposto, então fui em busca de áreas para trabalhar a minha didática e pesquisa. Ingressei, de começo, em dois projetos nas quais me proporcionaram o crescimento que hoje consigo notar, e compartilhar. A dúvida se a licenciatura era pra mim caminhava lado a lado todos os dias, o pânico de estar em frente a uma turma e são todos esses tabus que os projetos extensionistas, não só para mim, possibilitam a quebra. É essencial que nós, como docentes, entendamos que o que é “trivial” para gente pode não ser para o outro, e com esse olhar entrar em uma sala de aula.

Toda a minha perspectiva de ensino à Matemática foi lapidada quando comecei com minhas experiências, trabalhei com diversas turmas, de diferentes anos e situações socioeconômicas, então como levar uma matemática igual à todos sendo que a preocupação de uns será ter janta em casa? É pensando que o perfil do estudante varia, que se constrói então uma matemática recreativa, acolhedora, de forma que se torne leve, mas ainda assim educativa. Os projetos de extensão costumam dar autonomia para seus monitores, separar as próprias aulas, decidir o que será passado, ser o anfitrião em sala, pois se baseiam em: é errando que se aprende; e realmente é. Então é de grande crédito para a formação na docência que mergulhe fundo em projetos extensionistas, que busque sempre uma forma de não só levar a matemática para a aula, mas que a torne acessível para todos.

Esse artigo, tece em si considerações além do ensino-aprendizagem, carrega também, o desenvolvimento, como corpo discente, docente e pessoal também. “É fácil reconhecer um professor só de olhar pra ele”, você já deve ter se deparado com essa frase, mas são muitos estudos, aprimoramentos, projetos e acima de tudo a vontade que o torna um professor. Para





as autoras não foi diferente, a imersão na docência conseguiu auxiliar em uma mudança pessoal que passaram a enxergar o ser docente de uma maneira diferente, e única.

Tabela 1. Antes e depois: “O que é a docência para você?”

	Antes	Depois
Jéssica	Sempre imaginei inserida nessa carreira, mas não achava necessária uma formação universitária. Considerava o fato de ser bom em conteúdos matemáticos suficientes para me tornar professora.	Me sinto inserida nesta profissão e enxergo a busca e a formação como pontos essenciais para o bom desenvolvimento da prática docente, para que enriqueçam a construção do saber dos estudantes.
Patrícia	Sempre considerada uma carreira bonita e admirável, mas que não se encaixava comigo. Não conseguia ver um “jeito” em mim para ser professora.	É a carreira que quero pra minha vida, não consigo, sequer, imaginar não ser professora. Minhas experiências trouxeram não só o conhecimento didático, mas também a paixão em lecionar.

Pode-se concluir de certa maneira, os projetos extensionistas auxiliam de um modo geral, tudo que esteja relacionado com a docência e discência. Para o percurso como licenciando, agrega em todas as áreas podendo tornar até mais prazeroso sua trajetória curricular, transformando, muitas vezes, o que é essencial em algo fascinante.

■ CONSIDERAÇÕES FINAIS

Vale ressaltar, mais uma vez, que diferentes metodologias carregam com si, diferentes desenvolvimentos em aula, podendo, muitas vezes, ser um grande cúmplice do professor regente. Neste artigo foi tratado a resolução de problemas e a utilização de material concreto, como também a união de ambas, onde por olhos das autoras é descrito os benefícios que trazem para o discente e o docente.

... por trás de cada modo de ensinar, esconde-se uma particular concepção de aprendizagem, de ensino e de educação. O modo de ensinar depende também da concepção que o professor tem do saber matemático, das finalidades que atribui ao ensino de matemáticas, da forma como concebe a relação professor-aluno e, além disso, da visão que tem de mundo, de sociedade e de homem. (FIORENTINI 1994:38)

Acreditamos que os projetos de extensão como formação inicial são aliados à composição de um acervo de saberes desencadeando conhecimentos específicos que podem dar uma nova perspectiva à carreira do licenciando. Nesse caso específico, a imersão em projetos extensionistas influenciou não somente no crescimento como professoras em formação, mas também despertou o apetite das autoras a se encontrarem de fato na docência. Desse modo, esse relato se concilia aos que entendem e defendem a necessidade da criação de ambientes interativos, lúdicos e dinâmicos no processo de ensino-aprendizagem.



■ REFERÊNCIAS

1. FIORENTINI, Dario. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Marcelo de C. B. e Jussara de L. A. (orgs.). BH, Autêntica: 2004.
2. LANA, Adriana Venturin. O jogo e a prática pedagógica: o ensino de matemática através de jogos para crianças com dificuldades de aprendizagem. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação). Centro de Educação, Universidade Federal do Espírito Santo.
3. LOPES, C. A. E. A probabilidade e a estatística no ensino fundamental: uma análise curricular. 1998. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação. Universidade de Campinas. Campinas (SP), 1998.
4. MOURA, M. Orosvaldo. A série busca no jogo: do lúdico na Matemática. IN: KISHIMOTO, T. M. (Org.). Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação. S. Paulo: Cortez, 1992. p. 73-87.
5. POZO, J.I. e ECHEVERRÍA, M.D. P. P. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

Formación inicial de profesores de matemática: experiencias enriquecedoras y contraproducentes durante el acompañamiento de la práctica

| **Daniela Tello Riquelme**
USACH - Universidad de Santiago de Chile

| **Carlos Vanegas-Ortega**
USACH - Universidad de Santiago de Chile

RESUMEN

El objetivo de este estudio es caracterizar las experiencias enriquecedoras y contraproducentes de los Profesores de Matemática en Formación y los Profesores de Matemáticas Guías, durante los procesos de acompañamiento de las prácticas pedagógicas de formación inicial. Para ello se aplicó un cuestionario de preguntas abiertas a 20 estudiantes de un programa de formación de profesores de matemática de la ciudad de Santiago de Chile y 5 Profesores de Matemática Guía que realizan el acompañamiento desde los centros educativos de enseñanza media. El análisis cualitativo de los datos permitió establecer que las experiencias enriquecedoras dependen del nivel de aproximación a las tareas reales del docente y el desarrollo de relaciones interpersonales con sus estudiantes y el respectivo profesor guía, mientras que las experiencias contraproducentes tienen directa relación con el tipo de relación entre la díada.

Palabras-Chave: Formación de Profesores de Matemática, Prácticas Pedagógicas, Acompañamiento de la Práctica, Experiencia Práctica.

■ INTRODUCCIÓN

Las prácticas pedagógicas de formación inicial de profesores dependen de las relaciones entre los agentes involucrados: el Profesor Tutor (PT), encargado de acompañar la práctica pedagógica desde la universidad, el Profesor Guía (PG), responsable desde el establecimiento de práctica, y el Profesor en Formación (PF), estudiante de pedagogía que asiste a realizar su práctica pedagógica (VANEGAS, 2018). Por tanto, la literatura muestra que es de alta relevancia el estudio de las relaciones entre el Profesor Guía y Profesor en Formación, pues como señalan Díaz y Bastías (2012), tiene “un impacto significativo en la formación inicial docente, lo que tributa a acortar los tiempos de aprendizaje del profesional en formación” (p.259).

Este tipo de relación, entre un mentor y un mentoreado, existe en múltiples profesiones, pero en prácticas del área pedagógica requiere de una definición clara de los roles de cada uno y el cómo interactúan entre ellos (AMBROSETTI y DEKKERS, 2010), ya que es un proceso que impacta tanto en PF como en PG y se espera que el impacto sea mayormente positivo. En Henissen et al. (2011), se menciona que existe un impacto para PF y este depende del cómo se desenvuelve en la relación con PG, además, se evidencian diferencias en el actuar pedagógico de PG, considerando su desempeño antes y después de la práctica pedagógica, esto debido a las herramientas y habilidades que desarrolla durante este proceso.

En el estudio de Mosvold y Bjuland (2016), se aprecia a través de la narrativa de Profesores de Matemática en Formación, que la interacción, tanto con los estudiantes como con PG, contribuye en la formación de la identidad profesional, además de enfatizar en la influencia de PG en este proceso. Destacan que PG no sólo se enfoca en aconsejar a cerca del desempeño pedagógico, si no, también entrega indicaciones o correcciones de cómo enseñar o definir un concepto matemático para el estudiante.

Considerando el desarrollo profesional y personal, profesores de matemática en ejercicio, mencionan que las relaciones entre profesores y la visión de la matemática que observaron y construyeron durante las prácticas de formación inicial, son bases en su quehacer pedagógico dentro del aula de clases, ya que tienden a utilizar esta información como un referente en el cual apoyarse durante la práctica docente (JIMÉNEZ, LIMAS y ALARCÓN, 2016). Lo que significa que la construcción del perfil profesional como profesor de matemática inicia durante las prácticas pedagógicas de formación inicial y que existe una influencia de la relación entre PF y PG en los años posteriores cuando PF ejerza como profesor de matemática.

La reflexión en esta relación diádica es de suma importancia, como plantea Vanegas (2016), esta permite a PF encontrar mecanismos profesionales para enfrentar situaciones y a PG le permite revalorizar su rol e importancia como formador de profesores. Esta reflexión



depende, de igual manera, del tipo de experiencias en la que se está interactuando debido a que las relaciones extrapoladas, tienen tanto opiniones negativas como positivas, pues significan la entrega de una libertad inusual durante la práctica pedagógica, pero en ocasiones derivan en la ausencia del PG, lo que afecta a la interacción entre los actores y la reflexión, o fomentación de ésta, entorno a la práctica, el desempeño y desenvolvimiento que esto significa (OEI, 2010).

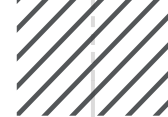
La relación que el Profesor Guía mantiene con el Profesor de Matemática en Formación durante la práctica pedagógica de formación inicial es un objeto de investigación carente de estudios en el contexto actual, pero como mencionan múltiples autores, es necesario considerar la importancia de esta relación debido al impacto que tiene en el desarrollo personal y profesional del profesor en formación (DÍAZ y BASTÍAS, 2012; MINEDUC, 2005; OEI, 2010). En particular, se ha demostrado que la caracterización de las experiencias enriquecedoras y contraproducentes permiten generar nuevas perspectivas para mejorar los procesos de formación de futuros profesores (VANEGAS, CORREA y FUENTEALBA, 2015)

Para el docente, la práctica en su profesión depende de tomar decisiones y justificarlas, esto lo realiza con base en su experiencia previa, la cual el permite reflexionar acerca de su desempeño, (TABORDA, LOAIZA, y PINEDA, 2012) éxitos y fracasos en cuanto a la enseñanza y el aprendizaje de sus estudiantes. Para el profesor en formación la experiencia dentro de la institución educativa le permite crear un modelo al cual aspirar, el cual se basa en las interacciones que tiene con el medio y el profesor guía (CHAMBERS y ARMOUR, 2011; CORREA, 2011; PEÑAS y FLORES, 2005). Lo que significa que tanto lo que sucede durante la práctica pedagógica como la relación entre los actores tiene influencia en la formación inicial (PF) y continua (PG).

Por tanto, “la experiencia entonces es un asunto vivido por los sujetos frente a ciertas circunstancias o fenómenos” (TABORDA, LOIZA y PINEDA, 2012, p.181). Concordando con distintos autores, se considera que, dentro del contexto de la pedagogía y las prácticas pedagógicas, la experiencia es el conjunto de momentos vividos que conllevan a un aprendizaje, generación de significados, habilidades o sentimientos que aportan o construyen la profesión docente (LUCERO, 2015; PÁEZ, 2015). Estas pueden ser del tipo positivas o negativas e, independientemente de la visión y consideración de dicha experiencia, estas instancias son una contribución al desarrollo profesional (GONZÁLEZ, MARÍN y CARO, 2018; VIEIRA, 2020), mediante el análisis y reflexión de estas mismas.

Las experiencias enriquecedoras son aquellas situaciones y acciones en las cuales se genera un recuerdo gratificante, es decir, la instancia produce admiración, apreciación y reconocimiento. Esta produce una reflexión y consideración de replicar dicha acción o procedimiento con el fin de mejorar la práctica como profesor de matemática. El Profesor





en Formación valora la ejecución, observación e interacción con la profesión y el Profesor Guía, y a su vez, el Profesor Guía aprecia el comportamiento de la clase y reconoce el desenvolvimiento del Profesor en Formación como un Profesor de Matemática (GONZÁLEZ, MARÍN y CARO, 2018; VANEGAS, CORREA y FUENTEALBA, 2015; VIEIRA, 2020).

A la vez, las experiencias contraproducentes son aquellas vivencias en las cuales no se genera un recuerdo gratificante, es decir, se produce un enfrentamiento o rechazo hacia el actuar o procedimiento utilizado durante el proceso de enseñanza-aprendizaje o las interacciones con los distintos miembros del centro educativo. Si bien, se consideran no tan gratificantes, estas son valoradas ya que llevan al análisis y reflexión sobre que no se debe replicar o se puede mejorar con el fin de contribuir a la práctica del profesor de matemática. Los profesores son capaces de reconocer las falencias, dificultades y las causas de dicha instancia, para así reflexionar en torno a esto y generar un aprendizaje acerca de las posibles consecuencias que pueden provocar situaciones similares (GONZÁLEZ, MARÍN y CARO, 2018; VANEGAS, CORREA y FUENTEALBA, 2015; VIEIRA, 2020).

■ DESARROLLO

Decisiones Metodológicas

El estudio se desarrolló a través de la metodología cualitativa y diseño de tipo transversal exploratoria (HERNÁNDEZ, FERNÁNDEZ Y BAPTISTA, 2014) con el fin de caracterizar en profundidad las experiencias de Profesores de Matemática en Formación (PMF) y Profesores de Matemática Guías (PMG) sobre las prácticas pedagógicas de formación inicial. Los PMF se seleccionan a partir de cuatro criterios: (1) haber cursado al menos a una práctica pedagógica (2) no haber transcurrido más de un semestre desde su última práctica pedagógica, (3) asistencia del 100% a la práctica y, (4) haber contado con el acompañamiento del Profesor Guía. Los PMG se seleccionan a partir de dos criterios: (1) haber sido profesor guía de un estudiante durante las prácticas pedagógicas realizadas en el periodo 2019-2020 y (2) ser PMG durante las prácticas pedagógicas del segundo semestre del 2020. Lo que decantó en la selección de 20 estudiantes de un programa de formación de profesores de matemática de la ciudad de Santiago de Chile (5 de cada una de las prácticas pedagógicas) y 5 Profesores de Matemática Guías.

Todos los participantes aceptaron participar voluntariamente en el estudio y se les aplicó los procedimientos de rigor ético correspondientes. Para resguardar sus identidades, en los resultados se han utilizado las siglas PMF y PMG para referirse a los Profesores de Matemática en Formación y los Profesores de Matemática Guías, respectivamente. Además, se usan números arábigos para diferenciar los participantes y el nivel de formación; así, la





nomenclatura 'PMF3 P2' corresponde al profesor en formación 3 de la práctica pedagógica nivel 3 (En el programa que se realizó el estudio existen 4 niveles de práctica: inicial, intermedia 1, intermedia 2 y final).

La recogida de información se hace a través de un cuestionario de preguntas abiertas ya que este tipo de preguntas, como expone Hernández et al. (2014), no delimitan las respuestas que los participantes desean entregar, lo que permite explorar a una mayor escala las distintas dimensiones ya que las respuestas contienen más información, lo cual permite generar a través de esto la base del estudio y las variables que afectan al fenómeno (BELL y WATERS, 2014; COHEN, MANION y MORRISON, 2007). También, este tipo de preguntas son favorables cuando se tratan de temas sensibles, como lo son las propias percepciones y experiencias, ya que permiten a los participantes responder a través de sus propias palabras, por lo que son recomendados en investigaciones educativas para obtener información acerca del comportamiento (COHEN, MANION y MORRISON, 2007).

El instrumento fue validado por juicio de expertos y la categorización de los datos se realizó a través de la triangulación de expertos, los cuales tienen experiencia en la investigación cualitativa educativa. Los datos cualitativos se procesaron a partir análisis del contenido del discurso, ya que, debido al tipo de investigación, estos datos recolectados asociados a la complejidad del estudio de relaciones interpersonales y educativas (VANEGAS, 2016), y la involucración de estos en la ciencias humanas y sociales (SANTANDER, 2011).

Los resultados de la estabilidad de la codificación de esta investigación se realizaron a partir del software ReCal, del cual se determinó que todas las categorías tienen fiabilidad muy buena, ya que todas las categorías están sobre el 96, 9% de acuerdo y con coeficiente de cada kappa sobre 0,826. Por tanto, la codificación tiene una muy buena fiabilidad ($K=0,927$) y un porcentaje de acuerdo entre investigadores del 98,6%, lo que permite afirmar que la investigación cuenta con categorías bien definidas y aplicadas de manera confiable (VANEGAS, 2016).

Discusión de Resultados

A continuación, se evidencian las principales experiencias de los participantes de la diada dentro del establecimiento educativo, las cuales se consideran enriquecedoras o gratificantes, y experiencias contraproducentes o no gratificantes. Se diferencian los dos tipos de experiencias puesto que la impresión y visión de estas influyó en la formación, a través de la adquisición de habilidades o la resignificación de aspectos relacionados a la docencia.





Experiencias Enriquecedoras.

Se encontraron dos tipos de experiencias: las que producen una mejora y reflexión acerca de un actuar o situación admirable o replicable, y las que producen una mejora y reflexión en torno a una situación chocante o de desagrado.

En cuanto a las situaciones enriquecedoras los PMF participantes de todas las prácticas mencionan que gran parte de las experiencias que consideran gratificantes se deben a la relación con los estudiantes, las interacciones que tuvieron con ellos durante el proceso de práctica, ya sea observando su aprendizaje y enseñándoles a través de intervenciones o compartiendo y conectándose con los alumnos.

Tabla 1. Fragmentos discursivos acerca de las experiencias enriquecedoras asociadas a los estudiantes durante la Práctica Pedagógica para los PMF.

Participante	Fragmento
PMF P1	La mejor experiencia es cuando un alumno te da las gracias porque te entendió o porque le ayudaste. Se siente como que lo estás haciendo bien y me paso en la primera práctica.
PMF P2	En particular, entre las experiencias más gratificantes, fue participar de eventos especiales (cierre de semestre), lo cual fue genial, ya que tuve la oportunidad de compartir con los estudiantes de una manera más abierta.
PMF P3	Mi mejor experiencia fue en práctica 2 donde pude ayudar y enseñar a las alumnas en sus dudas en clases o mientras desarrollaban guías y ellas estaban contentas porque les iba bien y me entendían "según ellas mejor que a su profesor".
PMF P4	La mejor experiencia fue durante la práctica 4 realizada este semestre (2020-2). De manera virtual tuve que enseñar más de 100 alumnos una materia que no manejo muy bien, estaba nervioso aquella vez por lo poco preparado que me sentía, pero al momento de realizar la clase todo salió como debía y al finalizar la clase algunos alumnos comentaron que lo expliqué muy bien. Esa experiencia fue la mejor porque me hizo darme cuenta de que si puedo enseñar algo que no domine bien siempre y cuando me prepare de la mejor manera.

Se puede observar de las evidencias en la tabla 1 que parte de las interacciones conllevan a la valoración de su actuar pedagógico que les permite reafirmar su decisión profesional (CHAMBERS y ARMOUR, 2011; HIRMAS y CORTÉS, 2013). Relacionada con las interacciones entre PMF y sus estudiantes se encuentra la ejecución del quehacer docente, enseñándoles nuevos contenidos o reforzando los enseñados por el profesor, pero además de esto consideran que es una buena experiencia cuando pueden desempeñarse por completo como un profesor de matemática dentro del aula, realizando planificación, colaborando o realzando las clases.

Creo que la segunda fue algo mejor que la primera, ya que fueron distintas en el sentido de que la primera práctica la realicé en un curso de tercero medio en el cual sólo me dedicaba a resolver dudas que había en un cuaderno de trabajo para la PSU con el cual se trabajaba en el curso. En cambio, en la segunda práctica estaba en clases en las cuales la profesora enseñaba conceptos nuevos a sus estudiantes, se avanzaba acorde a la planificación que se tenía. La diferencia entre una y otra, para mí, era que en una estaba aprendiendo algunas cosas para mi futura labor como docente, mientras que en la otra me limitaba a replicar pasos para que los estudiantes resolvieran ejercicios (PMF3 P2).





Como señala el PMF3 de P2 en el fragmento, lo que provocó una diferencia de la experiencia fue el nivel de participación que tuvo en el proceso del estudiante, lo que le permitió aprender aspectos del quehacer docente como lo son el seguimiento de una planificación y la enseñanza de nuevos conceptos matemáticos.

Conectado con el quehacer docente, parte de las experiencias positivas de los PMF están asociadas al PMG que realizó el acompañamiento de práctica, considerando la presencia del PMG como un modelo de referencia de un profesor de matemática en un ambiente real, ya sea por el agrado generado debido a las metodologías que utiliza o las interacciones que tiene con los estudiantes. En el siguiente fragmento 1.6 se puede ver la valoración que el PMF le entrega al aprendizaje a través de la observación del desempeño del PMG, esto con el fin de analizar y reflexionar cómo es y qué hace un profesor de matemática: “El docente del colegio me sirvió como modelo para aprender cómo hace las cosas él y por qué le resultan tan bien” (PMF P1).

En el siguiente fragmento, el PMF resalta las metodologías que la PMG utilizaba para realizar sus clases, al mismo tiempo se enfoca en cómo el aprendizaje iba dirigido a los estudiantes con el fin de hacerlos partícipes y agentes activos del aprendizaje. También reitera la motivación que la PMG tenía con la enseñanza y que inculcaba a través de sus clases a sus estudiantes.

En la práctica 2 me tocó con una profesora egresada de la carrera, la cual su metodología de enseñanza era muy de mi gusto, centrada en el estudiante y siempre motivadora a pesar del contexto donde se realizaba, que era un colegio de mucha vulnerabilidad. Pero la motivación que ella entregaba con el curso era mucha, y por más que algunos estudiantes no les gustaba la asignatura, lo intentaban porque el medio en el que se realizaba era muy agradable (PMF P3).

Durante las tres situaciones antes presentadas (relación con los estudiantes, ejecución del quehacer docente y PMG como un modelo de referencia de un profesor de matemática), se puede inferir que los PMF descubren la profesión, experimentan en el contexto real de clases y desarrollan habilidades que les permiten reconocerse a sí mismo como profesores de matemática. En la primera situación se genera o valida una identidad inicial como profesor a través de la interacción con los estudiantes, en la segunda situación se pueden observar y ejecutar las actividades que realizarán en un futuro, por tanto generan una identidad como profesor a través del ejercicio previo de la docencia; y en la tercera situación, a través de la observación de PMG, pueden componer y redefinir sus ideales o creencias acerca del quehacer y ser de un profesor, lo que conlleva, como plantean Vanegas y Fuentealba (2019) a que modifiquen la identidad docente que hasta el momento habían generado, por lo que existe la realización de un contraste entre la propia representación de profesor y la representación de un otro profesor de matemática (en este caso PMG).





Para los PMF de P3 y P4, además de considerar al PMG un referente de docente de matemática, la mayoría indica que la relación que construyeron con él es lo que provocó una experiencia gratificante y enriquecedora debido a la integración que les dieron en la institución, el reconocimiento como profesor dentro y fuera del aula, la participación y funciones que les delegaron con el fin de aprender del quehacer docente, y el apoyo que le brindaron a lo largo del proceso. Lo que se debe a la validación institucional que la relación con el PMG genera en el futuro profesor cuando este participa asumiendo un rol social y matemático dentro del establecimiento, lo que permite deducir la necesidad del reconocimiento del rol e identidad docente asociado al desempeño laboral del futuro profesor, ya no es suficiente el reconocimiento a partir de los estudiantes o el profesor acompañante (VANEGAS y FUENTEALBA, 2019).

Los PMG al estar en ejercicio de la profesión y acompañando a diversos PMF tienen múltiples perspectivas, pero entre sus experiencias enriquecedoras existe particularidades o características que producen que la experiencia sea agradable y los motive a mejorar. La tabla 3 resume los elementos comunes que tienen las mejores experiencias de los PMG.

Tabla 3. Fragmentos discursivos acerca de las experiencias enriquecedoras asociadas al PMF durante la Práctica Pedagógica para los PMG.

Experiencia enriquecedora:	Fragmento
Participación del PMF	Cuando los alumnos son proactivos
	El estar atento a las clases del profesor y sugerir actividades.
Ejercer la labor docente	Apoyar y atender a los estudiantes en sus consultas.
Conocimientos de contenidos y la profesión	Tener estudiantes con dominios profundos de los contenidos y una conciencia social muy marcada, esto permite que el rol docente puedan cumplirlo a cabalidad incluso en actividades extracurriculares, apoyando y motivando siempre a los y las estudiantes.

En general, los PMG aprecian aquellas prácticas pedagógicas en las cuales el PMF fue comprometido y cumplir con las labores de un profesor aun cuando se encuentran en periodo de formación; además, se le da relevancia a la capacidad de poseer y desarrollar habilidades socioemocionales asociadas al quehacer del docente. Se puede apreciar dos puntos de vista, el primero donde la proactividad del PMF deriva en una participación y sugerencias con el fin de mejorar el aprendizaje, y la segunda, es que los PMF sean capaces de interactuar y apoyar a los estudiantes cumpliendo con un rol pedagógico y social.

Además, PMF valora aquellas prácticas en las que se dan instancias donde se pueda compartir y obtener diversas perspectivas en cuanto al desarrollo y desempeño del PMF, considerando que: “la mejor experiencia es cuando podemos observar al alumno en su proceso junto al profesor guía de la Universidad, ya que se manejan diferentes observaciones, y luego tener la reflexión correspondiente”. Por lo que, en coherencia con Vanegas (2016), se vuelve a reiterar, la importancia de la comunicación, interacción y relación entre la universidad y la escuela, tal como mencionan anteriormente los PMG.





Experiencias Contraproducentes.

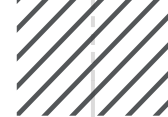
Así como se identificaron las experiencias enriquecedoras, existen diversas situaciones que derivan en experiencias contraproducentes y en cuanto a estas los PMF no tienen regularidades definidas que tengan directa relación con el nivel de práctica pedagógica cursada, es decir, se expresan diversos tipos de situaciones que derivaron en experiencias no gratificantes las cuales son mencionadas de manera dispersa por los participantes.

La situación que es mayormente menciona como una experiencia no grata tiene conexión con la relación que el PMF desarrolló con el PMG, la cual consideran como una mala o inexistente relación por motivos como: los roles o habilidades que PMG asignó a desarrollar a PMF durante la práctica, el exceso de trabajo no asociado al objetivo de la práctica pedagógica, la ausencia simbólica y física de un acompañamiento, la falta de reconocimiento del futuro profesor como un docente por el PMG o la no identidad del PMG como Profesor Guía y/o Profesor de Matemática. A continuación, en el fragmento se puede analizar la experiencia menos gratificante de un PMF ya que es conformada por distintas situaciones que involucran al PMG. Este relato es dividido en dos partes, esto debido a que en la primera parte se relatan las situaciones vividas con el PMG dentro de la práctica, y en la segunda parte, el PMF expresa su opinión y los efectos que esta relación tiene en su formación como docente. Además, se resaltan con colores las frases que exponen diversas situaciones que llevan a conformar y categorizar esta práctica como la peor experiencia del PMF.

La peor experiencia fue en práctica I, desde el día uno, **la profesora guía, no me presentó a los estudiantes, entré a la sala como una estudiante más. En la sala de profesores, los docentes te miraban como preguntándose '¿quién es ella?'; aunque la profesora guía me decía que debía estar ahí, ella no me acompañaba.** En cuanto a la comunicación con ella era muy mala, muchas veces llegué al colegio cuando no debía asistir y no me avisaba hasta llegar al establecimiento. En la sala de clases había tres profesores: la profesora guía, una profesora ayudante propia de la disciplina y yo, **por lo que no me relacionaba mucho con los estudiantes**, además que tampoco podía **pues la profesora guía en cada curso que la acompañaba me pedía que calificara pruebas cortas** (PMF2 P2).

Lo que esta resaltado en naranja tiene relación con el reconocimiento y validación que brinda el PMG al futuro profesor, el cual en este caso no sucedió ni dentro ni fuera del aula de clases, además se puede deducir que hay cierto nivel de abandono simbólico por parte del profesor guía al no integrar y socializar con PMF como un docente de la institución fuera del aula, específicamente en la sala de profesores frente a los demás docentes del establecimiento. Lo resaltado en azul indica la falta de comunicación que había entre PMF y PMG al existir situaciones donde el PMG no asistía al establecimiento y no informaba de esto al PMF, además se puede concluir que no solo existe un abandono simbólico, sino





que también uno físico al no existir un acompañamiento continuo y efectivo desarrollo de la práctica del futuro profesor. Las dos situaciones anteriores (naranja y azul) permiten identificar la relación entre el PMF y el PMG como del tipo sobre delegada (OEI, 2010), ya que existe un abandono físico y simbólico en distintos momentos de la práctica, y existe la cuestión del desmerecimiento o invisibilización del PMF como un docente dentro del establecimiento, lo que conlleva a que no reconozca su rol o genere un significado propio para la docencia a través del ambiente social en el que está involucrado puesto que la interacción con el medio y los roles que tienen los actores influyen en la identidad docente (VANEGAS y FUENTEALBA, 2019).

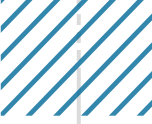
También menciona que al haber tres profesores en aula (PMF incluido) provocó que no pudiera participar e intervenir en las clases, lo que conllevó a que no existiera una relación con los estudiantes (resaltado en amarillo) y a esta situación le suma que no podía intervenir e interactuar con los estudiantes no sólo por la cantidad de docentes en el aula, sino que también porque las funciones a realizar por el PMF designadas por el PMG no permitían experimentar por completo la labor docente, ni tampoco poner en ejecución los conocimientos formativos que hasta ese momento haya alcanzado (como se aprecia en lo resaltado verde). Aquí ocurrieron dos aspectos que provocaron la disconformidad con la participación dentro de la práctica, primero está la desconexión y falta de interacción que existió con los estudiantes, lo que se considera esencial para el desarrollo de la práctica (CHAMBERS y ARMOUR, 2011; HIRMAS y CORTÉS, 2013), y segundo, se encuentra asociado a la entrega de tareas inadecuadas dentro del marco de la práctica pedagógica, lo que dificulta el aprendizaje y formación del futuro profesor en la práctica (HENNISSEN ET AL., 2011; HIRMAS y CORTÉS, 2013).

Me llegó a causar un poco de frustración en ese momento porque, además de ser la primera práctica uno llega con expectativas que se debieran cumplir en ciertos sentidos y también para conocer el campo laboral que uno tendrá, los roles entre otras cosas, no sólo para sentarme a revisar pruebas (PMF2 P2).

El PMF termina su relato con los efectos que esta experiencia tuvo en él y su formación, entre las cuales menciona que existió un efecto contraproducente con respecto a las expectativas sobre la práctica pedagógica y también que se mantiene la falta de conocimiento sobre el quehacer docente debido a los roles que se le asignaron.

Otras experiencias contraproducentes de PMF están asociadas a las interacciones con los estudiantes ya que, como se vio en las experiencias enriquecedoras, la relación con los estudiantes son un factor que puede determinar el desarrollo de la práctica y de la identidad como profesional docente (CHAMBERS y ARMOUR, 2011). En el caso específico de algunos PMF, las interacciones con los estudiantes no fueron idónea, lo que conllevó a que esto





produjera una situación de rechazo. En los siguientes fragmentos se pueden observar dos experiencias: primero, que el inadecuado acercamiento e interacción de las alumnas con el PMF conllevó a una situación de incomodidad; segundo, que lo que produjo considerar esto como la peor experiencia es la empatía que sintió el PMF con la situación del alumno desarrollando así características esenciales como profesor, como lo son las habilidades socioemocionales (GAMBOA, 2016; RODRÍGUEZ, 2010).

La peor experiencia que he tenido fue en Práctica I, donde ciertas alumnas del curso (era un colegio de mujeres), me empezaron a hacer preguntas incómodas y molestarme (PMF2 P2).
El que en una clase un estudiante haya dicho que se debía ir del colegio y abandonar sus estudios, pues necesitaba trabajar para aportar en su casa, pese a ir en cuarto medio y faltar sólo dos meses para salir (PMF5 P1).

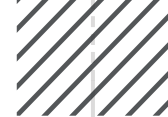
Y la última similitud entre las experiencias contraproducentes de los PMF deriva de la ejecución y aprendizaje de la labor docente, estas señaladas desde tres perspectivas evidenciadas en la tabla 4: el conocimiento matemático, la participación en el aula y la carga laboral docente.

Tabla 4. Fragmentos discursivos acerca de las experiencias contraproducentes asociadas a la ejecución de la labor docente durante la Práctica Pedagógica para los PMF.

Causa de la experiencia contraproducente	Fragmento
Falta de seguridad o conocimientos con los cuales generar y realizar clases	Creo que fue la peor clase de matemática que recibieron, hasta ese momento, dichos alumnos/as y la peor experiencia que he tenido como profesor. Esto porque los alumnos se confundían, yo me confundí en varios conceptos claves y eso creo más confusión en los alumnos. Fue la peor experiencia pues sentí que no era un buen “explicador” de contenido, pero ha de ser por la poca experiencia. (PMF P4)
Falta de claridad en cuanto a los deberes del docente de matemática y futuro profesor	Lamentablemente la práctica 3 porque por el contexto pandemia y dado que no hay lineamientos de cómo realizar una clase en esas condiciones, las clases pasan a ser un monólogo y es muy difícil ver qué pasa con el estudiante. (PMF5 P3)
Falta de aprendizajes acerca de la labor docente	La práctica 2 solo pude observar 3 clases, siento que faltó aprender y observar muchas más situaciones, además del exceso de trabajo que se juntó con los demás ramos universitarios. (PMF4 P2)

Las experiencias contraproducentes de los PMF tienen relación con lo opuesto a sus experiencias enriquecedoras y expectativas, es decir, relacionado a la deficiencia de sus conocimientos, y la irresponsabilidad o compromiso de los PMF con el proceso de práctica pedagógica y lo que esta experiencia significa en su formación. Ocurren situaciones similares a las evidencias por Vanegas (2016), en las que el poco dominio del contenido de la futura profesora produce una frustración con la propia labor y desempeño por lo que existe una inseguridad de las propias capacidades provocando un conflicto en la generación de una identidad profesional.

En particular, un PMG3 manifestó que sus peores experiencias suceden cuando “el dominio de contenidos es deficiente ya que esto genera un problema en el asumir roles docentes llegando al punto de enseñarles el contenido para que puedan realizar sus intervenciones”,



además del bajo nivel de los conocimientos o la superficialidad de estos, el PMG relaciona esta carencia al quehacer propio de un profesor de matemática (ser un experto de los contenidos) con el fin de realizar clases efectivas para el contexto de los estudiantes, lo cual en su experiencia esto no sucede ya que ha tenido que enseñar los contenidos que el futuro profesor debe enseñar. Este factor es determinante para los profesores de matemática puesto que el conocimiento de los conceptos y contenidos matemáticos es lo que múltiples autores señalan como la característica principal que diferencia a este profesor con los de otras áreas, inclusive con las que igualmente tiene una base matemática como lo son la física y química (LLINARES 2000; POBLETE y DÍAZ, 2016).

Además, los PMG señalan que cuando no se aprecia compromiso con la formación docente o responsabilidad profesional se producen experiencias contraproducentes ya que el PMF no demuestra su capacidad como futuro profesor ni tiene internalizado el deber del docente, específicamente PMG5 indica situaciones en las cuales la experiencia fue del tipo no grata diciendo que: “la peor experiencia es que el alumno no sea responsable, en horario de entrada ni en la entrega de material pedido, que no tenga iniciativa y que copie guías o evaluaciones”, de esto se puede inferir que el PMG no cumple con los quehaceres mínimos esperados por un docente de matemática, como lo son la responsabilidad de horarios, entregas de materiales o proactividad.

A lo largo de las diversas experiencias (tanto enriquecedoras como contraproducentes), los aspectos que más valoran de las los PMF con respecto a las vivencias durante las prácticas pedagógicas es tener la oportunidad de observar y se parte del sistema educativo en el que en un futuro va participar como profesor de matemática, esto incluye conocer la realidad de la profesión, las distintas instituciones que existen en el sistema educacional chileno, el ambiente de clase y los estudiantes actuales que son parte de las distintas instituciones. Otro aspecto que valoran los PMF es tener la oportunidad de analizar y ejercer la labor del docente de matemática, siendo un apoyo para el aprendizaje de los estudiantes y el ejercicio del PMG o enseñando y considerándose a sí mismos profesores dentro del aula.

Relacionado con el ejercicio de la profesión se ven involucradas diversas relaciones interpersonales las que son valoradas por los futuros profesores, las cuales se dan entre el PMF y los participantes del aula, es decir, los estudiantes y el PMG. Principalmente en las primeras prácticas pedagógicas los PMF concuerdan en la valoración que les entregan a las experiencias durante práctica pedagógica radica en el poder relacionarse e interactuar con los estudiantes, relaciones que son construidas desde la comunicación, enseñanza y comprensión. Existen diversos tipos de situaciones que provocan la valoración a las interacciones estas se ven relacionadas con tres aspectos: cuando los estudiantes aprecian el aporte que produce el PMF dentro del aula, reconocen las competencias y habilidades





del futuro o PMF puede comprender cómo se genera y piensa el estudiante los contenidos, aprendizaje y situaciones actuales, puesto que, como expresa PMF3 de P1, es significativo cuando “al final de la práctica los estudiantes se te acerquen y te digan ‘gracias, va a ser una buena profe’”, o también como menciona PF1 de P2 la importancia de “lograr entender mejor la cabeza de un estudiante de enseñanza media”. Esto está ligado a la búsqueda de la valoración y reconocimiento externo, por tanto, la construcción de una identidad docente a partir del conocimiento e interacción con los estudiantes (CHAMBERS y ARMOUR, 2011; HIRMAS & CORTÉS, 2013).

Si bien PMF de otras prácticas pedagógicas también indicaron la importancia de relacionarse con los estudiantes, fue en la P1 y P2 que se dio con mayor regularidad. En cambio, en distintas prácticas pedagógicas se manifestó que lo que los PMF más valoraban del proceso de práctica era la relación con el PMG, ya sea destacando el apoyo que realiza, la retroalimentación y, la confianza y empatía que observaban y reciben por parte del PMG (BARRIO, CASTRO, IBÁÑEZ, y BORRAGÁN, 2009; HASS, 2012, HIRMAS & CORTÉS, 2013).

Entre las cosas que los PMG valoran asociadas las experiencias de prácticas pedagógicas, se encuentran la retroalimentación, aprendizaje de nuevos contenidos y herramientas y, la motivación que los PMF manifiestan acerca de participar del ambiente de clase y aprender del contexto real educativo en el que están insertos. Un PMG manifestó que personalmente lo que más valora del acompañamiento que realiza es: “que estoy aportando con mi experiencia a la formación de nuevos profesionales, para que sean mejores pedagogos” por lo que expresa preocupación sobre su rol de formador de profesores (CORREA, 2011), al igual que reconocen la responsabilidad que significa acompañar durante la formación a un futuro profesor (LATTANZI & VANEGAS, 2020), pero al mismo tiempo se puede apreciar a través de la evidencia de la tabla 7 que los PMG consideran que este proceso es una instancia de aprendizaje también para ellos, no sólo de entrega de conocimiento y experiencia al futuro profesor, por tanto, se puede inferir que los PMG han superado el modelo aplicacionista o de aplicación de conocimientos, por lo que los individuos participantes de la práctica son capaces de adquirir o resignificar sus conocimientos con la finalidad de mejorar su práctica como profesor de matemática (CONTRERAS ET AL., 2010).

En lo cuanto a lo que los PMF consideran que se debe modificar o mejorar a partir de las experiencias vividas durante las prácticas pedagógicas es principalmente la comunicación de la universidad y el colegio con el fin de que exista una mayor articulación en la tríada, un mayor seguimiento del desempeño del PMF en la práctica y el acompañamiento del PMG. Además, consideran que debería haber mayores números de instancias destinadas a la reflexión y análisis de la práctica en las cuales lo ideal sería que participaran las tres partes que conforma la tríada formativa.





Se debe mejorar enormemente la comunicación entre colegio-universidad. No me gusta esa idea que se hacen los directores de los colegios de que prácticamente nos hacen un favor al recibarnos como practicantes, y por su parte la universidad tiene ese estigma también de que nosotros le hacemos un favor al colegio al realizar apoyo docente de manera gratuita. No me gusta ninguna de las dos concepciones y creo que nosotros en medio quedamos como objeto (PMF2 P3).

En el anterior fragmento se aprecia la opinión y visión que tiene el futuro profesor de la concepción que tiene la institución educativa sobre el PMF y cómo la universidad concuerda en el pensamiento del centro de práctica lo que provoca que piense que se le considera un objeto a utilizar en vez de un profesor. Se puede deducir que cuestiona la identidad que están forzando en él al ser considerado un apoyo pedagógico o ayudante en vez de un profesor de matemática en formación.

“Sería genial, crear más instancias de diálogo y simulaciones, para tener una mejor perspectiva de cómo ser buen/a profesor/a.” (PMF2 P2). En este caso, PMF expresa la importancia de realizar o mejorar las instancias destinadas a compartir el desarrollo de la práctica y las experiencias que significa, todo esto con el fin de poder tener una visión o referencia de lo que es ser un “buen profesor”. Se puede inferir que desea compartir y reflexionar entorno a la práctica y lo vivido en ella con tal de poder redefinir sus creencias, generar nuevas concepciones y construir un marco referencial de un profesor de matemática, lo cual es la base para la composición de su propia identidad como docente de matemática.

Al igual que los PMF, los PMG manifiestan que lo que se necesita mejorar es la comunicación entre la universidad y la escuela, indicando que el PMT debería estar más involucrado en el proceso y acompañar de manera más cercana la práctica del PMF: “Compromiso participación y comunicación del profesor encargado del practicante en la universidad.” (PMG1)

Además, también hay sugerencias como son una un mayor tiempo destinado al desarrollo de la práctica pedagógica y la enseñanza de conocimientos educativos aplicables en la realidad, como lo son los hábitos de estudios y los tipos de estudiantes con los que se trabajará en un futuro. En específico, un PMG indica un tipo de estudiante con los que pueden tener dificultad para enseñar si es que no se tiene las herramientas adecuadas: “El conocer que los estudiantes no aprenden al mismo ritmo de estudio y que también hay jóvenes con serios problemas de integración (les cuesta entender conceptos básicos)” (PMG2).

Por tanto, los PMG señalan que es necesario de una mejor comunicación y relación con la universidad para así desempeñar un acompañamiento efectivo y, que esté conectado con lo que el PMF debe aprender y desempeñar específicamente en esa instancia, además de que se entreguen mayor número de herramientas necesarias para desempeñar la profesión de una manera más acorde a las necesidades educativas actuales.

■ CONCLUSIONES

Las experiencias enriquecedoras que en el caso de los futuros PMF se deben a la realización de una labor de docente y desarrollo de relaciones interpersonales con sus estudiantes y profesor guía, mientras que las del tipo contraproducente tiene directa relación con el tipo de relación entre la díada. Para los PMG ambos tipos de experiencias se deben a cómo el futuro profesor se desenvuelve y cumple con sus expectativas, por lo que ambos profesores coinciden en que las relaciones modifican cómo se desarrolla la práctica y cuál es el tipo de experiencia que deja al finalizar. Esto resalta la necesidad de tener instancias de discusión debido a que así es posible compartir las expectativas del otro profesor y sus funciones, el objetivo de aprendizaje y coordinar la práctica pedagógica.

El elemento más importante es el hallazgo y comprobación de la relación diádica como un factor determinante de la práctica y el desarrollo de esto, puesto que a partir de los resultados es posible determinar la existencia de una influencia en los aprendizajes, los roles, visiones y las experiencias. Por lo que resalta la necesidad de estudiar en profundidad cuáles son las características de esta relación y cómo es la influencia de los distintos aspectos de la práctica y el desarrollo profesional.

La investigación permite responder a la carencia de estudios con respecto a la relación del profesor en formación y el profesor guía durante las prácticas pedagógicas de matemática, por lo que se espera brindar hallazgos iniciales que permitan motivar la continua investigación y consideración para la mejora de la formación de profesores de matemática.

Es necesario especificar que esta investigación más que entregar una generalidad para las relaciones diádicas dentro del establecimiento educativo, se propone la relación entre la díada como un proceso dinámico, el cual se ve influenciado por el contexto en el que transcurre y diversos factores que participan dentro de la cada uno de los integrantes, por lo que es una relación que involucra aspectos teóricos y prácticos, pedagógicos y socioemocionales, que a su vez influencia en la futura práctica docente.

■ REFERÊNCIAS

1. AMBROSETTI, A., y DEKKERS, J. The Interconnectedness of the Roles of Mentors and Mentees in Pre-service Teacher Education Mentoring Relationships. **Australian Journal of Teacher Education**, v.35, n.6, 42-55, 2010.
2. BARRIO, J., CASTRO, A., IBÁÑEZ, A. y BORRAGÁN, A. El proceso de comunicación en la enseñanza. **International Journal of Developmental and Educational Psychology**, v.2, n.1, 387-395, 2009.



3. BELL, J. y WATERS, S. **Doing your research project: A guide for first-time researchers** (6th. ed.). Berkshire, England: McGraw-Hill Education, 2014.
4. CHAMBERS, F. y ARMOUR, K. Do as we do and not as we say: Teacher educators supporting student teachers to learn on teaching practice. **Sport, Education and Society**, 527-544, 2011.
5. COHEN, L., MANION, L. y MORRISON, K. **Research Methods in Education** (6th ed.). New York, United States of America: Taylor y Francis e-Library, 2007.
6. CONTRERAS, I., RITTERSHAUSSEN, S., MONTECINOS, C., SOLÍS, M., NÚÑEZ, C. y WALKER, H. La escuela como espacio para aprender a enseñar: visiones desde los programas de formación profesores de educación media. **Estudios pedagógicos**, v.36, n.1, 85-105, 2010.
7. CORREA, E. La práctica docente: una oportunidad de desarrollo profesional. **Perspectiva Educacional**, v.50, n.2, 77-95, 2011.
8. DÍAZ, C. y BASTÍAS, C. Una aproximación a los patrones de comunicación entre el profesor mentor y el profesor-estudiante en el contexto de la práctica pedagógica. **Educación XX1**, v.15, n.1, 241-263, 2012.
9. GAMBOA, R. ¿Es necesario profundizar en la relación entre el docente de matemáticas y la formación de las actitudes y creencias hacia la disciplina? **Uniciencia**, v. 30, 2016.
10. GONZÁLEZ, C., MARÍN, N. y CARO, M. (2018). El rol de la reflexión en la práctica pedagógica: percepciones de docentes de idiomas en formación. **Cuadernos de Lingüística Hispánica**, v.32, 217- 235, 2018.
11. HASS, V. **Una aproximación a las características personales del buen mentor desde las concepciones de los propios estudiante de práctica final de educación básica de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso**. Valparaíso, Chile: Dolmen Ediciones, 2012.
12. HENNISSEN, P., CRASBORN, F., BROUWER, N., KORTHAGEN, F. y BERGEN, T. Clarifying pre-service teacher perceptions of mentor teachers' developing use of mentoring skills. **Teaching and Teacher Education**, v.27, n.6, 1049-1058, 2011.
13. HERNÁNDEZ, R., FERNÁNDEZ, C. y BAPTISTA, P. **Metodología de la investigación** (6a. ed.). México D.F, México: MCGRAW HILL, 2014.
14. HIRMAS, C. y CORTES, I. **Investigaciones sobre formación práctica en Chile: tensiones y desafíos**. Santiago, Chile: Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación de la Ciencia y la Cultura, 2013.
15. JIMÉNEZ, A., LIMAS, L. y ALARCÓN, J. Prácticas pedagógicas matemáticas de profesores de una institución educativa de enseñanza básica y media. **Praxis y Saber**, v.7, n.13, 127-152, 2016.
16. KORTHAGEN, F. La práctica, la teoría y la persona en la formación del profesorado. **Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado**, v.68, n.24, 83-101, 2010.
17. LATTANZI, R. y VANEGAS, C. Acompañamiento de prácticas pedagógicas de formación inicial: un self-study a partir del rol como profesora guía. **Revista Iberoamericana de Educación**, v.82 n.1, 141-160, 2020.





18. LLINARES, S. Intentado comprender la práctica del profesor de matemáticas. En J. Da Ponte, y L. Serrazina (Ed.), **Educação matemática em Portugal, Espanha e Itália** (págs. 109-132). Lisboa, Portugal: Educação, Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2000.
19. LUCERO, E. Reflections upon a Pedagogical Practice Experience: Standpoints, Definitions, and Knowledge. En R. M. Páez Martínez, **Práctica y experiencia: claves del saber pedagógico docente** (págs. 143-168). Bogotá, Colombia: Ediciones Unisalle, 2015.
20. MINEDUC. **Informe comisión sobre formación inicial docente**. Santiago, Chile: Serie Bicentenario., 2005
21. MOSVOLD, R. y BJULAND, R. Positioning in identifying narratives of/about pre-service mathematics teachers in field practice. **Teaching and Teacher Education**, v.58, 90 - 98, 2016.
22. OEI. **Percepciones en torno al rol y las competencias del profesor guía por parte de actores educativos involucrados en la experiencia de práctica profesional docente en la región Metropolitana de Santiago**. Santiago, Chile: Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación de la Ciencia y la Cultura, 2010.
23. PÁEZ, R. Experiencia, práctica y saber pedagógicos. Campos analógicos y posibilidades para el maestro. En R. M. Páez Martínez, **Práctica y experiencia: claves del saber pedagógico docente** (págs. 169-188). Bogotá, Colombia: Ediciones Unisalle, 2015.
24. PEÑAS, M. y FLORES, P. Procesos de reflexión en estudiantes para profesor de matemáticas. **Enseñanza de las Ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas**, v.23, n.1, 5-16, 2005.
25. POBLETE, A. y DÍAZ, V. Modelo de Competencias Profesionales de Matemáticas (MCPM) y su Implementación en Profesores de Enseñanza Primaria en Chile. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v.30, n.55, 786-807, 2016.
26. RODRÍGUEZ, M. El perfil del docente de matemática: visión desde la triada matemática-cotidianidad y pedagogía integral. **Revista Electronica Actualidades Investigativas en Educación**, v.10, n.3, 1-19, 2010.
27. SANTANDER, P. Por qué y cómo hacer Análisis de Discurso. **Cinta de moebio**, v.41, 207-224, 2011.
28. TABORDA, J., LOAIZA, Y. y PINEDA, Y. Una mirada a la experiencia pedagógica en la formación normalista en el contexto del movimiento pedagógico. **Revista Latinoamericana de Estudios Educativos**, v.8, 171-209, 2012.
29. VANEGAS, C. **Procesos reflexivos de profesores de ciencias durante las prácticas pedagógicas de formación inicial (Tesis doctoral)**. Santiago, Chile: Pontificia Universidad Católica de Chile, 2016.
30. VANEGAS, C. Prácticas pedagógicas reflexivas durante la formación inicial de profesores: una revisión de literatura. **Brazilian Applied Science Review**, v.2, n.7, 2220-2243, 2018.
31. VANEGAS, C., CORREA, E. y FUENTEALBA, R. La práctica del profesor de ciencias: significados personales y experiencias de profesores en formación. **Perspectiva Educacional**, v.54, n.1, 17-34, 2015.





32. VANEGAS, C. y FUENTEALBA JARA, A. Identidad profesional docente, reflexión y práctica pedagógica: Consideraciones claves para la formación de profesores. **Perspectiva Educacional**, v.58, n.1, 115-138, 2019.
33. VIEIRA, F. Pedagogy of experience in teacher education for learner and teacher autonomy. **Profile: Issues in Teachers' Professional Development**, v.22, n.1, 143-158, 2020.



Formação inicial de professores no curso de pedagogia para ensinar Matemática

| Ariane Luzia dos Santos
UNESP

RESUMO

Este trabalho pretende apresentar um panorama das ementas das disciplinas Conteúdo e Metodologia do Ensino de Matemática; Conteúdo, Metodologia e Prática de Ensino de Matemática; e Fundamentos de Matemática da Educação Básica. Além disso, almeja – se contribuir para analisar a formação inicial em Matemática dos licenciados em Pedagogia que irão ministrar aulas na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental. As ementas das disciplinas analisadas ainda não contemplam as unidades temáticas na área de Matemática conforme a Base Nacional Curricular Comum. Nesse caso são consideradas as quatro grandes áreas propostas nos Parâmetros Curriculares Nacionais, que foi homologado em 1997. Ademais, as disciplinas apresentam como objetivos principais analisar o currículo de Matemática da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental; discutir as atuais tendências em Educação Matemática; pesquisar e analisar materiais didáticos e práticas pedagógicas. Em geral, as disciplinas analisadas nos cursos de graduação em Pedagogia versam os pressupostos históricos, filosóficos e psicológicos que fundamentam o processo de ensino e aprendizagem em Matemática. Essas disciplinas versam mais a parte teórica do ensino de Matemática, de acordo com as áreas dos Parâmetros Curriculares Nacionais, mesmo trabalhando com pesquisa e elaboração de matérias didáticos – pedagógicos para subsidiar proposta de ensino de Matemática.

Palavras-chave: Formação de Professores, Ensino de Matemática, Pedagogia.

■ INTRODUÇÃO

A formação inicial do professor que leciona Matemática na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental é um tema que gera muitas discussões no campo educacional. Vários são os questionamentos em relação à forma que os conteúdos matemáticos são abordados nos cursos de graduação em Pedagogia.

Fundamentados em investigações, Carneiro e Passos (2014, p.978) afirmam que os conteúdos matemáticos mais expostos, nas disciplinas específicas de Matemática oferecidas nos cursos de Pedagogia, são a construção do número e as quatro operações e esporadicamente, o ensino de Geometria é indicado nas ementas dos cursos de Licenciatura em Pedagogia.

Sendo assim, os autores citados anteriormente, concordam com Nacarato, Mengual e Passos (2009) e destacam que a prática em sala de aula desses docentes é mera reprodução da vivência que tiveram com seus professores durante a trajetória escolar e que esse fato influencia na composição do seu modelo de aula.

Por outro lado, o Ministério da Educação (MEC), através da Resolução CNP/CP Nº 2 de 22 de dezembro de 2017, instituiu e orientou a implantação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) na Educação Básica. Vale dizer que os documentos referentes à Educação infantil e ao Ensino Fundamental foram homologados em 2017 e o documento final do Ensino Médio foi aprovado apenas em 2018.

A BNCC propõe cinco unidades temáticas em Matemática relacionadas entre si, de acordo com o MEC, e que orientam a formulação de habilidades que devem ser desenvolvidas pelo aluno ao longo da sua trajetória escolar. As unidades Temáticas na área de Matemática são Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e medidas; e Probabilidade e Estatística.

Diante da formação do professor dos anos iniciais, nota-se que são muitos os desafios para a implementação da BNCC. Passos e Nacarato (2018, p. 131) afirmam que a maneira como as habilidades foram descritas no documento dificilmente serão compreendidas por um professor que não possui uma formação específica para ensinar Matemática.

O objetivo deste trabalho é apresentar um panorama dos programas de ensino das disciplinas Conteúdo e Metodologia do Ensino de Matemática, Conteúdo, Metodologia e Prática de Ensino de Matemática e Fundamentos de Matemática da Educação Básica. Além disso, almeja – se contribuir para responder a seguinte pergunta: Como é a formação inicial em Matemática dos licenciados em Pedagogia que irão ministrar aulas na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental?

■ MÉTODO

Para realização deste trabalho utilizou-se a pesquisa bibliográfica feita a partir da análise de cinco ementas das disciplinas Conteúdo e Metodologia do Ensino de Matemática Conteúdo, Metodologia e Prática de Ensino de Matemática e Fundamentos de Matemática da Educação Básica para quatro cursos de Pedagogia de Universidades Públicas Paulistas. Cada disciplina é obrigatória e semestral no curso de graduação que a mesma está inserida. A análise dos resultados foi feita a partir dos objetivos e dos conteúdo programático de cada programa de ensino da disciplina considerada.

Quadro 1. Disciplinas dos cursos de Pedagogia

Curso	Disciplina	Carga horária	Última atualização do programa de ensino
A	Conteúdo e Metodologia do Ensino de Matemática	68	2013
B	Conteúdo e Metodologia do Ensino de Matemática	75	2017
C	Conteúdo, Metodologia e Prática de Ensino de Matemática	120	2017
D	Conteúdo, Metodologia e Prática de Ensino de Matemática	60	2019
D	Fundamentos de Matemática da Educação Básica	75	2019

Fonte: autor.

Cabe dizer que a disciplina Fundamentos de Matemática da Educação Básica é pré e co – requisito para disciplina Conteúdo, Metodologia e Prática de Ensino de Matemática no curso D analisado. Nos demais cursos considerados, não há pré e co – requisito para as disciplinas Conteúdo e Metodologia do Ensino de Matemática e Conteúdo, Metodologia e Prática de Ensino de Matemática.

■ RESULTADOS E DISCUSSÃO

As ementas das disciplinas analisadas ainda não contemplam as unidades temáticas na área de Matemática conforme a Base Nacional Curricular Comum, que são Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e medidas; e Probabilidade e Estatística. Nesse caso são consideradas as quatro grandes áreas propostas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), que foi homologado em 1997. As áreas são Números e operações; Grandezas e medidas; Espaço e forma; e Tratamento da informação.

É importante destacar os desafios que podem surgir na implementação da BNCC. Passos e Nacarato (2018, p. 131) afirmam que a BNCC avançou ao inserir novos conteúdos, mas a maneira como foi feito, não oferece subsídios ao professor que não tem uma



formação específica para ensinar Matemática na educação infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A disciplina Conteúdo e Metodologia do Ensino de Matemática do curso A, com carga de 68 horas semestrais tem como alguns objetivos realizar estudos teóricos e metodológicos abarcando o processo de ensino e aprendizagem da Matemática; estudar os conceitos básicos de Matemática que são ensinados na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental e estudar propostas curriculares para o ensino de Matemática e os PCNs.

Nesse caso, a disciplina Conteúdo e Metodologia do Ensino de Matemática do curso A tem um conteúdo programático direcionado ao currículo de Matemática para a Educação Infantil e para os anos iniciais do Ensino Fundamental; para as grandes áreas dos PCNs; para as tendências em Educação Matemática, mais especificamente, resolução de problemas, história da Matemática e tecnologias de ensino; para a utilização de livros didáticos e outros materiais no ensino de Matemática; e para projetos na mesma área.

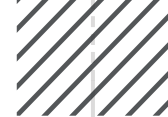
Entre as disciplinas analisadas, Conteúdo e Metodologia do Ensino de Matemática do curso A é a única que especifica o conteúdo de projetos de intervenção pedagógica na área do ensino de Matemática na ementa da disciplina. Segundo Padilha e Maciel (2008, P. 21), o projeto de intervenção deve ser elaborado como uma atividade compartilhada com um coletivo. Abranger esse conteúdo na formação do professor é importante para despertar o desejo pela pesquisa científica no graduando, uma vez que o projeto deve ser visto como uma fase significativa para produzir uma investigação sistemática e não apenas curiosa sobre os fatos do cotidiano.

O Programa de ensino da disciplina Conteúdo e Metodologia do Ensino de Matemática do curso B, com carga horária de 75 horas por semestre, apresenta como objetivos principais analisar o currículo de Matemática da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental; analisar as concepções de Matemática e de Educação Matemática, discutir as atuais tendências em Educação Matemática; pesquisar e analisar materiais didáticos e práticas pedagógicas.

O conteúdo programático da disciplina Conteúdo e Metodologia do Ensino de Matemática do curso B, aborda a função sócio – política da Educação Matemática; o currículo de Matemática da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental; as grandes áreas dos PCNs; as tendências em Educação Matemática, mais especificamente, modelagem, resolução de problemas, etnomatemática, computadores e calculadoras, Educação Matemática crítica e inclusão; análise de livros didáticos e análise e produção de material didático-pedagógico para dar subsídio às propostas de Ensino de Matemática.

Dentre as disciplinas consideradas, Conteúdo e Metodologia do Ensino de Matemática do curso B é a única que explicita a Educação Matemática crítica e a Educação Matemática





inclusiva como tendências pedagógicas da Educação Matemática. A importância de trabalhar com essas duas atuais tendências da Educação Matemática crítica é mostrar ao aluno o papel sociocultural – político da Matemática na sociedade. Para Alro e Skovsmose (2010, p. 18) a Educação Matemática crítica “preocupa-se com a maneira como a Matemática em geral influencia nosso ambiente cultural, tecnológico e político, e com as finalidades para as quais a competência matemática deve servir.” Para Viana e Manrique (2018, p. 662), a Educação Matemática Inclusiva “passa de uma via de acesso a alguns estudantes, para uma perspectiva da Educação Matemática para viabilizar a construção do conhecimento por todos os estudantes, considerando que cada um tem especificidades dignas de atenção em meio a diversidade humana.”

O Plano de ensino da disciplina Conteúdo, Metodologia e Prática de Ensino de Matemática do curso C, com carga de 120 horas semestrais expõe como os principais objetivos aprofundar o conhecimento matemático dos estudantes com os quais trabalharão na Educação Infantil e no Ensino Fundamental; conteúdos matemáticos na Educação Infantil e no Ensino Fundamental e identificar os conhecimentos Matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo que o cerca.

A disciplina Conteúdo, Metodologia e Prática de Ensino de Matemática do curso C, com carga de 120 horas semestrais tem um conteúdo matemático direcionado para as tendências em Educação Matemática; a função da Matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental; conteúdos matemáticos na Educação Infantil e no Ensino Fundamental considerando as áreas de Matemática dos PCNs; análise e produção de material didático e avaliação em Matemática.

Dentre as disciplinas consideradas, Conteúdo e Metodologia e Prática de Ensino de Matemática do curso C é a única disciplina que menciona o conteúdo avaliação em Matemática. Vale destacar a relevância desse teor citado e a necessidade de uma avaliação contínua e não isolada. Para Pavanello e Nogueira (2006, p. 39), os processos avaliativos em Matemática não devem estar dissociados da subjetividade pessoal, uma vez que cada professor desenvolve formas de avaliação de acordo com suas opiniões intelectuais, suas atitudes sociais e seus referenciais teóricos-metodológicos.

O programa de ensino da disciplina Conteúdo e Metodologia e Prática de Ensino de Matemática do curso D, com carga horária de 75 horas por semestre, tem como alguns objetivos refletir sobre as pressuposições que fundamentam o processo de ensino e aprendizagem em Matemática; dominar conteúdos necessários para ensinar Matemática na Educação Infantil, nos anos iniciais do Ensino Fundamental e na Educação de jovens e Adultos (EJA) e discutir questões relacionadas às demandas oriundas a partir da experiência realizada no Estágio Supervisionado.





A disciplina Conteúdo e Metodologia do Ensino de Matemática do curso D possui um conteúdo programático que aborda as concepções de Matemática e sua presença no currículo, Teorias de cognição; metodologias dos conteúdos que compõem os programas da Educação Infantil, dos anos iniciais do Ensino Fundamental e a Educação de Jovens e Adultos (EJA), conforme as quatro áreas dos Parâmetros Curriculares Nacionais e a organização do trabalho didático articulado ao Estágio supervisionado, considerando as tendências em Educação Matemática, mais especificamente, história da Matemática, jogos e tecnologias da informação.

Nessa disciplina destaca a articulação do processo de ensino e aprendizagem de Matemática ao Estágio Supervisionado realizado pelo discente que cursa a disciplina. Além disso, entre as disciplinas avaliadas, Conteúdo e Metodologia e Prática de Ensino de Matemática do curso D é a única disciplina que explicita o ensino de Matemática para a EJA. Estudar sobre a Educação de Jovens e Adultos na formação inicial de professores que lecionam Matemática é de fundamental importância. Para Damasceno, Oliveira e Cardoso (2018, p.114) devido a diversidade do público da EJA, reunidos em uma mesma turma, “é primordial que o professor seja um profissional comprometido com o fazer pedagógico e com a transformação de vida desses alunos e que construa uma prática que tente atender às diferentes necessidades de aprendizagem.”

Vale ressaltar que o curso D é o único entre os cursos analisados em que há uma disciplina específica, que aborda os fundamentos de Matemática para Educação Básica, nesse caso, números e operações; grandezas e medidas; espaço e forma e tratamento da informação. Além disso, um dos objetivos da disciplina Fundamentos de Matemática da Educação é básica é resolver problemas básicos que envolvem conceitos matemáticos e o outro é compreender os principais conceitos de Geometria espacial e plana.

Um dos desafios de trabalhar com o ensino da Geometria na formação do professor que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental são as experiências vividas pelos estudantes de Pedagogia durante sua trajetória escolar. Carneiro e Passos (2014, p.979) concordam com Nacarato (2010) e afirmam que é importante discutir, durante a formação desses futuros professores, sobre as marcas deixadas pela Matemática durante toda sua vida escolar. Uma outra dificuldade de abordar o ensino da Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental é a escassez de pesquisa sobre o ensino e a aprendizagem da Geometria nesse etapa escolar. Broitman e Itzscovich (2006, p.169) afirmam que existem muitos estudos sobre os processos construtivos dos objetos geométricos e poucos trabalhos de pesquisa sobre o ensino da Geometria nos anos iniciais.

De uma forma geral, as disciplinas direcionadas ao ensino de Matemática nos cursos de graduação em Pedagogia abordam os pressupostos históricos, filosóficos e psicológicos





que fundamentam o processo de ensino e aprendizagem em Matemática. Essas disciplinas versam mais a parte teórica do ensino de Matemática, de acordo com as áreas dos Parâmetros Curriculares Nacionais, mesmo trabalhando com pesquisa e elaboração de matérias didáticos – pedagógicos para subsidiar proposta de ensino de Matemática.

■ CONCLUSÃO

De uma forma geral, as disciplinas direcionadas ao ensino de Matemática nos cursos de graduação em Pedagogia abordam os pressupostos históricos, filosóficos e psicológicos que fundamentam o processo de ensino e aprendizagem em Matemática. Essas disciplinas versam mais a parte teórica do ensino de Matemática, de acordo com as áreas dos Parâmetros Curriculares Nacionais, mesmo trabalhando com pesquisa e elaboração de matérias didáticos – pedagógicos para subsidiar proposta de ensino de Matemática.

A exceção ocorre com relação ao curso D que possui duas disciplinas direcionadas para formação inicial dos professores que irão lecionar Matemática para educação infantil, para os anos iniciais do Ensino Fundamental e para a Educação de Jovens e Adultos. Nesse caso específico, além da disciplina mais teórica Conteúdo, Metodologia e práticas de Ensino de Matemática, há também a disciplina Fundamentos de Matemática da Educação Básica, abarcando uma formação mais específica, com o objetivo de resolver problemas que envolvam os principais conceitos básicos da Matemática, de acordo com os PCNs, para que o aluno no término da disciplina seja capaz de mostrar domínio dos mesmos.

■ REFERÊNCIAS

1. ALRO, H; SKOVSMOSE, O. Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática. 2º ed. Belo horizonte: Autêntica, 2010. 160p.
2. BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Educação é a base. Brasília, DF, 2017.
3. BRASIL. Ministério da Educação. *Resolução CNP/CP Nº 2, de 22 de dezembro de 2017*. Institui e orienta a implantação da Base Nacional Comum Curricular. Brasília, DF, 2017.
4. BROITMAN, C.; ITZCOVICH, H. Geometria nas séries iniciais do ensino fundamental: problemas de seu ensino, problemas para o seu ensino. In PANIZZA, M. (org.). *Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas séries iniciais: análise e propostas*. Porto Alegre: Artmed, 2006, p. 169 – 187.
5. CARNEIRO, R. F.; PASSOS, C. L.B. Matemática nos anos iniciais. *Educação & Realidade*. Porto Alegre. v. 39, n. 4, p. 977 – 984, out./dez., 2014.





6. DAMASCENO, A. A.; OLIVEIRA, G. S.; CARDOSO, M. R. G. C. O ensino de Matemática na educação de jovens e adultos: A importância da contextualização. *Cadernos da Fucamp*. Mato Grosso. v. 17, n. 29, p. 112 – 124 , 2018.
7. PADILHA, R. C. W.; MACIEL, M. F. Fundamentos da Pesquisa para projetos de intervenção. Paraná: Unicentro, 2008. 50p.
8. PASSOS, C. L. B.; NACARATO, A. M. Trajetória e perspectivas para o ensino de Matemática nos anos iniciais. *Estudos Avançados*. São Paulo. v. 32, n. 94, p. 119 – 135, 2018.
9. PAVANELLO, R. M.; NOGUEIRA, C. M. I. Avaliação em Matemática: algumas considerações. *Estudos em Avaliação Educacional*. v. 17, n. 33, jan./abr., p. 29 – 42 , 2006.
10. VIANA, E. A.; MANRIQUE, A. L. A educação matemática na perspectiva inclusiva: investigando as concepções constituídas no Brasil desde a década de 1990. *Perspectiva da Educação Matemática*. Mato Grosso. v. 11, n. 27, p. 649 – 666 , 2018.



Laboratório de geometria espacial com material reciclável

| **Angelica de Freitas Alves**
UFERSA

| **Antonia Maria da Silva**
IFRN

| **Arilene Karen de Freitas Garcia**
IFRN

| **Erlan J. de Aquino**
IFRN

RESUMO

A escolha do tema abordado sobre geometria espacial é relevante diante a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) no qual vem oferecendo proposta de ensino relacionado ao cotidiano, além de construir modelos para resolver situações problemas. Visto isso, à matemática vem inovando e buscando novidades para melhoria do ensino, através de aulas dinâmicas, práticas e criativas para que possam facilitar o aprendizado dos estudantes. Porém de acordo com uma pesquisa realizada em três escolas de rede pública na cidade de Mossoró, ficou constatado que não são todas, que possui recursos para a implantação de um laboratório de ensino de geometria espacial. Para coleta de informação foi realizada uma entrevista com perguntas abertas e fechadas com professores e administradores das escolas. Pensando nisso, o presente trabalho tem o objetivo de mostrar como construir um laboratório de ensino de geometria espacial, utilizando material reciclável e a baixo custo. O uso de materiais concretos é considerado uma ferramenta que auxilia o professor na forma de ensino, além de tornar as aulas dinâmicas e prazerosas. Na construção foram necessários a utilização de materiais recicláveis tipo, garrafas pets, chapa de radiografia, tampas de garrafas pets e de caixa de leite, como resultado obtemos um conjunto com dezesseis poliedros que poderá ser aplicado durante as aulas de geometria nas séries de ensino fundamental, médio e superior, contribuindo no desenvolvendo e raciocínio lógico dedutivo dos estudantes.

Palavras-chave: Geometria Espacial, Laboratório, Sólidos Geométricos, Material Reciclável.

■ INTRODUÇÃO

Ensinar matemática não requer somente o domínio da disciplina é necessário inovar na área da educação matemática, com isso muitos educadores estão buscando novas metodologias de ensino. O uso de jogos, e matérias concretos como, por exemplo; Tangaram, Torre de Hanói, Geoplano entre outros nas aulas de matemática vem se tornando mais frequentes a cada dia, pois a maioria dos estudantes não possuem afinidades com a mesma, encontrando dificuldade em aprender a matéria que ainda hoje é tão temida.

Dentro deste quadro, cabe ao professor buscar novas técnicas de ensino-aprendizagem que possa suprir as necessidades existentes dos alunos. De acordo com (Lorenzato-2012), Defende que um bom desempenho profissional depende do ambiente e dos instrumentos como ferramenta educacional.

Muitos alunos possuem dificuldades em visualizar figuras e dimensões geométricas espaciais tais como os seus elementos: vértices, arestas, faces, ângulos, altura, volume entre outros. “A matemática ensinada na escola é geralmente muito mecânica e exata” (Barbosa e Marim, 2010, p.225), nas salas de aulas o ensino tradicional com o uso somente dos livros e quadros ainda é bastante predominante o que faz com que as aulas tornem-se cansativas desestimulando o interesse dos estudantes.

Nas aulas de geometria o uso dos sólidos geométricos é considerado um bom aliado na aprendizagem do aluno. Assim verifica-se a importância da implantação de Laboratórios de Ensino de Geometria Espacial (LEGE) nas escolas, onde os alunos poderão realizar novos trabalhos manipulando os poliedros, aguçando a sua curiosidade e surgindo novas indagações a respeito do tema ministrado. Esta prática pode tornar as aulas mais produtivas e recreativas estimulando a participação do discente e o desenvolvimento do raciocínio lógico dedutivo matemático.

A motivação das ações desenvolvidas no LEG é apoiada no entendimento de que as formas geométricas podem servir de modelo a diversos tipos de fenômenos do cotidiano e, ainda, que tais formas têm sido pouco exploradas didaticamente. (Lorenzato, 2012.p.116)

O LEGE tem como objetivo proporcionar atividades que desenvolvam este raciocínio lógico dedutivo de uma forma alternativa ao ensino tradicional fazendo com que a aluno possa adquirir uma nova visão espacial. Porém, o custo de um LEGE é considerado alto e não são todas as escolas que dispõe de condições financeiras para a implantação deste espaço escolar, privando os alunos de participar de novas didáticas escolares educacionais.

Este trabalho tem como objetivo principal mostrar como adquirir sólidos geométricos, considerados importantes na exploração de assuntos durante as aulas de geometria



espaciais, construídos a partir de materiais recicláveis visando à implantação de um LEGE a baixo custo nas escolas principalmente as públicas que não possui verba suficiente para a compra de kits geométricos em acrílico, pois o seu investimento é considerado elevado custando aproximadamente quinhentos reais cada unidade. Sabe-se que a verba recebida é direcionada a escola ao todo.

Após uma pesquisa realizada por alunos do IFRN-campus Mossoró do curso de licenciatura plena em matemática nas escolas públicas municipais e estaduais da cidade, na ocasião colaborou para a pesquisa os Professores de matemática. Os mesmos participaram respondendo a um questionário com questões objetivas e também a perguntas abertas.

Quando falamos de laboratório de ensino de geometria espacial não estamos nos referindo somente a uma sala onde podemos encontrar livros e jogos didáticos trabalhados na matemática, além disso, temos a necessidade de fazer com que os alunos possam confeccionar sua própria ferramenta de estudo.

A geometria em particular, possibilita o desenvolvimento de atitudes positivas, pois permite que o aluno associe mais facilmente os seus conhecimentos à realidade, compreendendo-a melhor, ou que a represente em duas ou três dimensões, em uma linguagem formal e elaborada do ponto de vista científico. (Rêgo, Rêgo e Vieira, 2012.p.08).

Visto a deficiência de materiais didáticos encontrados nas escolas públicas para o auxílio do estudo geométrico espacial, foram confeccionados kits de sólidos espaciais a partir de matérias recicláveis e abaixo custo.

■ A IMPORTÂNCIA DA GEOMETRIA ESPACIAL

A geometria espacial trabalha com figuras ou formas geométricas tridimensionais, ou seja, possuem mais de duas dimensões. Para entender a geometria espacial o aluno deve compreender sobre geometria plana, além de identificar as áreas das figuras planas, para que possa compreender os conteúdos sobre volumes, capacidades e área total dos sólidos geométricos. A abordagem da geometria espacial trabalha com os sólidos de Platão e suas respectivas demonstrações como relação de Euler.

Para elaboração dos poliedros estudam-se os elementos dos sólidos como as arestas, vértices, faces, áreas, possibilitando a visualização da geometria de uma forma concreta além de facilitar o cálculo de volume e trabalhar a capacidade de cada sólido. O ensino da geometria é de suma importância para vida do estudante em seu meio social, pois é um conteúdo que se encontra presente no cotidiano. Acrescenta-se também o desenvolvimento do raciocínio lógico e visual, desenvolvendo as competências e habilidades necessárias para





facilitar as resoluções de situações-problemas no contexto didático e na sua capacidade de observar a importância da matemática ao nosso redor.

De acordo com Base Nacional Comum Nacional (BNCC) afirma que a geometria trabalha a leitura e a interpretação do espaço que se encontra ao redor do discente.

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes (BRASIL, 2017, p.269)

Hoje no âmbito escolar a maioria dos alunos tem dificuldades de aprendizagem neste conteúdo, porque os professores trabalham apenas com pincel e quadro branco. E para produzir uma aula de geometria espacial apenas com desenhos feito no quadro fica difícil a compreensão dos alunos em visualizar poliedros de várias faces, tornando um conteúdo abstrato e incompreensível. No entanto, diversas escolas não possuem laboratório de geometria espacial, e muitas não tem recursos suficientes para aquisição de sólidos em acrílico, a aula torna-se cansativa e trabalhosa para o docente que tenta transferir o conhecimento sem recursos necessários para atingir o objetivo em passar o conteúdo para os estudantes. Trabalhar com material concreto o aluno despertará sua lógica matemática, a partir daquilo que se vê fica mais fácil compreender o contexto abordado.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2001) A matemática ajuda no desenvolvimento e a capacidade de formação intelectual do aluno, tais como raciocínio dedutivo em resoluções de problemas que aparecer em sua volta e ajudar na construção de conhecimentos em diversas áreas. Como visualizamos as seguir no PCN (BRASIL, 2001, P 37):

As necessidades cotidianas fazem com que os alunos desenvolvam uma inteligência essencialmente prática, que permite reconhecer problemas, buscar e selecionar informações, tomar decisões e, portanto, desenvolver uma ampla capacidade para lidar com a atividade matemática. Quando essa capacidade é potencializada pela escola, a aprendizagem apresenta um melhor resultado.

A proposta de ensino é retirar essa imagem que o aluno tem da geometria de enxergar como conteúdo insignificante. Deve-se mostrar sua aplicabilidade nas construções, agrícolas dentre outros. Tem sido uma displicência de ser tratada apenas de uma forma teórica e com isso tem se tornado improdutivo e sem sentido para boa parte dos alunos e professores. Nesse sentido, Peres (1995) afirma que:

Há pouco ensino de Geometria em nível de Ensino Fundamental e de Ensino Médio, quer seja por falta de tempo; por estar sempre no final dos planejamen-





tos; por estar no final dos livros; pela preferência dos professores por Aritmética ou Álgebra; por ser o programa de matemática muito extenso em cada série; pelo fato de a quantidade de aulas semanais em cada série ser insuficiente para “cumprir todo o programa”. (1995, p.45).

Para garantir uma boa qualidade no ensino não é preciso que se tenham somente laboratórios bem estruturados com materiais modernos, mas também é necessária a qualificação continuada dos professores, para que os mesmos aprendam e ponham em prática todos os seus conhecimentos através dos recursos oferecidos, neste caso, podendo haver uma troca de conhecimento entre professor e aluno. Podemos afirmar esta colocação através dos Parâmetros Curriculares Nacionais:

[...] As atividades de Geometria são muito propícias para que o professor construa junto com seus alunos um caminho que a partir de experiências concretas leve-os a compreender a importância e a necessidade da prova para legitimar as hipóteses levantadas. Para delinear esse caminho, não se deve esquecer a articulação apropriada entre os três domínios citados anteriormente: o 2º espaço físico, as figuras geométricas e as representações gráficas. (PCN, p.126, 1998).

O uso de matérias concretas é uma opção para fugir do ensino tradicional que muitas vezes tornasse cansativo desmotivando alunos. Com esse tipo de aula pode ser explorado todos os conhecimentos geométricos também pode ser realizado trabalhos em grupos proporcionando estímulos para o estudo da matemática. O professor como mediador nesse processo deve-se a cada dia buscar inovação. A respeito disso, Bitencourt diz que:

O professor é um tipo de profissional que necessita ser autônomo no seu aperfeiçoamento, pois está em constante contato com diferentes exigências advindas do contexto social, político, acadêmico, escolar. Enfim é um profissional que deve estar preparado para a qualificação contínua e progressiva, pois tem que ser, na complexidade do sistema educacional que está inserido, responsável pela identificação dos saberes a serem construídos. Assim, esse professor buscará por meio do desenvolvimento profissional, aperfeiçoar-se na sua ação docente. (2010, p.35)

Diante desse contexto, é dever do professor buscar e superar suas dificuldades para oferecer um progresso na educação. Não é necessário esperar apenas pelas verbas governamentais para elaborar uma aula diferente, isto porque, o professor é o ator principal para construir uma educação básica com significado, direcionando valores éticos e morais para a sociedade.

■ CONSTRUÇÃO DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Para produzir os sólidos geométricos foi necessária a utilização dos seguintes materiais recicláveis e a baixo custo: Garrafas pets e chapa de raios-X, tampa de garrafa pets e tampa de caixa de leite, pincel, régua, tesoura, tinta acrílica e verniz para um melhor acabamento e cola orbi - Pox (cola epóxi).

Figura 01. Material de construção.



Após a aquisição dos materiais iniciou o experimento, colocando em prática o projeto elaborado. Para a confecção foi dado ênfase as partes menos texturizadas das garrafas pets que poderiam ser aproveitadas para moldar os objetos geométricos. A construção foi dividida em cinco etapas:

- Primeira etapa foi Cortar as garrafas pets retirando as partes superior e inferior, destacando apenas o rótulo, pois é onde fica a parte lisa da garrafa. Se preferir utilizar a chapa radiográfica é necessário realizar uma limpeza para retirada dos resíduos químicos.
- Segunda etapa foi indispensável o uso da régua para marcar as medidas exatas e pincel para quadro branco com a finalidade de desenhar nos rótulos já cortados.
- Terceira etapa recortar as medidas marcadas e deixar uma margem de um centímetro exatamente para ajudar na colagem;
- Quarta etapa com o uso da cola orbi - Pox (cola epóxi) foi possível realizar a colagem das faces.
- Quinta e ultima etapa esperar que a cola seque, com auxilio do pincel pintar com tinta acrílica e acrescentar água nos poliedros.

Figura 02. Construção dos sólidos geométricos.



A visualização da geometria espacial no ensino da matemática é de suma importância, segundo afirma (Rêgo, Rêgo e Vieira-2012) as atividades realizadas com material concreto estruturado é considerado um aliado na educação da matemática, ou seja, recebe estímulo nas pesquisas e elaboração de kits educativos, utilizando material de baixo custo. Material este que potencializa um melhor aprendizado por fazer parte do cotidiano do aluno.

Mesmo comprovando resultados positivos da utilização de materiais concretos em sala de aula, vale salientar que não são todos os estudantes que aprovam este tipo de ensino alguns resistem e acaba considerando a aula uma brincadeira não dando muita importância.

■ METODOLOGIA

O presente trabalho foi elaborado após uma pesquisa realizada na cidade de Mossoró-RN, em várias escolas municipais e estaduais para detectar se possuíam laboratório de geometria espacial, e se não possuíam queríamos saber qual a deficiência de não adotar este método de ensino. A pesquisa possui uma abordagem qualitativa, pois de acordo com Minayo (1995 p.21-22):

A pesquisa qualitativa responde as questões muito particulares. Ela se preocupa, nas ciências sociais, com um nível de realidade que não pode ser quantificado, ou seja, ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis.

Após a tabulação dos dados realizados através de um questionário pode-se concluir que os resultados foram negativos, pois através das respostas constatou-se que não possuíam



laboratórios de geometria espacial. E pensando nesta deficiência criamos uma proposta inovadora de ensino e modelagem para escolas com baixo recurso financeiro. O reaproveitamento de matérias recicláveis além de dar origem a objetos geométricos que contribui para a educação em diversos níveis de escolaridade também colabora na preservação do meio ambiente. Proporcionando a possibilidade de montagem de um laboratório de ensino em geometria espacial, que possa contribuir na formação dos discentes e qualificação dos professores.

Queremos trazer uma matemática experimental com o objetivo de estimular os alunos à exploração dos conhecimentos contribuindo no seu aprendizado, e atrair os alunos para aulas de matemática onde é temida pela maioria, mostrando como pode está relacionada no nosso cotidiano.

■ INVESTIGAÇÃO

A averiguação foi elaborada na cidade Mossoró-RN nas escolas estadual Ambulatório Padre Dehon, Escola Municipal Dinarte Mariz, Escola Estadual Centenário, Escola Municipal Senador Duarte Filho e Escola Estadual Aída Ramalho Cortez Pereira. Os Professores colaboraram respondendo um questionário contendo cinco perguntas fechadas e duas abertas a cooperação das escolas foi essencial para alcançar os resultados. Ficou visível a realidade em que se encontram as instituições, a maioria dos educandos afirmou a inexistência de materiais didáticos e de laboratórios as escolas obtiveram respostas idênticas, afirmando não dispor de um LEGE. Em seguida com a tabulação dos dados pode-se afirmar que os docentes não são capacitados para aplicar esse tipo de trabalho os que se aventuram é por conta própria, pedem que os alunos consigam de suas casas algum material e ver o que a escola pode contribuir. De acordo com o gráfico abaixo:





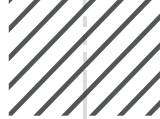
Fonte: Elaborado pelo autor

‘ Muito já lutamos pela ideia e acredito que a escola, os professores de matemática apoiam a iniciativa do projeto o que vem a contribuir e muito para o ensino – aprendizagem’ ressalta professores Jailton/ J. Paulo da E. E.D.M.

Os professores relataram que as aulas são ministradas apenas com aulas expositivas para se trabalhar a geometria, pois para relacionar com o cotidiano deve-se aplicar a aula de campo e para dispor de uma aula assim precisa de muito tempo de preparação e usar os investimentos em transporte para locomoção, tornando uma aula de risco, pois requer baste atenção com todos os alunos que participam.

Ao interrogar sobre o investimento de R\$ 2.000,00 para compra de 20 sólidos geométricos seria um bom investimento para escola, a resposta foi análoga consideram muito importante o investimento do LEGE, para se trabalhar a geometria, porém ficou claro que não investe na criação do LEM por considerar outros investimentos mais importantes. Entre os quais a instalação do sistema de monitoramento de filmagem, referindo-se a insegurança.

Mediante a proposta da construção de um laboratório de geometria espacial utilizando recursos a baixo custo os mesmos ficaram empolgados para participar de minicursos para aprender a confeccionar, pois para a realização tem um gasto irrisório de aproximadamente duzentos reais para aquisição de kits geométricos composto por dezesseis poliedros. E garantem que com essa nova técnica de ensino irá motivar os alunos a construir como também a aprender a geometria de forma concreta e eliminar o bloqueio que o aluno tem da disciplina. Porém afirma a falta de tempo em participar e propuseram uma solução para os minicursos, ser realizados em um evento educacional ou pedagógico que estejam dentro da carga horária.



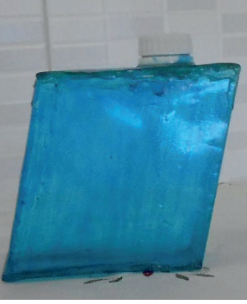
De acordo com Suniey Feitosa, diretor e professor da escola E.E.A.P.D ‘ *O uso de materiais físicos para mostrar e demonstrar os elementos e características de conteúdos da matemática tem uma significância em termos de aprendizagem*’, ou seja, o mesmo acredita que o uso da modelagem durante as aulas de geometria pode ser considerado um estímulo a mais para que os alunos possam participar e interagir durante as aulas, suprimindo algumas necessidades existentes.

■ RESULTADOS

Os procedimentos adotados foram considerados positivos, pois atingimos os nossos objetivos a obtenção de dezesseis sólidos geométricos de boa qualidade sendo eles; cubo, paralelepípedo retângulo, prisma regular triangular, pirâmide hexagonal, pirâmide triangular, tetraedro, pirâmide obliquo, dodecaedro, prisma reto, prisma regular hexagonal, dois cilindros com alturas diferentes, paralelepípedo obliquo, prisma obliquo e pirâmide regular quadrangular que poderão ser de grande utilidade nas aulas de geometria espacial das séries de ensino fundamental, médio e superior possibilitando o crescimento nos conhecimentos geométricos. Visando o aperfeiçoamento dos discentes e educadores.

Figura 03. Resultados obtidos sólidos geométricos.



			
Dodecaedro	Prisma reto	Prisma Regular Hexagonal	Pirâmide Regular Quadrangular
			
Cilindro grande	Paralelepípedo Obliquo	Prisma obliquo	Cilindro pequeno

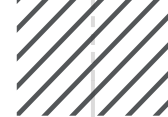
Os sólidos obtidos foram finalizados com uma camada de verniz incolor para dar brilho às peças e preenchidos com água, observamos que suportaram a pressão da água sem comprometer a estrutura dos poliedros.

Os poliedros serão de fundamental importância no desenvolvimento intelectual dos estudantes na hora de realizar cálculos relacionados a comprimentos, áreas de superfícies e volumes dos sólidos de forma prazerosa e ágil.

■ CONCLUSÃO

O estudo da geometria espacial pode ser trabalhado a partir das séries iniciais para que o aluno possa desenvolver uma visão geométrica espacial de forma dedutiva e lógica com maior dinamismo e sem dificuldades. A partir de uma investigação realizada em escolas na cidade de Mossoró, e com a colaboração de alguns professores, ficou constatado que não são todas as escolas que possui recursos suficientes, e que muitos têm pretensão em participar de atividades relacionadas à geometria de forma dinâmica em suas aulas como forma de suprir as necessidades diagnosticadas, mas acabam esbarando na falta de condições e tempo que não são suficientes.

A partir deste trabalho relatamos a importância do laboratório de ensino de geometria espacial (LEGE) para o aprendizado escolar. Mostramos como construir um laboratório de geometria espacial utilizando materiais recicláveis e a baixo custo que pode ser aproveitado em benefício do ensino e aprendizado dos estudantes em diversos níveis de escolaridade, proporcionando uma visão ampla de espaço estimulando o interesse nas aulas de matemática.



A proposta é levar os poliedros confeccionados até as escolas que não possuem verba suficiente para a compra por possuir um valor até então considerado alto, e através de mini curso repassar aos profissionais da educação as técnicas de construção dos sólidos e que os mesmos possam fazer os seus próprios instrumentos de trabalhos e que possa servir de incentivo para educadores e alunos na construção de outros projetos e possam desenvolver ideias inovadoras e criativas. Com criatividade e determinação conseguimos com que todas as expectativas fossem superadas. Dessa forma, esperamos contribuir através dessa ideia inovadora ajudando aos educadores a implantar um ensino de qualidade.

Através dos materiais recicláveis conseguimos enxergar uma oportunidade para as escolas carentes que possui um quadro de estudantes com índice elevado de dificuldades em percepção espacial, com isso consideramos que a implantação de um laboratório de matemática com poliedros recicláveis poderá suprir necessidades encontradas por alunos sem precisar de “sacrifício”.

■ REFERÊNCIAS

1. BITENCOURT, K. F. Educação matemática por projetos na escola: prática pedagógica e formação de professores. – Curitiba: Certa Editorial, 2010.
2. BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. Parâmetros
3. Curriculares do Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEMTEC, 1999.
4. BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática. Brasília: MEC / SEF, 1998
5. BRASIL. Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica; Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão; Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. Conselho Nacional de Educação; Câmara de Educação Básica. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC; SEB; DICEI, 2017. Disponível em: < <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>>. Acesso em: 17 fev. 2019.
6. LORENZATO, Sergio (org). -3.ed.-Campinas,SP: Autores Associados, 2012.(Coleção formação de professores).
7. PONTE João Pedro da, BROCARDJO Joana/ OLIVEIRA Hélio. Investigações matemáticas na sala de aula. – 2. Ed. – Belo Horizonte: Autentica editora, 2009.
8. RÊGO Rogéria Gaudencio do , RÊGO Rômulo Marinho do, VIEIRA Kleber Mendes.- campinas, SP: Autores Associados, 2012.(coleção formação de professores)
9. BARBOSA A.C.Igawa, MARIM Vladimir Jogos matemáticos: Uma proposta para o ensino das operações elementares. IN: OLIVEIRA C. Copper de. e MARIM Vladimir(org) Educação matemática : Contextos e práticas docentes – campinas SP: Ed. Alínea, 2010, p.225.





10. 23 de setembro de 2011. Tags: análise, carreira, Educação, escola, pesquisa, professor, qualificação dos professores, são paulo, seminário. Disponível: <http://educarparacrescer.abril.com.br/blog/boletim-educacao/tag/qualificacao-dos-professores/> data 16/04/2015 as 10:28
11. PERES. G. A realidade sobre o ensino de Geometria no 1º e 2º graus, no estado de São Paulo. São Paulo: Educação Matemática em Revista. SBEM, n. 4, 1995.
12. MINAYO, M.C.S. O desafio do conhecimento científico: pesquisa qualitativa em saúde. 2. ed. São Paulo: Hucitec-Abrasco, 1994



Mapeamento de trabalhos de educação estatística a partir dos resumos do Sipemat: primeiro olhar

| **Reinaldo Feio Lima**
UNIFESSPA

| **Rosana dos Passos Correa**
SEDUC/PA

| **Márcio José Silva**
UEPA

| **Osmar Talles Borges de Oliveira**
UNIFESSPA

RESUMO

O presente artigo tem por objetivo compreender de que maneira os estudos de Educação Estatística, com foco na Educação Infantil e no Ensino Fundamental, discutem esta temática, a partir de uma pesquisa realizada no Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEMAT). A pesquisa, de abordagem qualitativo-interpretativa, utiliza os princípios do Mapeamento na Pesquisa Educacional, com referencial em Biembengut. Os resultados apontam o uso de diversas perspectivas teórico-metodológicas por pesquisadores na área de Educação Estatística, no que se refere à Educação Infantil e ao Ensino Fundamental, mediada pelo uso de Tecnologias Digitais.

Palavras-chave: Educação Estatística, SIPEMAT, Mapeamento, Tecnologias Digitais.

■ CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEMAT), em parceria com a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), tem como objetivos: a) oportunizar o intercâmbio de experiências docentes e de pesquisas na área da Educação Matemática no Brasil e em relações internacionais; b) promover a comunicação e o debate sobre estudos, pesquisas, projetos e experiências de profissionais e estudantes interessados na área da Educação Matemática; e c) desenvolver a área de Educação Matemática comprometida com uma intervenção pedagógica qualificada, que contribua para a construção de uma sociedade igualitária e democrática.

O nosso foco está no eixo temático Educação Estatística e Cidadania, que vem crescendo como área de pesquisa, o que é perceptível quando realizamos uma análise das edições do SIPEMAT. Acreditamos que esse crescimento foi impulsionado por dois fatores: primeiro com a criação do Grupo de Trabalho 12 – Educação Estatística, que é um grupo de trabalho da SBEM que vem se constituindo e se fortalecendo ao longo dos anos.

De acordo com as informações do site da SBEM,

os pesquisadores do GT 12 atuam na área de Educação Estatística, que tem como objetivo estudar e compreender como as pessoas ensinam e aprendem Estatística, o que envolve os aspectos cognitivos e afetivos do ensino-aprendizagem, além da epistemologia dos conceitos estatísticos e o desenvolvimento de métodos e materiais de ensino, etc., visando ao desenvolvimento do letramento estatístico. Para tal, a Educação Estatística utiliza-se de recursos teórico-metodológicos de outras áreas, como Educação Matemática, Psicologia, Pedagogia, Filosofia e Matemática, além da própria Estatística (SBEM).¹

O segundo fator se refere, mais recentemente, à promulgação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a qual ratifica a inserção da Estatística e Probabilidade na Educação Básica e sugere a abordagem de conceitos estatísticos por meio de situações da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia (CAZORLA; SILVA; SANTANA, 2018). Segundo as autoras, essa abordagem busca “desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira que os cidadãos possam fazer julgamentos e tomar as decisões” (CAZORLA; SILVA; SANTANA, 2018, p. 356).

Compreendemos a Educação Estatística (EE) como uma área do conhecimento que tem como propósito

estudar e compreender como estudantes e professores ensinam e aprendem Estatística, Combinatória e Probabilidade, o que envolve os aspectos cognitivos e afetivos do ensino e aprendizagem, além da epistemologia dos conceitos estatísticos e o desenvolvimento de métodos e materiais de ensino (CAZORLA; KATAOKA; SILVA, 2010).

1 SBEM. Grupo de Trabalho Educação Estatística - GT 12. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/grupo-de-trabalho/gt/gt-12>



Sendo assim, a primeira e a segunda edição ocorreram na cidade de Recife-PE, em 2006 e 2008, respectivamente. A temática central foi ‘Um olhar ampliado sobre a sala de aula’. O evento contou com cerca de 300 participantes. Já o II SIPEMAT contou a apresentação 224 trabalhos, distribuídos em comunicações orais e posters, nacionais e internacionais, e ainda conferências, palestras e mesas-redondas. O III SIPEMAT reuniu, em 2012, em Fortaleza/CE, pesquisadores e estudantes de pós-graduação brasileiros e estrangeiros. Em 2015, ocorreu o IV SIPEMAT na Universidade Estadual de Santa Cruz, em Ilhéus-BA; três anos depois aconteceu última edição do evento – V SIPEMAT, em Belém do Pará, em 2018.

Para este mapeamento, o *lôcus* foi o eixo temático 3 – Educação Estatística e Cidadania – por ser a área de nosso interesse e por ser inviável analisar todos os estudos apresentados no SIPEMAT.

Assim, neste artigo temos como objetivo compreender como os estudos de Educação Estatística, com foco na Educação Infantil e no Ensino Fundamental, discutem esta temática no SIPEMAT.

■ PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa de abordagem qualitativo-interpretativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994; ALVES-MAZOTTI, 1998) tem como objetivo compreender como os estudos de Educação Estatística apresentam-se em pesquisas que discutem esta temática no V SIPEMAT. Para tal, utilizamos os princípios do Mapeamento na Pesquisa Educacional, na perspectiva de Biembengut (2008). Sendo assim, este mapeamento tem como *corpus* os anais do V SIPEMAT disponibilizados na página do evento.

A investigação ocorreu em fevereiro de 2019 e centrou-se no mapeamento enquanto “possibilidade de se compreender um fenômeno, um fato para que, então, sejam descobertos caminhos ou formas para mudar, melhorar, prever ou criar algo relativo ao fenômeno ou fato em questão” (BIEMBENGUT, 2008, p. 71). Cabe destacar que “mapear têm se tornado um recurso para construir um quadro de referências ou um esquema teórico, na tentativa de se dispor de uma perspectiva ampla e geral de determinado assunto ou tema” (BIEMBENGUT, 2008, p. 23).

Para a realização deste mapeamento, buscamos pelas palavras-chave: “probabilidade”, “estatística”, “combinatória”, “educação estatística” e “gráficos e tabelas”, nos campos de busca: título, autor, assunto, resumo português, resumo inglês, editor ou ano de defesa. No V SIPEMAT, foram apresentados e constaram dos anais do evento seis trabalhos, que constituem o *corpus* desta análise, uma vez que este é o número de textos publicados no V SIPEMAT, no âmbito do Eixo Temático – Ensino de Probabilidade e Estatística.





Logo, o presente artigo caracteriza-se como exploratório, quanto ao seu objetivo, e de cunho bibliográfico e documental, segundo o procedimento metodológico. Exploratório, pois busca proporcionar maior familiaridade com o fenômeno investigado; bibliográfico, uma vez que utiliza materiais elaborados por diferentes autores sobre o tema; documental, por utilizar materiais que não receberam tratamento analítico (GIL, 2008).

Cada artigo passou por duas ou três leituras, incluindo a denominada leitura flutuante, sugerida por Bardin (2009), que consiste em estabelecer um primeiro contato com os documentos a serem analisados. A primeira etapa configurou a pré-análise, que corresponde à organização propriamente dita do material, das categorias. Neste estudo, instituiu-se analisar, no material escolhido, elementos que pudessem ser objeto de investigação futura, tais como: fundamentação teórica, método de análise, objeto de estudo. Em um segundo momento, denominado codificação, é onde “os dados em bruto são transformados sistematicamente e agregados em unidades, as quais permitem uma descrição exata das características pertinentes do conteúdo”. Dessa forma, os trabalhos analisados foram codificados a partir dos seguintes códigos: autores, objetivo, problema, conteúdo, método, instrumento de produção de dados.

Na terceira e última etapa, procedemos à categorização, cujas ações, de acordo com Franco (2008, p.59), implicam “[...] uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto, por diferenciação seguida de um reagrupamento baseado em analogias a partir de critérios definidos”.

Ainda, segundo a autora, “o critério de categorização pode ser semântico (categorias semânticas), por exemplo, todos os temas que significam ansiedade ficam agrupados na categoria ansiedade” (FRANCO, 2008, p 59). Nesta etapa, buscamos dar sentido aos trabalhos investigados, trazendo à tona a mensagem de cada texto, emergindo novos significados particulares. Isso pode se dar em relação à sintaxe – relativa aos verbos, aos adjetivos e ao léxico –, atinente à classificação das palavras, segundo seu sentido ou, ainda, expressões significativas (BARDIN, 2009). Os principais pontos emergentes desta análise estão descritos a seguir.

■ APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Na Tabela 1, a seguir, apresentamos o quantitativo entre os trabalhos publicados em cada edição que abordam a Educação Estatística (EE) e os trabalhos selecionados para este estudo, que focaram na Educação Infantil (EI) e no Ensino Fundamental (EF), referentes ao processo de ensino e aprendizagem da EE, compreendido nesse período.



Tabela 1. Números de trabalhos publicados e selecionados presentes nos anais do SIPEMAT

Edição	Ano	Trabalhos publicados	Trabalhos selecionados
I SIPEMAT	2006	10	2
II SIPEMAT	2008	11	2
III SIPEMAT	2012	12	6
V SIPEMAT	2018	6	3

Os dados apresentados revelam que tanto o processo de ensino quanto de aprendizagem da Educação Estatística tem se utilizado do SIPEMAT de maneira muito tímida. De fato, a análise dos quatro anais do SIPEMAT evidenciou um total de 39 artigos sobre pesquisas que discutem acerca do processo de ensino e aprendizagem da EE. A partir da tabela, podemos ver que a maioria dos artigos publicados sobre EE concentra-se em maior número na III edição do SIPEMAT.

Para a realização das primeiras análises desse quantitativos, 13 artigos constituem efetivamente o mapeamento de Educação Estatística publicado nos anais do SIPEMAT. Assim, passamos a apresentar nosso primeiro olhar interpretativo sobre os artigos selecionados para este estudo, a fim de identificar o que eles revelam sobre contribuições da EE para a aprendizagem de conceitos/conteúdos matemáticos.

Quadro 1. Artigos selecionados publicados nos anais do SIPEMAT

Código	Edição	Título	Autores
A1	I SIPEMAT	O professor de matemática e o conceito de probabilidade.	Gonçalves; Coutinho (2006)
A2	I SIPEMAT	A prática dos docentes do ensino fundamental: uma abordagem sobre como as professoras do ensino fundamental, desprovidas de uma formação matemática, trabalham o conceito de probabilidade.	Pellosso; Silva; Machado; Menezes (2006)
A3	II SIPEMAT	A leitura e a interpretação de gráficos e tabelas no ensino fundamental e médio.	Pagan; Leite; Magina; Cazorla (2008)
A4	II SIPEMAT	O tratamento da informação na educação matemática: um aspecto da leitura de mundo.	Leão; Menezes (2008)
A5	III SIPEMAT	Medidas de tendência central: investigando a compreensão dos alunos do ensino fundamental.	Silva (2012)
A6	III SIPEMAT	Como as crianças constroem tabelas?	Silva e Selva (2012)
A7	III SIPEMAT	Interpretações de dados por alunos de escolas rurais utilizando o <i>software TinkerPlots</i> .	Queiroz; Monteiro; Martins; Carvalho (2012)
A8	III SIPEMAT	Explorando a argumentação sobre dados estatísticos entre crianças do ensino fundamental.	Queiroz; Martins; Monteiro; Asseker (2012)
A9	III SIPEMAT	Explorando ferramentas do banco de dados com o <i>software TinkerPlots</i> em sala de aula.	Martins; Queiroz; Martins; Carvalho (2012)
A10	III SIPEMAT	Estudantes do ensino fundamental interpretando gráficos no <i>software TinkerPlots</i> : analisando o uso da média.	Eugenio; Carvalho; Monteiro (2012)
A11	V SIPEMAT	O que alunos do ensino regular e EJA precisam saber para compreender escalas representadas em gráficos.	Guimarães; Cavalcanti; Evangelista (2018)
A12	V SIPEMAT	Estatística no ensino fundamental: uma proposta de aprendizagem significativa por meio de situações-problema.	Junior; Costa; Pinto (2018)
A13	V SIPEMAT	Análise combinatória nos anos iniciais: uma proposta possível.	Pontes; Campos (2018)

Para compreender como o EE apresenta-se nos artigos analisados e as contribuições dessas pesquisas para a área da Educação e/ou Educação Matemática, foram estabelecidos



eixos temáticos de análise para estudo, definidos previamente como: a) conteúdo da pesquisa; b) instrumentos de produção de dados da pesquisa; c) referencial teórico-metodológico; e d) focos temáticos dos estudos envolvidos. Os principais pontos emergentes desta análise são descritos a seguir.

O eixo temático *conteúdo* recai sobre em que foco central de conteúdos podemos considerar que cada trabalho pertence, separamos dois tipos: conteúdo principal focalizado e conteúdos secundários mobilizados. O conteúdo principal focalizado compreende Estatística, Combinatória e Probabilidade. Os outros conteúdos que aparecem no texto e que são importantes para o desenvolvimento deste conteúdo principal serão apresentados como conteúdo secundários, com destaque aos estudos de medidas de tendência central: média, mediana e moda. Também aparecem os conteúdos de princípio fundamental da contagem e leitura e interpretação de gráficos e tabelas, com uso ou não de tecnologias.

No eixo temático, *instrumentos de produção de dados*, foi possível perceber que todos os trabalhos analisados são de abordagem qualitativa, descrevendo, em sua maioria, uma descrição do processo envolvido com experiência de EE. Porém, observamos que existe uma variedade de instrumentos de produção de dados, predominantemente: uso de observação, questionário e/ou entrevistas, entre outros.

Para o eixo temático *referencial teórico-metodológico*, adotado pelos pesquisadores em suas pesquisas, observamos a utilização de múltiplas perspectivas, as quais podemos destacar: Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval (2003); Níveis de compreensão de leitura e interpretação de gráficos, de Curcio (1989), e de tabelas, de Wainer (1995); Teoria das Situações Didáticas, de Brousseau (1998); Argumentação Estatística, de Dani Ben-Zvi (2006); Teoria da Aprendizagem Significativa na visão clássica, de David Ausubel (1976); e Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud (1991).

No eixo *focos temáticos dos estudos envolvidos* – diante dos trabalhos apresentados pelos pesquisadores para: concepção de professores (A1), argumentação estatística (A8), prática pedagógica (A2), sequência didática (A4 e A12), dificuldades de estudantes (A3, A6 e A7), e intervenção didática (A5, A9, A11 e A13).

Uma análise do Quadro 1 corrobora as preocupações emanadas pelos pesquisadores da Educação Estatística, pelo fato de apenas três trabalhos expressarem atenção aos aspectos Probabilísticos e Combinatórios. Dos trabalhos apresentados, apenas o de Pontes e Campos (2018) traz uma proposta possível de melhora do ensino e aprendizagem da análise combinatória nos anos iniciais do ensino fundamental, enquanto que os artigos A1 e A2 versam sobre o ensino de probabilidade.

Nas pesquisas consideradas, que abordaram a Educação Estatística com enfoque no uso do *software TinkerPlots*, constatamos uma atenção dos pesquisadores em relação à





Estatística, representada nos estudos A7, A8, A9 e A10. Entre os trabalhos, A7 investigou como crianças do 5º ano interpretavam gráficos utilizando o *software TinkerPlots*. Como resultado, revelou que problemas de “leitura entre os dados” dificultaram a escolha dos alunos quanto às variáveis necessárias para responder as questões. As mudanças na representação dos dados provocavam mudanças nas respostas dos estudantes. Os resultados apontam que os alunos apresentaram dificuldade em responder questões que enfatizavam o contexto da situação-problema.

Semelhante a esta pesquisa, A8 explorou os processos de argumentação sobre dados estatísticos entre crianças do Ensino Fundamental utilizando o *software TinkerPlots*. Foram realizadas entrevistas semiestruturadas com seis estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental. Por fim, os resultados deste estudo podem sugerir implicações pedagógicas para o ensino de Estatística. Em relação às mudanças de respostas dos alunos a partir da manipulação do *software*, os dados revelaram a introdução de uma nova representação que levou a respostas mais próximas dos dados.

Observamos, também, que o contexto da atividade e a mediação das pesquisadoras parecem ter tido um papel relevante no tipo de resposta dos alunos. Quanto às manipulações dos estudantes com as ferramentas do *software*, notamos que a função *gradiente* auxilia os alunos a responderem questões com variáveis numéricas.

Em outra pesquisa, A9 analisou as estratégias de uma educadora na organização de um banco de dados utilizando o *software TinkerPlots* com alunos do 5º ano. Os resultados apontaram que a professora excluiu algumas etapas da construção dos dados, não favorecendo reflexões importantes no processo de organização. Notamos, ainda, que a utilização de tabelas foi desnecessária em alguns momentos. Quanto aos estudantes, os dados revelaram que os mesmos eram levados a reproduzir estratégias no *software* e apresentaram dificuldades para justificar as questões propostas pela docente.

Eugenio, Carvalho e Monteiro (2012), a partir de uma amostra de duas duplas de estudantes do 9º ano, interpretaram gráficos produzidos no *TinkerPlots* sobre relações entre variáveis. Os resultados mostraram que os estudantes utilizam a representação simbólica e numérica da ferramenta média, a partir de *dot plots* dispostos em diferentes escalas e também auxiliado pelo gradiente. O *TinkerPlots* dispõe de diferentes caminhos para realizar a análise exploratória de dados.

Em suma, as pesquisas realizadas apontam que o uso *software TinkerPlots* por estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental pode ampliar as habilidades matemáticas e o pensamento/raciocínio estatístico, uma vez que o “pensamento é construído gradativamente em um ambiente histórico e essencialmente social” (LOPES; SOUZA, 2016, p. 1470). Os autores ainda ressaltam que, segundo a perspectiva vygotskyana, “a interação





social possui um papel fundamental no desenvolvimento cognitivo e no desenvolvimento cultural de um sujeito. Portanto, ela é origem e motor da aprendizagem e do desenvolvimento intelectual” (p. 1470).

O uso software *TinkerPlots*, na prática pedagógica escolar do professor que ensina matemática, contribui tanto para aprendizagem do professor quanto do estudante envolvido na abordagem dos conceitos estatísticos, combinatórios e probabilísticos, pois estes podem levantar subsídios para compreender como se desenvolvem o pensamento, o raciocínio e o letramento estatístico e probabilístico (LOPES; SOUZA, 2016; LOPES; MENDONÇA, 2016).

Além disso, esses estudos apontam para a diminuição das lacunas na formação docente, possibilitando a ampliação do conhecimento estatístico, uma vez que a formação docente, nesse direcionamento, pode promover experiências que priorizam a “construção, compreensão, apreensão e reprodução de procedimentos, conceitos e ideias estatísticas, que privilegiem o desenvolvimento de uma cultura de investigação, permeada pelo pensamento e pelo raciocínio estatístico” (ESTEVAM; CYRINO, 2016, p. 1314).

■ CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa em questão buscou um prévio e singelo mapeamento teórico concernente à Educação Estatística em anais do SIPEMAT. Durante as leituras, pudemos notar que a maioria dos trabalhos referentes à Educação Estatística estão publicados no III SIPEMAT, e que, na maioria das vezes, tratam de descrições com foco qualitativo a respeito de experiências em E.E. Além disso, destacamos os equívocos na interpretação dos dados mediante a falta de leitura de estudantes nos estudos analisados e, somado a esses fatores, observamos também, nos trabalhos publicados, que a importância do contexto das questões e da mediação dos pesquisadores influenciaram nas respostas dos alunos, segundo os autores(as) pesquisados.

Percebemos de forma prévia, nas pesquisas abordadas, que o uso das TIC, para as crianças que participaram de atividades em que o professor atuou como mediador no processo de ensino de estatística e/ou probabilidade, contribuiu muito para que os estudantes pudessem desenvolver suas habilidades em cálculos matemáticos, além de ampliar o potencial cognitivo do pensamento estatístico desses estudantes.

As pesquisas mostraram o uso de diversas perspectivas teórico-metodológicas por pesquisadores na área de Educação Estatística, ou seja, há um grande esforço teórico em mostrar a realidade da Educação Estatística no Brasil. Enfim, na tentativa de fazer um paralelo do que os autores estudados apontam sobre a Educação Estatística com o que propõe a BNCC, observamos que a ênfase no ensino de conceitos estatísticos, via situações concretas e do uso da tecnologia partindo de temas concretos da vida do educando, pode





auxiliá-lo a desenvolver habilidades para construir, analisar e interpretar dados estatísticos, de forma crítica e responsável, emergentes de sua própria realidade de vida enquanto cidadão.

Notamos que ainda é uma realidade em construção e que é necessário, em pesquisas futuras, criar alternativas metodológicas de ensino mais eficazes que venham sanar, não só obstáculos de ordem cognitiva no que concerne à interpretação de dados estatísticos reais, mas, principalmente, obstáculos de cunho didático e epistemológico para que o ensino de Estatística e também de Probabilidade possa ser mais atraente e significativo para a vida do educando.

■ REFERÊNCIAS

1. ALVES-MAZZOTTI, A. J. O método nas ciências sociais. In: GEWANDSNAJDER, F. **O método nas ciências sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. São Paulo: Pioneira, 1998. cap. 4. p. 145-152.
2. BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2009.
3. BIEMBENGUT, M. S. **Mapeamento na pesquisa educacional**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna. 2008.
4. BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Lisboa: Porto, 1994.
5. CAZORLA, I. M.; KATAOKA, V. Y.; SILVA, C. B. Trajetória e perspectivas da educação estatística no Brasil: um olhar a partir do GT12. In: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S.; ALMOULOU, S. A. (Org). **Estudos e reflexões em educação estatística**. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2010. p. 19-44.
6. CAZORLA, I.M.; SILVA JÚNIOR, A.V.; SANTANA, E.R.S. Reflexões sobre o ensino de variáveis conceituais na educação básica. **REnCiMa**, v.9, n.2, p. 354-373, 2018.
7. ESTEVAM, E.J.G.; CYRINO, M.C.C.T. Comunidades de prática como contexto para o desenvolvimento profissional docente em educação estatística. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.18, n.3, p.1291-1317, 2016.
8. EUGÊNIO, R. S.; CARVALHO, L. M. T. L.; MONTEIRO, C. E. F. Estudantes do ensino fundamental interpretando gráficos no *software TinkerPlots*: analisando o uso da média. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2012, Fortaleza, CE. **Anais...** Fortaleza: SIPEMAT, 2012.
9. FRANCO, M. L. P. B. **Análise de conteúdo**. 3. ed. Brasília, DF: Líber Livro, 2008.
10. GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.
11. GONÇALVES, M. C.; COUTINHO, C. Q. S. O professor de matemática e o conceito de probabilidades. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2006, Recife, PE. **Anais...** Recife: SIPEMAT, 2006.





12. GUIMARÃES, G.; CAVALCANTI, M.; EVANGELISTA, B. O que alunos do ensino regular e EJA precisam saber para compreender escalas representadas em gráficos. *In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 5., 2018, Belém, PA. **Anais...** Fortaleza: SIPEMAT, 2018.
13. JUNIOR, G. A. C.; COSTA, E. G.; PINTO, G. P. Estatística no ensino fundamental: uma proposta de aprendizagem significativa por meio de situações-problema. *In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 5., 2018, Belém, PA. **Anais...** Fortaleza: SIPEMAT, 2018.
14. LEÃO, A. C.; MENEZES, J. E. O tratamento da informação na educação matemática: um aspecto da leitura de mundo. *In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 2., 2008, Recife, PE. **Anais...** Recife: SIPEMAT, 2008.
15. LOPES, C.E.; SOUZA, L.O. Aspectos filosóficos, psicológicos e políticos no estudo da probabilidade e da estatística na educação básica. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.18, n.3, p. 1465-1489, 2016.
16. LOPES, C.E.; MENDONÇA, L. O. Prospectivas para o estudo da probabilidade e da estatística no ensino fundamental. **VIDYA**, v.36, n.2, p.293-314, 2016.
17. MARTINS, M. N. P. et al. Explorando ferramentas do banco de dados com o *software TinkerPlots* em sala de aula. *In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 3., 2012, Fortaleza, CE. **Anais...** Fortaleza: SIPEMAT, 2012.
18. PAGAN, A. et al. A leitura e interpretação de gráficos e tabelas no ensino fundamental e médio. *In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 2., 2008, Recife, PE. **Anais...** Recife: SIPEMAT, 2008.
19. PELLOSO, M. G. et al. A prática dos docentes do ensino fundamental: uma abordagem sobre como as professoras do ensino fundamental, desprovidas de uma formação matemática, trabalham o conceito de probabilidade. *In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 1., 2006, Recife, PE. **Anais...** Recife: SIPEMAT, 2006.
20. PONTES, J. S.; CAMPOS, C. R. Análise combinatória nos anos iniciais: uma proposta possível. *In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 5., 2018, Belém, PA. **Anais...** Fortaleza: SIPEMAT, 2018.
21. QUEIROZ, T. N. et al. Interpretações de dados por alunos de escolas rurais utilizando o *software TinkerPlots*. *In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 3., 2012, Fortaleza, CE. **Anais...** Fortaleza: SIPEMAT, 2012.
22. QUEIROZ, T. N. et al. Explorando a argumentação sobre dados estatísticos entre crianças do ensino fundamental. *In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 3., 2012, Fortaleza, CE. **Anais...** Fortaleza: SIPEMAT, 2012.
23. SILVA, D. B.; SELVA, A. C. V. Como as crianças constroem tabelas? *In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 3., 2012, Fortaleza, CE. **Anais...** Fortaleza: SIPEMAT, 2012.
24. SILVA, M. B. E. Medidas de tendência central: investigando a compreensão dos alunos do ensino fundamental. *In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 3., 2012, Fortaleza, CE. **Anais...** Fortaleza: SIPEMAT, 2012.



Metodologias da Educação Matemática para o ensino remoto: uma revisão sistemática da literatura

| **Chang Kuo Rodrigues**
UFJF

| **Fernanda Angelo Pereira**
UFJF

| **Lilian Regina Araújo dos Santos**
UNIGRANRIO

| **Luciana Troca Dantas**
UNIGRANRIO

RESUMO

Este artigo busca contribuir para o aprimoramento da prática pedagógica de professores que ensinam Matemática e que procuram por metodologias inovadoras que subsidiem o trabalho docente no ensino remoto emergencial. Para isso, foi realizada uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL), a fim de encontrar pesquisas que retratam metodologias para o ensino remoto de Matemática na Educação Básica no contexto da pandemia da Covid-19. A busca por esses trabalhos se deu em três portais: *Google Scholar*, Portal de Busca Integrada da Universidade de São Paulo (PBi USP) e Portal de Periódicos da CAPES, compreendidos no período de 12 meses. Nas restrições de busca, foram utilizadas as Palavras-chave: Educação Matemática, ensino remoto, pandemia, Ensino Fundamental e Educação Básica. Apesar de a pandemia ser mundial, optamos por privilegiar artigos no idioma materno, o português. Nesses termos, selecionamos treze trabalhos que apresentam estudos sobre discussões e/ou estratégias de ensino remoto durante a pandemia do novo coronavírus, para alunos da Educação Básica.

Palavras-chave: Educação Matemática, Ensino Remoto, Pandemia, Educação Básica, SARS-CoV-2.

■ INTRODUÇÃO

No início de 2020, o mundo foi surpreendido pela pandemia da Covid-19, doença causada pelo coronavírus SARS-CoV-2, também conhecido como “novo coronavírus”. Como principal medida profilática de enfrentamento da pandemia, a Organização Mundial da Saúde (OMS) recomendou o distanciamento social, enquanto não houvesse vacinação em massa para a doença. Em decorrência, as aulas foram suspensas no mundo todo, o que fez com que mais de um bilhão de alunos se mantivesse em casa por meses, de acordo com os dados da Organização das Nações Unidas para Educação, Ciência e Cultura (UNESCO).

No Brasil, devido ao aumento exponencial de casos de (re)infecções e óbitos, acatou-se, em princípio, a recomendação da OMS, suspendendo-se, a partir do mês de março de 2020, as atividades escolares presenciais em todos os níveis. O encaminhamento adotado pelo Ministério da Educação (MEC) em caráter emergencial fez com que aproximadamente 53 milhões de discentes tivessem suas aulas presenciais suspensas. Neste contexto, buscaram-se formas de desenvolver atividades educacionais que atenuassem os prejuízos para a aprendizagem, sem o retorno presencial das aulas. Uma das alternativas encontradas por diversos países, incluindo o Brasil, tem sido a viabilização do ensino remoto por meio de plataformas *online* e o emprego das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e Tecnologias Digitais (TD), ambas comumente utilizadas na Educação à Distância (EaD).

É necessário que se compreenda que o ensino remoto e a EaD são coisas distintas. A EaD é uma modalidade de ensino prevista na Lei de Diretrizes e Bases da Educação, com princípios, metodologias e tempos de aprendizagem próprios. Já o ensino remoto consiste em uma estratégia de transposição das atividades presenciais para o meio virtual, e que tem sido utilizada neste período pandêmico de maneira emergencial. Ainda que apresentem entre si certa semelhança com relação à utilização das tecnologias, os princípios de embasamento do ensino remoto são os mesmos do ensino presencial, conforme especificam Pantoja e Brandemberg (2021). Essa transição para o ensino remoto, de uma forma não planejada, trouxe grandes desafios para a maioria dos professores brasileiros, pois muitos não se encontravam capacitados, técnica e logisticamente, para desenvolver atividades que integrassem as tecnologias digitais aos processos de ensino e de aprendizagem.

Com base no cenário atual e em suas implicações em curso, o presente estudo propõe uma discussão a partir da produção recente relacionada ao ensino remoto de Matemática para alunos da Educação Básica durante a pandemia do novo coronavírus. E, assim, contribuir para o aprimoramento da prática pedagógica de professores que ensinam Matemática e que procuram por metodologias inovadoras que subsidiem o trabalho docente no ensino remoto emergencial. Para tanto, optou-se por fazer uma revisão sistemática da literatura, cujos resultados estão descritos a seguir.

■ DESENVOLVIMENTO

Segundo os especialistas, uma das melhores formas de se diminuir a taxa de contágio da Covid-19 é pela adoção do distanciamento social. Logo, as instituições que tendem a promover mais “aglomerações”, ou seja, que possuem um maior número de indivíduos em situação de agrupamento síncrono, coletivo e prolongado devem implementar medidas mais restritivas, a fim de assegurar a saúde de todos. Assim, desde o início da pandemia, as aulas presenciais foram suspensas em todo o país, como estratégia de contenção do avanço da doença. Contudo, mesmo após um ano, não se observa quaisquer sinais de melhora, o que faz com que as escolas permaneçam fechadas e sem perspectivas de retorno presencial a curto prazo. As poucas instituições que insistiram na retomada das atividades presenciais foram acometidas por algum surto interno, ou surpreendidas pelas ondas de contaminação em alta em suas localidades, e tiveram que, novamente, serem fechadas.

Durante este período de suspensão das aulas presenciais, a alternativa adotada pela maioria das instituições de ensino tem sido o ensino remoto, que, de forma não presencial e pelo uso das tecnologias digitais (como *internet*, computador, *notebook*, *tablet*, sítios, salas de aulas *online*, redes sociais etc.), busca assegurar o ensino a uma parcela significativa da população. Contudo, como já ressaltado neste texto, há uma importante distinção entre o ensino remoto e a Educação a Distância, sendo esta última uma modalidade de ensino que requer uma certa organização e funcionamento, baseada em exigências legais que poucas instituições têm condições de oferecer (SANTOS, SANT’ANNA, 2020).

Entretanto, o ensino remoto, a despeito de proporcionar soluções imediatas para a manutenção das aulas durante a pandemia, reforçou problemas já existentes, além de estimular o surgimento de novos enfrentamentos. O mais básico e fundamental para que o ensino remoto de fato ocorra é a garantia do acesso à *internet*. De acordo com Centro Regional de Estudos para o Desenvolvimento da Sociedade da Informação (Cetic.br), um dos setores do Núcleo de Informação e Coordenação do Ponto BR (NIC.br), em 2019, 71% dos domicílios brasileiros possuíam acesso à *internet*, sendo o telefone celular (99%) o principal meio para esse acesso (NÚCLEO..., 2020a). Já a pesquisa referente às Tecnologias Digitais na Educação revela que 39% dos estudantes não possuem computador em suas casas e 21% dos alunos só conseguem ter acesso à *internet* pelo celular (NÚCLEO..., 2020b).

Neste contexto, constata-se que as dificuldades de acesso à *internet* e a falta de equipamentos apropriados para o estudo remoto, aliados à falta do auxílio do professor durante o momento da aprendizagem, têm prejudicado muitos alunos. Alguns veem sua aprendizagem comprometida e não se sentem seguros, em função disto, para dar o “passo seguinte”, como participar de avaliações como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e de outros tipos



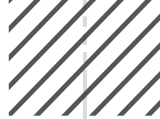
de vestibulares e avaliações. O pior cenário tem sido o dos alunos que desistem completamente dos estudos, aumentando assim, os já elevados índices de evasão escolar.

Por conseguinte, os professores se veem premidos em um quadro de incertezas, em que a ansiedade e a preocupação pela aprendizagem de seus alunos se misturam numa corrida contra o tempo para aprender a lidar com recursos tecnológicos que até então desconheciam, e, ainda, em transpor o planejamento previsto para ser executado presencialmente para o ensino remoto. Neste admirável mundo novo, há plataformas para salas de aulas digitais, vídeos, aulas ao vivo, *chats*, aplicativos, formulários, *e-mail*, *lives*, reuniões *online* etc., todos elementos que demandam a implementação de metodologias próprias. Como utilizar esses recursos na aula? Como desenvolver atividades de Matemática utilizando um aplicativo de jogo *online*? Como fazer um vídeo de Ciências de forma que os alunos consigam entender? Como utilizar formulários *online* na aula de História? Assim, em busca de oferecer o melhor ambiente para a aprendizagem e o acolhimento dos alunos, os professores têm investido de maneira acelerada na melhoria de suas habilidades (que em alguns casos eram, até então, inexistentes) em utilizar recursos tecnológicos digitais e metodológicos aplicados ao ensino. Muitas Secretarias de Educação vêm desenvolvendo cursos de capacitação para seu corpo docente, a fim de atender à grande demanda pela operacionalização das competências do ensino à distância.

Por se tratar de um cenário até então inédito para a Educação Básica - que já demonstrou não estar preparada para implementar de forma imediata o ensino remoto -, muitos professores se sentem perdidos e sem conseguir delinear um planejamento satisfatório das suas ações docentes. De acordo com os dados obtidos de professores de todo o Brasil pelo Instituto Península, 88% dos docentes nunca tinham dado aula à distância e outros 83% declararam que não se sentiam preparados para tal situação (SANTOS, SANT'ANNA, 2020). Esse fato pode estar relacionado com a falta ou a implementação negligente de políticas públicas que visem à promoção do acesso à tecnologia e à cultura digital nas escolas, e que, aliado à repulsa de alguns professores relacionada ao uso de tecnologias digitais e à implementação de recursos digitais nas aulas, vê-se agravado pelas desigualdades educacionais, sociais e econômicas presentes no país.

Essas considerações impactam de certa forma a atuação do professor no ensino remoto. A prática docente, uma vez “estável” dentro da escola (prédio) e da sala de aula, teve que se adequar de forma acelerada à mediação por meio das tecnologias digitais, de forma que uma evolução que deveria ocorrer ao longo de alguns anos foi implementada em poucos meses (MACHADO, 2020 apud SANTOS, SANT'ANNA, 2020). Todas essas transformações podem vir a determinar elementos “permanentes” no ensino pós-pandemia, de modo que





hoje se observa setores nos quais os recursos digitais não haviam sido até então aplicados, e que tendem a ser tornar definitivos.

Atrelado a esses fatores, está o cansaço mental e físico do professor, que ao ter sua carga horária ampliada para atender os alunos vinte e quatro horas por dia, sete dias por semana, vê os limites entre sua atividade profissional e sua vida pessoal suspensos. Na pesquisa de Saraiva, Traversini e Lockmann (2020), que retrata a docência levada à exaustão durante a pandemia, os autores trazem relatos de professores que se sentem esgotados no exercício da sua profissão. Como um dos instrumentos de trabalho no contexto pandêmico passou ser o seu *smartphone*, por meio do *Whatsapp*, uma rede social, como estratégia de aproximação e atendimento dos alunos, as mensagens de cunho pessoal e de seus alunos se misturam. Assim, ao ver dúvidas de alunos emergirem continuamente por meio de notificações sem horários definidos, o professor se vê trabalhando além da sua carga horária semanal. Neste sentido, é importante também ressaltar que, além dos inúmeros atendimentos *online* dados aos alunos, o professor não deixou de fazer seus planejamentos - na verdade, precisou adaptá-los em tempo recorde para o ensino remoto -, além de enviar, receber e corrigir atividades, preencher diários, listas de presença, comparecer às reuniões *online*, entre outros fazeres. E como qualquer outro cidadão na atualidade, o professor também teme a doença, se preocupa com a pandemia e se sente abalado diante de um contexto social sem perspectiva de melhora a curto prazo.

Contudo, a despeito de todos os percalços e problemas decorrentes da implantação acelerada do ensino remoto, é possível identificar alguns benefícios que esse momento tão inesperado vem proporcionando. Podemos destacar mudanças nos processos de aprendizagem dos alunos, que tem acontecido muitas vezes sem a ajuda constante do professor. Ao depender prioritariamente de seu interesse pela busca do conhecimento, os estudantes têm desenvolvido habilidades relacionadas à autonomia da aprendizagem (SARAIVA; TRAVERSINI; LOCKMANN, 2020). Ao longo deste processo, eles têm a oportunidade de refletir sobre questões de socialização e do convívio em sociedade, compreendendo, assim, a importância do exercício da cidadania individual para a coletividade, e da necessidade de, a partir do lugar que ocupa no mundo e na escola, pensar sobre seu papel nos processos de aprender. Neste contexto, além dos recursos digitais utilizados em favor do conhecimento, assumem papel central os processos da valorização da escola, a partir do reconhecimento da figura do professor e sua importância no processo de aprendizagem.

Os professores, por sua vez, têm explorado um lado seu talvez ainda desconhecido, ao se descobrirem capazes de se apropriarem em pouco tempo algo tão complexo e até então desconhecido. Não desistem de seus alunos, e mesmo diante da negligência de alguns pais e responsáveis, têm conseguido reinventar sua prática em distintos ambientes de





aprendizagem. Ainda que, em sua maioria, disponham de uma estrutura precária de recursos (computador, celular, *internet*), não se eximem de fazer sua parte e de contribuir com a aprendizagem de seus alunos. Continuamente, estes sujeitos têm sido levados a repensar suas ações como docentes, desconstruindo-as, reconstruindo-as, dando, assim, um novo sentido, uma nova forma ao significado de serem educadores.

Assim, diante dos desafios que se apresentam na atual conjuntura, procedeu-se, a partir da Revisão Sistemática da Literatura, ao levantamento de trabalhos acadêmicos que dialoguem com as questões relacionadas ao ensino e à aprendizagem no ensino remoto. Visa-se, deste modo, contribuir com a prática pedagógica de professores que ensinam Matemática e que procuram por metodologias em seu trabalho docente no ensino remoto, estreitando as relações entre a prática e a teoria.

As revisões sistemáticas são um importante recurso diante do crescimento acelerado da informação científica. Segundo Sampaio e Mancini (2007), servem para nortear o desenvolvimento de projetos, indicando novos rumos para futuras investigações, além de identificar quais métodos de pesquisa foram utilizados em uma área. Tal estudo parte de uma pergunta, da definição de estratégias de busca, do estabelecimento de critérios de inclusão e exclusão dos artigos, bem como de uma análise criteriosa da literatura existente, a fim de selecionar o que mais interessa e que servirá de base para nossas reflexões.

Nestes termos, fez-se uma revisão sistemática da literatura que promovesse o levantamento de trabalhos que suscitasse a reflexão quanto às possibilidades e perspectivas do ensino remoto para alunos do Ensino Fundamental durante a pandemia do novo coronavírus. Para tal, em um primeiro momento, fez-se uma pesquisa no *Google Scholar* para se identificar as produções acadêmicas sobre a questão dentro de um período delimitado de 12 meses, com base nos seguintes critérios (PAULA; RODRIGUES; SILVA, 2016):

Intervenção: trabalhos que apresentem estudos sobre ensino remoto de Matemática, durante a pandemia do novo coronavírus, para alunos do Ensino Fundamental.

Critérios de Inclusão e Exclusão dos trabalhos: os trabalhos precisam estar disponíveis na *internet* e devem considerar estudos sobre discussões e/ou estratégias de ensino remoto durante a pandemia do novo coronavírus, preferencialmente para alunos do Ensino Fundamental.

- Controle: não definido.
- População: artigos, dissertações e teses relacionados à questão.
- Período: março de 2020 a março de 2021.
- Efeito: identificar, nos trabalhos selecionados, diferentes estratégias de ensino remoto de Matemática que foram trabalhadas com os alunos do Ensino Fundamental durante a pandemia do novo coronavírus, mediante o *lockdown* obrigatório e a im-



possibilidade de manutenção das aulas presenciais durante o ano de 2020.

· Aplicação: analisar, pesquisar e refletir as diferentes estratégias utilizadas por outros pesquisadores que se aproximem da nossa questão, além de apontar novos caminhos sobre o assunto.

A seguir, procedemos à leitura dos trabalhos de forma reflexiva, analisando objetivos, hipóteses, escolhas teóricas, metodológicas e resultados. A partir dessa análise, selecionamos os trabalhos nos quadros que seguem.

O Quadro 1 apresenta os critérios da revisão sistemática, a partir da questão da pesquisa.

Quadro 1. Critérios para a Revisão Sistemática

Critério	Descrição
Seleção de Fontes	Fundamentada em bases de dados eletrônicas, incluindo resumos de trabalhos, conferências e artigos.
Palavras-chave	Educação Matemática. Ensino remoto. Pandemia. Ensino Fundamental. Educação Básica.
Idioma	Português.
Método de busca de fontes	As fontes foram acessadas via <i>web</i> .
Listagem de fontes	<i>Google Scholar</i> , Portal de Busca Integrada da Universidade de São Paulo (PBi USP) e Portal de Periódicos da CAPES.
Tipo de Trabalhos	Teórico, Prova de Conceito, Estudos experimentais.
Critérios de Inclusão e Exclusão de Trabalhos	Os trabalhos precisam estar disponíveis na <i>internet</i> e devem considerar estudos sobre discussões e/ou estratégias de ensino remoto durante a pandemia do novo coronavírus, preferencialmente para alunos do Ensino Fundamental.

Fonte: Dados da Pesquisa

Foram utilizadas algumas restrições de busca, considerando periódico, palavras-chaves e período. Na busca de teses e dissertações obtidas no banco de dados do *Google Scholar*, utilizando a *string*: “Educação Matemática” + “ensino remoto” + “pandemia”, identificou-se a presença de 149 trabalhos. Após a leitura e análise, foram selecionados os trabalhos conforme mostra no Quadro 2.

Quadro 2. Resultados da busca da Revisão Sistemática no *Google Scholar*

Autor (es) /Ano	Título	Tipo	Periódico
Gislaine Rayana Freitas dos Santos (2020).	Ensino de matemática: concepções sobre o conhecimento matemático e a resignificação do método de ensino em tempos de pandemia.	Artigo	Revista Culturas & Fronteiras
Ismael Santos do Nascimento (2020).	Ensino de potenciação: uma pesquisa sobre a prática docente durante o ensino remoto.	Trabalho de Conclusão de Curso	-
Eric Cardoso Soares; Vanessa Sousa da Costa; Ícaro Fillipe de Araújo Castro (2020).	As perspectivas de discentes relacionadas ao ensino remoto nas disciplinas ciência e matemática de uma escola estadual de Uruaú – PI	Artigo	Sociedade 5.0: educação, ciência, tecnologia e amor
Graziela Zorzo; Angélica Maria de Gasperi; Lucas de Freitas da Rosa; Rúbia Emmel (2020).	As TIC's no ensino de matemática e a problematização do Teorema de Tales em contexto de ensino remoto	Artigo	Educação nas Ciências
Rackel Peralva Menezes Vasconcellos; Cristiana Barcelos da Silva; Carlos Henrique Medeiros de Souza; Poliana Campos Côrtes Luna; Priscila Cristina da Silva Maciel (2020).	Reflexões sobre o uso de tecnologias digitais em tempos de pandemia na educação básica da rede pública de ensino	Capítulo de Livro	Educação Presencial e a Distância: Desafios e Reflexões
Italândia Ferreira de Azevedo; Monaliza de Azevedo; Francisco Régis Vieira (2020).	Objetos de Aprendizagem que abordam o pensamento algébrico nos anos iniciais: uma proposta para o ensino de sequências e padrões	Artigo	Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico
José Lucas de Souza Júnior (2020).	Dificuldades e desafios do ensino da Matemática na pandemia	Trabalho de Conclusão de Curso	-
Sandra Konzen (2020).	Reflexões acerca do uso do Khan Academy para o ensino de semelhança de Triângulos em aulas remotas.	Dissertação de Mestrado	-
João Nazareno Pantoja; João Cláudio Brandemberg (2021).	Tecnologias digitais da informação e comunicação no Ensino de Matemática em tempos de pandemia.	Artigo	Boletim Cearense de Educação e História da Matemática
Arianny de Sousa Lira; Danilo do Carmo de Souza; Francisco Ellivelton Barbosa; Juscileide Braga de Castro (2020).	Tecnologias digitais e Geometria Espacial: contribuições de uma formação de professores na perspectiva do Ensino Remoto.	Artigo	IX Congresso Brasileiro de Informática na Educação

Fonte: Dados da Pesquisa

Ao buscar trabalhos no banco de dados do Portal de Busca Integrada (PBi) da Universidade de São Paulo (USP) utilizando a *string*: “Educação Matemática” + “ensino remoto” + “pandemia”, foram encontradas apenas 2 pesquisas descritas no Quadro 3.

Quadro 3. Resultados da busca da Revisão Sistemática no PBi da USP

Autores / Ano	Título	Tipo	Periódico
Daniel de Oliveira Lima; Lilian Nasser (2020).	Avaliação no Ensino Remoto de Matemática: analisando categorias de respostas	Artigo	Revista Baiana de Educação Matemática
Janainne Nunes Alves, Bruno Lopes de Faria, Paulo Giovane Aparecido Lemos, Claudiane Moreira Costa, Cléber Silva e Silva, Ramony Maria da Silva Reis Oliveira (2020).	Ciências na pandemia: uma proposta pedagógica que envolve interdisciplinaridade e contextualização	Artigo	Revista Thema

Fonte: Dados da Pesquisa



Já a busca realizada no Portal de Periódicos da CAPES, ainda com a mesma *string* (“Educação Matemática” + “ensino remoto” + “pandemia”) retornou apenas um artigo detalhado no Quadro 4.

Quadro 4. Resultados da busca da Revisão Sistemática no Portal de Periódicos da CAPES

Autores / Ano	Título	Tipo	Periódico
Marcele da Silva Santos e Neide da Fonseca Parracho Sant’anna (2020).	Reflexões sobre os desafios para a aprendizagem matemática na Educação Básica durante a quarentena	Artigo	Revista Baiana de Educação Matemática

Fonte: Dados da Pesquisa

No total, a RSL retornou 13 pesquisas, sendo 2 monografias, 1 capítulo de livro, 1 dissertação e 9 artigos. Tais pesquisas apresentaram as características procuradas pela revisão e um breve detalhamento de cada um desses trabalhos será descrito ao longo do texto.

No primeiro trabalho, o artigo “Ensino de Matemática: concepções sobre o conhecimento matemático e a resignificação do método de ensino em tempos de pandemia” (2020), Santos apresentou os resultados de uma pesquisa qualitativa que, por meio do levantamento bibliográfico, abordou os desafios e dificuldades enfrentadas por professores e alunos na sala de aula do *Google Classroom*. O estudo indica que, nesse contexto, a pandemia trouxe um panorama desafiador para o processo de ensino: escolas fechadas, professores ensinando a distância e alunos usando os meios tecnológicos como objetos de aprendizagem.

Nessa pesquisa, buscou-se conhecer as concepções sobre o conhecimento matemático e a resignificação do método de ensino em tempos de atividades remotas, direcionando os olhares para a aplicação das aulas em tempo de pandemia, com ênfase na modalidade do Ensino Fundamental. Nesse sentido, o dinamismo que resignificou a escola, na atualidade, está localizada no computador, no celular ou *tablet*; está inserida nesses recursos tecnológicos, considerando o computador como um elemento transdisciplinar para favorecer a proposta didática. Concluiu-se que o novo papel do professor, nesses tempos de pandemia, é o de gerenciar, de facilitar o processo de aprendizagem e, naturalmente, de interagir com o aluno na produção e crítica de novos conhecimentos, e isso é essencialmente o que justifica a pesquisa.

No trabalho seguinte, Nascimento (2020), buscou respostas sobre como estariam funcionando as aulas de Matemática do Ensino Fundamental por meio do ensino remoto e, especificamente, como ensinar potenciação por meio remoto. Deste modo, realizou uma pesquisa com o objetivo de analisar a prática docente no ensino de potenciação em turma do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede de ensino privada do município de João Pessoa, no estado da Paraíba. Segundo a autora, tal unidade foi escolhida por ser adepta da metodologia do ensino híbrido e da sala de aula invertida. Essa pesquisa foi





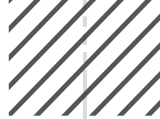
fundamentada teoricamente em um estudo direcionado à história do conteúdo de potenciação em Malba Tahan (1965) e em Alice Menezes (2014).

Seguindo as orientações da BNCC (BRASIL, 2018), Nascimento (2020) recorreu às informações sobre o ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e sobre o ensino do conteúdo de potenciação. Na sequência, estudou sobre o sistema de ensino remoto, buscando identificar as principais dificuldades dos alunos no conteúdo de potenciação, a metodologia aplicada pelo professor durante a aula remota de potenciação, o uso das tecnologias digitais no ensino remoto e a concepção do professor sobre ensino de Potenciação por meio do ensino remoto. Para tanto, valeu-se da pesquisa aplicada de caráter exploratório, que utiliza o método observacional como procedimento de investigação, aplicado com uma abordagem de caráter qualitativo. Concluiu-se que a abordagem do ensino de Potenciação de forma remota para os alunos desta turma do 7º ano do Ensino Fundamental não se caracterizou como uma boa opção e constatou-se que existem elementos que podem ser melhorados, em caso de persistência da pandemia da Covid-19.

Na sequência, Soares e outros (2020), diante dessa realidade de pandemia e dos desafios do uso de novas estratégias pedagógicas, capacitação docente, adaptação dos estudantes, saúde mental da comunidade, gerência do tempo para estudo, e a garantia de acesso à internet, buscaram relatar as perspectivas, relacionadas ao ensino remoto das disciplinas Ciências e Matemática para de 54 alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, de uma Escola Estadual de Uruçuí-PI, com idades entre 12 e 17 anos. A metodologia utilizada foi de natureza observacional, do tipo pesquisa de campo, com abordagem qualitativa (FONTELLES et al., 2009). Para a coleta de dados, foi utilizado um questionário, elaborado com auxílio da ferramenta *Google Forms*, composto por 19 questões fechadas, com questionamentos diversos sobre a percepção dos alunos quanto ao ensino remoto em Ciências e Matemática. O mesmo foi disponibilizado por meio de um *link* para acesso dos alunos, os quais só poderiam registrar uma única resposta.

A partir da análise dos dados, constatou-se que os alunos consideraram satisfatórias suas aprendizagens em relação ao ensino remoto de Ciências e Matemática, corroborando com o grau de satisfação dos mesmos referentes às aulas ministradas pelos professores das disciplinas nessa modalidade de ensino. Dentre os recursos que são considerados preferíveis para a aprendizagem durante as aulas remotas, os discentes ressaltaram as plataformas *Whatsapp*, *Google Sala de Aula* e a adesão das videoaulas, sejam retiradas do *YouTube* ou produzidas pelo professor. Salientaram que os recursos destacados na pesquisa são necessários para amparar o processo de ensino, mas não são suficientes. Além disso, o uso de metodologias ativas é pouco explorado, como expressam os alunos. Assim, esperam





contribuir para o aperfeiçoamento e dinâmica do ensino remoto, estimulando/auxiliando o processo de ensino e aprendizagem.

Zorzo e outros (2020), neste contexto de pandemia, em que as aulas remotas tornaram-se alternativas para a continuidade das práticas de ensino, fazendo com que os estudantes tenham algum acompanhamento no desenvolvimento das tarefas, mesmo que seja a distância, reconheceram a importância das TIC como instrumento metodológico, ressaltando as diversas possibilidades a serem exploradas para estimular o desenvolvimento cognitivo dos estudantes e as aprendizagens em tempos de isolamento. Os autores partiram dos questionamentos de como ensinar, nesse contexto, o Teorema de Tales, aos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, incorporando o uso de aplicativos - tais como o GeoGebra ou demais TIC, atraindo e enriquecendo as aulas de Matemática. Eles perceberam que a tecnologia possui potencial quando está aliada ao ensino de Matemática, desde que mediada com êxito, já que os alunos expressaram amplos interesses pelas atividades desenvolvidas no âmbito digital como alternativa para a continuidade das aulas. Assim, frente ao isolamento social, foi necessário organizar um roteiro de planejamento e gravação de aula, trazendo novas atualizações tecnológicas como amparo e subsídio a serem utilizadas nas aulas de Matemática. Durante a pesquisa, os estudantes fizeram as atividades do Teorema de Tales, realizando as construções com a mediação de um tutor, com as instruções necessárias para utilização do *software* GeoGebra, que é um aplicativo gratuito de matemática dinâmica que combina conceitos de geometria e álgebra em uma única interface gráfica.

Ainda no artigo de Zorzo e outros (2020), constatou-se que os estudantes podiam rever os conceitos de retas paralelas e transversais, diferenciando-os. Na sequência da construção, ao fazerem a verificação dos segmentos correspondentes às suas razões e proporcionalidades, os alunos foram instigados a dialogar com os colegas para interagir e problematizar o que estava acontecendo. Com o fechamento da atividade do GeoGebra, os estudantes fizeram a atividade com o *Quiz* do Teorema de Tales na Plataforma *Kahoot*, que é gratuita e permite a criação e utilização de jogos de aprendizado de múltipla escolha e podem ser acessados pelo aplicativo *Kahoot* ou do navegador da *Web*. Os estudantes foram orientados a responder individualmente, em seu *Smartphone* ou computador. Ao final desta atividade, a plataforma apresentou o *Feedback* em formato de gráficos, mostrando o desempenho dos estudantes quanto ao entendimento da atividade proposta até o momento e, assim, puderam avaliar o entendimento dos estudantes de maneira divertida, prática e rápida. Os pesquisadores concluíram que o uso das TIC pode tornar a aprendizagem mais significativa. Entretanto, uma das maiores dificuldades ao se planejar uma aula remota encontra-se na falta de preparo e de conhecimento por parte do professor frente aos *softwares* e plataformas nos quais desenvolverá sua aula, sobretudo em se adequar as tecnologias ao





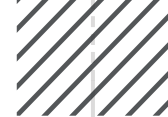
tema da aula, pois muitos professores carecem de uma alfabetização tecnológica/cibercultural. Diante desta constatação, verificaram a possibilidade de se atender adequadamente à demanda de aulas remotas decorrentes da pandemia, bem como acreditavam que, para além das desigualdades na educação, ocasionadas pela falta de formação digital, há também desigualdades que afetam a qualidade das aulas remotas, tais como disparidades ligadas ao acesso e à infraestrutura de redes, bem como na disponibilidade de artefatos digitais.

O trabalho de Vasconcellos, Silva, Souza, Campos e Maciel (2020), cujo título é “Reflexões sobre o uso de Tecnologias Digitais em tempos de pandemia na Educação Básica da rede pública de ensino”, consta como capítulo de livro e trata de reflexões sobre as possibilidades e desafios do uso das tecnologias digitais como instrumento imperativo na remodelação da Educação Básica da rede pública de ensino. Diante da pandemia do Covid-19, que atingiu todos os âmbitos da sociedade, os autores pontuaram a tentativa da educação de se reorganizar, utilizando-se de novas estratégias e instrumentos para cumprir seu papel. No Estado do Rio de Janeiro, assim como no restante do Brasil, os professores de Educação Básica da rede pública de ensino foram levados a, quase que de forma instantânea, aprender a manusear e lecionar em plataformas digitais. Alunos de todas as regiões, muitas vezes sem aparelho celular ou computador em sua residência, além do escasso acesso à *internet*, foram apresentados a um modelo de aulas caracterizado como ensino remoto.

Vasconcellos e outros (2020) salientaram que a proposta de ensino remoto é vista por alguns como evolução tecnológica no campo da educação, pelo fato de oportunizar aprendizado a todos e em qualquer lugar, ao passo que, para outros, apresenta-se como retrocesso no processo de ensino e aprendizagem, promovendo a desvalorização do ambiente educacional e do corpo docente, que passam a ser tratados como processos inseridos na lógica capitalista. Outro ponto relevante e que merece destaque é o fato de que os professores da Educação Básica, em muitos casos, possuem certa resistência e dificuldade quanto ao uso da tecnologia, porque, de fato, há ausência dessa base de saberes na formação inicial. Eles pontuam que o acesso a aparelhos tecnológicos e à *internet* não garantem o conhecimento e destreza no uso das tecnologias, no que diz respeito às plataformas de Ensino à Distância, mas defendem que a construção do processo educacional no cenário atual é permeada pela tecnologia e, sem dúvida, ela se mostra hoje como um instrumento imperativo para a transmissão do saber, percorrendo caminhos ainda desconhecidos e desafiantes.

Em seu artigo, Azevedo, Silva e Alves (2020) tratam de objetos de aprendizagem que abordam o pensamento algébrico nos anos iniciais. A partir da preocupação com a aprendizagem dos alunos nesse novo cenário decorrente da pandemia da Covid-19, eles apresentam uma proposta para o ensino de sequências e padrões nos anos iniciais do Ensino Fundamental, sendo este o período escolar bem produtivo para a construção do pensamento





lógico, algébrico e geométrico. Para tanto, abordam as mudanças de metodologias e práticas de ensino durante aulas remotas, fazendo com que os professores tivessem que inovar e inserir tecnologias digitais, abordando, especificamente, as habilidades que necessitam de conceitos que exploram o pensamento algébrico do aluno dos anos iniciais, nesse período de ensino remoto. Nessa direção, os autores descreveram uma proposta pedagógica, cujo objetivo foi a apresentação de plataformas digitais e Objetos de Aprendizagem (OA) que abordassem o objeto do conhecimento, sequências e padrões, como forma de auxiliar na construção do pensamento algébrico dos alunos. Vale destacar que esse conteúdo matemático está presente desde os anos escolares iniciais, estendendo-se até o final da Educação Básica, sendo relevante para a construção do pensamento algébrico. A abordagem metodológica utilizada segue os pressupostos oriundos da pesquisa qualitativa do tipo exploratória. Para isso, realizou-se um estudo em plataformas e portais digitais na busca de OA que abordassem o ensino de sequências e padrões numéricos. Por fim, esperam que esses recursos digitais possam fazer parte do planejamento e das propostas didáticas dos professores que ensinam Matemática, para ampliar as metodologias de ensino, tendo as tecnologias digitais como suporte pedagógico.

Souza Jr. (2020), em seu trabalho de conclusão de curso, procurou analisar e discutir as dificuldades e desafios do ensino da Matemática na pandemia durante o ano de 2020, especificamente nas escolas do município de Guarabira/PB, tendo como objeto de estudo as aulas remotas de Matemática ministradas nas turmas de 9º ano do Ensino Fundamental. O trabalho trata de apresentar considerações relevantes sobre os desafios e dificuldades que alunos e professores tiveram que superar para que o processo de ensino-aprendizagem ocorresse sem muitos prejuízos. Os professores de Matemática tiveram que se reinventar profissionalmente, utilizando diversos recursos tecnológicos como: manusear câmeras, conectar aplicativos e programas, transmitir conteúdos educacionais pelas redes sociais, para que as aulas realizadas a distância continuassem e os alunos se mantivessem atentos, interessados e motivados, com o mínimo de qualidade das aulas presenciais.

Konzen (2020), em sua dissertação de mestrado, apresentou reflexões sobre o uso da plataforma *Khan Academy*, para o ensino de Semelhança de Triângulos em aulas remotas devido à pandemia da Covid-19. Esta pesquisa apresentou um dos maiores desafios para professores da Educação Básica, que foi trabalhar os conteúdos relacionados às suas disciplinas e encontrar metodologias adequadas para melhorar a aprendizagem dos alunos. Para tanto, elaborou uma proposta pedagógica implementada em uma turma do 9º Ano do Ensino Fundamental, em uma escola da rede estadual de Santa Catarina. A metodologia e os recursos tecnológicos digitais foram escolhidos com o objetivo de inserir as tecnologias digitais nas aulas de Matemática, bem como auxiliar no desenvolvimento das aulas remotas.





Uma das dificuldades observadas foi a falta de adesão dos alunos às aulas remotas e, além disso, alguns alunos que aderiram acabaram não enviando todas as atividades desenvolvidas, bem como verificaram a necessidade da ocorrência de aulas síncronas. Por outro lado, a plataforma *Khan Academy* mostrou-se bastante eficiente para seu uso no ensino remoto, possuindo diversas funcionalidades, sendo completa em relação aos conteúdos ofertados, com opções para que cada aluno pudesse seguir seu próprio ritmo de estudos como, por exemplo, pausar os vídeos e assistir quantas vezes fosse necessário. Konzen (2020) concluiu, em seus estudos, como positivo o uso do aplicativo *Khan Academy* para o ensino de Semelhança de Triângulos.

O artigo de Pantoja e Brandemberg (2021) tem como objetivo apresentar algumas possibilidades de utilização didática de recursos oferecidos por certas plataformas digitais, tais como *Google Classroom*, *Google Meet*, *Zoom*, *Microsoft Teams*, *YouTube*, além das redes sociais, como *Instagram* e *Facebook*, para que os professores utilizem-nos da melhor maneira em suas aulas remotas, uma vez que algumas redes de ensino limitaram a utilização desses recursos para o envio de materiais e o estabelecimento de contato com seus alunos. No início do texto, é feita a diferenciação entre o ensino remoto e a EaD. Segundo os autores, logo no início da pandemia, as pessoas os consideravam similares, quando, na verdade, estes possuem apenas uma semelhança, que é a utilização das tecnologias digitais. Enquanto a EaD se constitui em uma modalidade de ensino prevista pela LDB e reconhecida pelo MEC, o ensino remoto se apresenta, no contexto, como uma forma de docência emergencial, possuindo, assim, um embasamento semelhante ao ensino presencial. Ainda na apresentação dos conceitos, os autores estabeleceram a distinção entre os termos tecnologia, Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC). Na última sessão do texto, os autores exemplificam, com uma aula de poliedros, algumas das possibilidades já apresentadas anteriormente para a utilização do *Google Classroom*.

Esse artigo defende a necessidade de uma formação continuada em tecnologias digitais voltada para os professores, pois, de acordo com os autores, muitos só sabem o básico e poucos têm o conhecimento necessário para o emprego de ferramentas digitais, como recurso para o ensino/aprendizagem. Assim, o texto reafirma a necessidade de os professores não continuarem “obsoletos”, tendo em vista todas as mudanças tecnológicas ocorridas em nossa sociedade. Logo, se faz necessário que os docentes leiam, estudem e conheçam esses novos recursos, buscando incorporá-los às suas práticas cotidianas. Embora bem detalhado, compreendemos que o texto não tem a pretensão de criar um “passo a passo” para a prática docente mediada pelas TDIC, mas, sim, apresentar possíveis recursos que





possam vir a contribuir para o desenvolvimento das aulas remotas, tornando-os acessíveis, de forma que os professores possam pesquisar, conhecer e aplicar cada um deles.

Lira, Souza, Barbosa e Castro (2020) relatam em seu artigo o processo de aplicação de uma oficina intitulada “Prototipação de *puzzles* geométricos para o Ensino Médio”, cuja proposta era o desenvolvimento de atividades práticas, mediadas pelas TDIC, para se desenvolver o pensamento geométrico. A oficina faz parte de uma pesquisa de mestrado em andamento e foi desenvolvida em formato de curso, que teve cerca de um mês de duração e contou com 15 professores cursistas. Os encontros ocorreram por meio do *Google Meet*, e o material relacionado era postado no *Google Classroom*. A principal abordagem dos encontros foi a apresentação e utilização do GeoGebra, um aplicativo de Matemática dinâmica que concilia conceitos da Geometria e da Álgebra como forma de construir quebra-cabeças, para que os alunos pudessem compreender as figuras planas e espaciais nesse estudo. Foi apresentada aos cursistas a possibilidade de se utilizar o aplicativo no *smartphone*, o que alguns sinalizaram como de especial importância, uma vez que muitos de seus alunos não possuíam computador.

Todo o processo se deu de forma colaborativa, visto que alguns cursistas já tinham uma boa noção do aplicativo. Com isso, as contribuições se revelaram bastante efetivas, possibilitando que tanto os cursistas, quanto os professores formadores, pudessem compartilhar seus saberes e práticas. Ao final da oficina, os professores responderam um questionário, e muitos se mostraram interessados em utilizar o GeoGebra em suas aulas. Um dos participantes, inclusive, relatou que já estava refazendo todas as suas aulas, incorporando, agora, o *software*.

O artigo de Lima e Nasser (2020) relata a experiência de avaliação no contexto do ensino remoto emergencial com três turmas da 2ª série do Ensino Médio. A metodologia adotada parte de uma situação problema estruturada no ambiente de aprendizagem com referências à realidade. O modelo utilizado pelos autores se baseia em uma pesquisa que objetivava promover reflexão e compreensão sobre a análise do comportamento da infecção pelo vírus a partir da aplicação da função exponencial. De acordo com o objetivo da investigação, os alunos tinham que explicar a diferença entre as funções exponencial, linear e quadrática, a partir de informações de um texto disponibilizado *online* sobre o tema. Em outro momento, os alunos acessaram um material também *online*, para entender alguns conceitos relacionados à Covid-19, como a taxa de contágio, velocidade de transmissão, e de que forma esses conceitos se relacionam com funções exponenciais. Tal investigação revelou a possibilidade de se construir um modelo avaliativo que utilize dados reais, que valorize a atividade investigativa da avaliação e que proporcione o desenvolvimento de processos mais complexos de pensamento dos alunos, por meio da resolução de problemas e da análise, interpretação e apresentação de dados ou, ainda, da realização de experiências de natureza





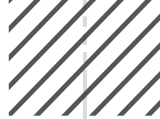
diversa. Ao final do estudo, os autores concluíram que a experiência realizada indica que é possível ampliar o processo de avaliação usando as tecnologias digitais.

O artigo seguinte é um estudo realizado por Alves e outros (2020) que discute a interdisciplinaridade e a mediação tecnológica como alternativa ao processo educacional no contexto emergencial da pandemia. A proposta dos autores é estabelecer uma fundamentação teórico-metodológica para o ensino remoto e relacionar as unidades curriculares de Matemática, Química e Informática a temas centrais para o diálogo e construção contextualizada do conhecimento. Com o auxílio de recursos digitais como a plataforma *Google Classroom*, os conteúdos foram disponibilizados aos estudantes e considerados como informações relevantes para compreensão das características e formas de propagação do novo coronavírus (SARS-CoV-2). Os autores observaram que tanto a plataforma quanto a metodologia adotada permitiram que os estudantes adquirissem competências para interpretar a complexidade do momento atual, por meio de conhecimentos indispensáveis à formação de opinião e enfrentamento do vírus, além de permitirem uma boa interação entre os sujeitos. Os autores ressaltaram que as metodologias abordadas em sua investigação permitem, pela contextualização e interdisciplinaridade, uma atuação consciente e ativa dos estudantes na sociedade, ao mesmo tempo em que são abordados conteúdos programáticos do Ensino Médio.

Por último, o artigo de Santos e Sant'anna (2020) traz uma reflexão a respeito dos desafios para a aprendizagem Matemática na Educação Básica durante a quarentena. Em seu texto, os autores descrevem o quadro da atual pandemia mundial e como isso se reflete na Educação, destacando as diretrizes legais promulgadas para o ensino remoto, além das dificuldades encontradas por alunos e professores nesse cenário. Ressaltam os desafios docentes diante das tecnologias, apresentando alguns recursos metodológicos disponíveis e a importância da formação docente continuada e tecnológica do professor. Os autores ainda sugerem uma atividade aplicada em uma turma de 7º ano. A atividade consiste em uma pirâmide numérica construída no programa de Planilhas *Google*, em que a lógica de programação utilizada se relaciona à própria entrada das células na planilha com os resultados esperados. Ao realizarem a atividade, os alunos tiveram um tempo para descobrir a lógica e, dessa forma, iam indicando-a na planilha, e aqueles que conseguissem encontrar a lógica, explicariam-na para os que não haviam tido sucesso. Todo o processo foi mediado pela professora de Matemática da turma. Dessa forma, os alunos conseguiram preencher corretamente a planilha de forma conjunta. Os autores concluem que é muito importante atentar para os impactos causados pela pandemia, tanto na escola, quanto no âmbito psicológico dos alunos e dos professores. Acreditam, também, que o ensino pós-pandemia será híbrido e em perspectivas diferentes em relação aos papéis de alunos e professores.

A seguir, faremos uma apresentação sucinta sobre a metodologia utilizada para o ensino remoto de cada trabalho, com intuito de divulgar os mesmos para amenizar a inquietude





pela qual a grande maioria de professores e professoras está passando com o ensino remoto nesta pandemia.

A partir das pesquisas brevemente retratadas anteriormente, esboçamos o Quadro 5 que contém, de maneira resumida, a metodologia para o ensino remoto de Matemática abordada em cada uma das investigações por parte desta Revisão Sistemática da Literatura.

Quadro 5. Resumo das metodologias para o ensino remoto de Matemática nos trabalhos oriundos da RSL

Autor(es)	Metodologia
Santos (2020)	Pesquisa qualitativa, na modalidade bibliográfica, com os procedimentos extraídos pelas narrativas sobre os desafios e dificuldades enfrentadas pelos professores e pelos alunos na sala de aula do <i>Google Classroom</i> .
Nascimento (2020)	Pesquisa aplicada de caráter exploratório, utilizando o método observacional como procedimento de investigação, aplicado em uma abordagem de caráter qualitativo. Teve como objetivo analisar a prática docente no ensino de potenciação em turma do 7º ano do Ensino Fundamental, de uma escola da rede de ensino privada da Paraíba, adepta da metodologia do ensino híbrido e da sala de aula invertida.
Soares et al. (2020)	Metodologia observacional, do tipo pesquisa de campo com abordagem qualitativa. Para a coleta de dados, foi utilizado um questionário, elaborado com auxílio da ferramenta <i>Google Forms</i> , formado por 19 questões fechadas, com questionamentos diversos sobre a percepção dos alunos quanto ao ensino remoto em Ciências e Matemática, sendo disponibilizado um <i>link</i> para acesso ao questionário para os alunos, os quais só poderiam registrar uma única resposta
Zorzo et al. (2020)	Construções geométricas auxiliadas pelo <i>software</i> GeoGebra no estudo do Teorema de Tales, junto com a mediação de um tutor. O <i>software</i> também é disponibilizado <i>online</i> e permite uma interação do usuário com as construções já feitas na tela do aplicativo. Uso do aplicativo <i>Kahoot</i> com o jogo <i>Quiz</i> do Teorema de Tales <i>online</i> como forma de avaliação dos alunos. O jogo retorna gráficos de desempenho dos alunos.
Vasconcellos et al (2020)	Reflexões sobre as possibilidades e desafios do uso das tecnologias digitais, como instrumento imperativo na remodelação da Educação Básica da rede pública de ensino, diante da pandemia Covid-19, que atingiu todos os âmbitos da sociedade, pontuando a tentativa da educação de se reorganizar, utilizando-se de novas estratégias e instrumentos de ensino.
Azevedo, Silva e Alves (2020)	Abordagem metodológica utilizada: pressupostos oriundos da pesquisa qualitativa do tipo exploratória. Fizeram um estudo em plataformas e portais digitais na busca de Objetos de Aprendizagem que abordassem o ensino de sequências e padrões numéricos, na construção do pensamento algébrico, em alunos dos anos escolares iniciais.
Souza Junior (2020)	Analisar e discutir as dificuldades e desafios do ensino da Matemática na pandemia, durante o ano de 2020, especificamente nas escolas do município de Guarabira/PB, tendo como objeto de estudo as aulas remotas de Matemática ministradas nas turmas de 9º ano do ensino fundamental.
Konzen (2020)	Uso da plataforma <i>Khan Academy</i> para o ensino de Semelhança de Triângulos. A plataforma oferece muitos conteúdos e recursos no estudo de tal tema, como vídeos, textos e atividades <i>online</i> elaborados por educadores, bem como o conteúdo organizado por aulas e sessões específicas de estudo. O aluno consegue obter uma avaliação do seu progresso e desempenho.
Pantoja e Brandenberg (2021)	De forma resumida são apresentados vários recursos para aulas síncronas e assíncronas, como: <i>Google Classroom</i> , <i>Meet</i> , <i>Zoom</i> e <i>Microsoft Teams</i> . Através de <i>prints</i> dos aplicativos.
Castro et al. (2020)	Uso do <i>software</i> GeoGebra na construção de um quebra-cabeças para contribuir na compreensão dos alunos sobre figuras planas e espaciais. O uso do GeoGebra pode ser por meio de um aplicativo no <i>smartphone</i> , <i>online</i> ou no computador. O aplicativo apresenta uma interface fácil e intuitiva fazendo com que os alunos fiquem interessados, ainda mais podendo ser usado direto pelo celular.
Lima e Nasser (2020)	A pesquisa <i>online</i> realizada tinha como foco a importância da aplicação da função exponencial na análise do comportamento da infecção pelo vírus. As etapas da pesquisa executada pelos alunos foram: 1. Explicar a diferença entre as funções exponencial, linear e quadrática. 2. Investigar sobre as taxas de contágio da Covid e velocidade de transmissão do vírus e como esses conceitos se relaciona com as funções exponenciais. 3. Comparar a curva de contágio da Covid-19 entre o Brasil e outros países. 4. Responder a pergunta: "Como a Matemática pode contribuir para o combate à pandemia do Covid-19?".
Alves et al. (2020)	Por meio de plataformas digitais (<i>Classroom</i> e <i>YouTube</i>) foram desenvolvidas atividades como videoaulas, estudos dirigidos, fóruns, videoconferências e <i>podcasts</i> de acordo com os temas: tecnologias no controle das pandemias, estrutura viral do coronavírus e a ação de sanitizantes no controle de contágio, mapeamento da disseminação do coronavírus no contexto local, função exponencial e logarítmica como modelos de evolução dos dados da Covid-19.
Santos e Sant'anna (2020)	Uso do aplicativo Planilhas <i>Google</i> no desenvolvimento de uma pirâmide numérica, onde a lógica de programação utilizada foi na própria entrada das células na planilha, com os resultados esperados. Os alunos podem realizar as atividades online e ao mesmo tempo, pois o arquivo é disponibilizado em tempo real para todos.

Fonte: Dados da Pesquisa

A partir desse quadro é possível notar as diferentes metodologias utilizadas em diferentes grupos de alunos com variados conteúdos. Como o quadro traz apenas uma indicação das





metodologias, o ideal para o leitor/professor(a) que queira saber mais sobre as pesquisas seria acessá-las integralmente, de acordo com as referências indicadas ao final desse trabalho.

■ CONCLUSÃO

Ao longo de um ano de pandemia do coronavírus (SARS-CoV-2), foi possível perceber que, mesmo em um período curto, produziu-se um número significativo de pesquisas que foram publicadas sobre metodologias para o ensino remoto de Matemática. Tais pesquisas não só abordaram o caráter metodológico dessas atividades, mas também levaram em consideração fatores que, de certa forma, influenciaram o ensino remoto: os riscos da doença em si, as dificuldades digitais de alunos e professores, as relações sociais interrompidas, as dificuldades na comunicação, o aprendizado e descoberta de novos recursos digitais, o sucesso na aprendizagem entre outros fatores que estão ligados, direta ou indiretamente, com a aprendizagem dos estudantes nesse período.

Acreditamos que há ainda muito mais investigações em andamento diante desse cenário inédito para a educação brasileira e também para o mundo inteiro, quando muitos desafios e avanços são encarados todos os dias e que merecem reflexão e divulgação. Diante disso, é de grande valia que os trabalhos acadêmicos possam servir de incentivo para o trabalho docente daqueles que estão se sentindo fragilizados em meio a tantas informações e da necessidade impositiva da apropriação tecnológica, e de sua incorporação às práticas pedagógicas.

Este artigo, por meio da Revisão Sistemática da Literatura, buscou trazer contribuições da prática de professores que ensinam Matemática, destacando os procedimentos metodológicos consolidados no ensino remoto, estreitando, assim, as relações entre a prática e a teoria. Em outras palavras, buscou-se proporcionar instrumentos didáticos que pudesse corroborar ou mesmo incrementar o trabalho docente. Ainda vale destacar que a maioria dessas metodologias se desenvolveu exatamente nesse contexto, valendo-se de críticas e apontamentos que podem vir a auxiliar o professor na utilização e/ou adaptação dessa mesma metodologia com as suas classes na Educação Básica.

Assim, esperamos que o ensino remoto praticado possa ser amparado por pesquisas de qualidade, revelando, portanto, um olhar mais atento para todo o processo de ensino e de aprendizagem, mesmo em um cenário fortemente marcado pelas adversidades decorrentes da pandemia da Covid-19. É importante levar em consideração, ao longo do processo, toda e qualquer dificuldade enfrentada, tanto por alunos e professores, quanto pela repercussão de suas ações no ensino remoto, conforme já destacado neste artigo. Neste sentido, todo o planejamento docente, bem como as metodologias empregadas nesse processo, precisam





estar de acordo com a realidade educacional local, pois isso implicará de maneira direta no desempenho de alunos e professores.

■ REFERÊNCIAS

1. ALVES, J. N.; DE FARIA, B. L.; LEMOS, P. G. A.; COSTA, C. M.; E SILVA, C. S.; REIS OLIVEIRA, R. M. da S. Ciências na pandemia: uma proposta pedagógica que envolve interdisciplinaridade e contextualização. **Revista Thema**, [S. l.], v. 18, n. ESPECIAL, p. 184-203, 2020. DOI: 10.15536/thema.V18. Disponível em: <http://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/1850>. Acesso em: 22 mar. 2021.
2. AZEVEDO, I.; SILVA, M.; ALVES, F. Objetos de Aprendizagem que abordam o pensamento algébrico nos anos iniciais: uma proposta para o ensino de sequências e padrões. **Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico**, v. 6, Edição Especial Desafios e Avanços 1 Educacionais em Tempos da COVID-19, e149020, 2020.
3. BRASIL, Ministério da Educação. **BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR: EDUCAÇÃO É A BASE**. 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf. Acesso em: 04 abr. 2021.
4. FONTELLES, M. J.; SIMÕES, M. G.; FARIAS, S. H.; FONTELLES, R. G. S. Metodologia da pesquisa científica: diretrizes para a elaboração de um protocolo de pesquisa. **Revista para-ense de medicina**. v. 23, n. 3, 2009.
5. KONZEN, S. **Reflexões acerca do uso do Khan Academy para o ensino de semelhança de triângulos em aulas remotas**. Dissertação de Mestrado da Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS. Santa Catarina, 2020.
6. LIMA, D. DE O.; NASSER, L. Avaliação no Ensino Remoto de Matemática: analisando categorias de respostas. **Revista Baiana de Educação Matemática**, v. 1, p. 01-19, e202018, dez. 2020. DOI: 10.47207/rbem.v1i.10311. Disponível em: <https://www.revistas.uneb.br/index.php/baeducmatematica/article/view/10311>. Acesso em: 22mar. 2021.
7. MENEZES, Alice V. D. **A contribuição dos jogos para a aprendizagem da potenciação e radiciação no 9º ano**: uma proposta de ensino. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Vale do São Francisco. Programa Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Bahia, 2014.
8. NASCIMENTO, I. **Ensino de potenciação**: uma pesquisa sobre a prática docente durante o ensino remoto. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal da Paraíba - UFPB, Paraíba, 2020.
9. NÚCLEO DE INFORMAÇÃO E COORDENAÇÃO DO PONTO BR (NIC.BR). [ed.]. **TIC Domícílios – 2019**. Cetic.br, 2020a. Disponível em: https://cetic.br/media/docs/publicacoes/2/20201123121817/tic_dom_2019_livro_eletronico.pdf. Acesso em: 22 mar 2021.
10. _____. **TIC Educação – 2019**. Cetic.br, 2020b. Disponível em: https://cetic.br/media/docs/publicacoes/2/20201123090925/resumo_executivo_tic_edu_2019.pdf. Acesso em: 22 mar. 2021.
11. PAULA, S. C. R. de; RODRIGUES, C. K.; SILVA, J.C. da. **Educação Matemática e tecnologia: articulando práticas geométricas**. 1 ed. Curitiba: Appris, 2016.





12. SAMPAIO, RF; MANCINI, MC. Estudos de revisão sistemática: um guia para síntese criteriosa da evidência científica. **Revista Brasileira de Fisioterapia**, São Carlos, v. 11, n. 1, p. 83-89, fev.2007. DOI: <https://doi.org/10.1590/S1413-35552007000100013>. Disponível em: <<https://www.scielo.br/pdf/rbfis/v11n1/12.pdf>>. Acesso em: 23 mar. 2021.
13. SANTOS, G. Ensino de Matemática: Concepções sobre o conhecimento matemático e a ressignificação do método de ensino em tempos de pandemia. **Revista Culturas & Fronteiras** - v. 2, n. 2 - Julho/2020. Grupo de Estudos Interdisciplinares das Fronteiras Amazônicas-GEIFA/UNIR. Disponível em: <http://www.periodicos.unir.br/index.php/index/user>. Acesso em: 22 mar. 2021.
14. SANTOS, M. S.; SANT'ANNA, N. da F. P. Reflexões sobre os desafios para a aprendizagem matemática na Educação Básica durante a quarentena. **Revista Baiana de Educação Matemática**, v. 1, p. 01-22, e202013, dez. 2020. DOI: 10.47207/rbem.v1i.10240. Disponível em: <https://www.revistas.uneb.br/index.php/baeducmatematica/article/view/10240>. Acesso em: 22 mar. 2021.
15. SARAIVA, K.; TRAVERSINI, C.; LOCKMANN, K. A educação em tempos de COVID-19: ensino remoto e exaustão docente. **Práxis Educativa**, v. 15, e2016289, p. 1-24, 2020. DOI: 10.5212/PraxEduc.v.15.16289.094. Disponível em: <https://revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa/article/view/16289>. Acesso em: 22 mar. 2021.
16. SOARES, E.; COSTA, V.; CASTRO, I. As perspectivas de discentes relacionadas ao ensino remoto nas disciplinas Ciência e Matemática de uma escola estadual de Uruçuí – PI. Sociedade 5.0: educação, ciência, tecnologia e amor. RECIFE. **Anais... VII COINTER PDVL (Congresso Internacional da Licenciaturas)**, 2020.
17. SOUZA JUNIOR, J. **Dificuldades e desafios do ensino da matemática na pandemia**. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal da Paraíba - UFPB, Paraíba, 2020.
18. TAHAN, M. **O homem que calculava**. 80. ed. Rio de Janeiro: Record, 2011.
19. VASCONCELLOS, R.; SILVA, C.; SOUZA, C.; CAMPOS, P.; MACIEL, P. Reflexões sobre o uso de Tecnologias Digitais em tempos de pandemia na educação básica da rede pública de ensino. In: JORGE, W. J. (org). **Educação Presencial e a Distância: Desafios e Reflexões**. Paraná: Uniedusul, 2020.
20. ZORZO, G.; GASPERI, A.; ROSA, L.; EMMEL, R. As TIC'S no ensino de Matemática e a problematização do Teorema de Tales em contexto de ensino remoto. Educação nas Ciências. **Anais... XXI Encontro Nacional de Educação (ENACED), I Seminário Internacional de Estudos e Pesquisa em Educação nas Ciências (SIEPEC)**. 2020.



O uso da matemática na compra e venda de combustível

| **Laiane Muniz da Silva**
UFAC

| **Carlos Henrique Santos Espíndola**
UFAC

| **Aline de Andrade Ferreira**
UFAC

| **Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra**
UFAC/CCET

RESUMO

O presente artigo objetiva-se relatar uma experiência vivenciada na disciplina Estágio Supervisionado na Extensão e na Pesquisa II, ano 2019, no 6º período com discentes do Curso de Licenciatura em Matemática, frente ao tema “ *Compra e Venda de Combustível*” , em que se buscou relacionar a prática do consumo de combustível com a matemática escolar, mostrando por meio de tabelas e gráficos como é possível através do uso da modelagem prever alguns resultados como por exemplo, o gasto em combustível durante um mês, de uma pessoa com uma certa renda e que abastece com uma dada frequência , e dessa forma explorar o conceito de função de maneira a despertar o interesse nos alunos, uma vez que estamos aplicando o conhecimento matemático adquirido para resolver/ manipular uma situação da realidade dos mesmos. O tema é relevante em virtude de nos levar a perceber a importância dos conhecimentos matemáticos escolares visto seu uso na prática cotidiana. Como aporte teórico utilizamos Bassanezi (2002) quando nos diz que a modelagem matemática tem por finalidade prever resultados de alguns acontecimentos. Para a coleta dos dados e informações contamos com a colaboração dos colegas da referida turma que usam transporte próprio (moto ou carro), que responderam a um questionário referente ao assunto. A abordagem do tema funções foi trabalhando também com o aplicativo Geogebra com o objetivo de auxiliar nas construções de gráficos da função afim. A investigação nos possibilitou olhar o conteúdo escolar funções na prática cotidiana dos professores em formação inicial.

Palavras-chave: Conhecimento Escolar, Prática Cotidiana, Modelagem Matemática.

■ INTRODUÇÃO

O conceito de função é um dos mais importantes da Matemática e das ciências em geral, ele está presente sempre que relacionamos duas grandezas variáveis. Por exemplo, o número de litros de gasolina e o preço a pagar. Como futuros professores temos o desafio de buscarmos alternativas para tornarmos o ensino mais significativo (e até atraente, o que segundo D’Ambrósio , é nosso maior desafio) e uma delas (que não são poucas) é relacionar o conteúdo com algo do cotidiano dos alunos , mostrando onde determinado conhecimento pode ser aplicado para dessa forma os mesmos verem sentido em estudar matemática , uma vez que é grande o desinteresse (ou podemos dizer falta de motivação) em estudar matemática visto que a mesma é temida por muitos por ser considerada uma matéria difícil e que esta é “só para os inteligentes”. Um outro fator que podemos destacar é que o conceito de matemática ainda é considerado restrito ao âmbito escolar, como se a matemática não fosse utilizada no cotidiano fora da escola, quando na realidade a matemática está presente em diversas situações, em diversos lugares e em diversas culturas, podemos vê-la nas construções, nas operações comerciais de compra e venda, nas aplicações bancárias, nos esportes, nas medidas de comprimento, numa simples receita etc. Em contrapartida, quando se tem noção dessa abrangência muita das vezes recaímos no equívoco de pensar que o conhecimento da matemática escolar , que é tratado de maneira formal e como se fosse uma disciplina pronta e acabada, superior ao conhecimento desenvolvido fora da escola, conseqüentemente a matemática cotidiana, principalmente aquela praticada por outros povos ou grupos, como a matemática do comerciante, a matemática do pedreiro, a matemática do marceneiro, a matemática do camponês por exemplo, é menosprezada.

Sabemos que os povos com suas diferentes culturas possuem seus próprios métodos para trabalhar seus conhecimentos matemáticos necessários ao seu desenvolvimento, esse entendimento proporcionou o surgimento de um programa de pesquisa denominado Etnomatemática na década de 1970, fundado por Ubiratan D’Ambrósio, como uma forma de crítica ao ensino tradicional da matemática, valorizando a matemática dos diferentes grupos culturais, sugerindo maior ênfase aos conceitos matemáticos informais desenvolvidos pelos alunos através de seus conhecimentos advindo da sua realidade fora da escola.

A Etnomatemática trouxe implicações pedagógicas para a matemática escolar, pois se nós como professores reconhecemos que existem várias matemáticas então por que devemos abordar somente a escolar? Dessa forma não estaremos valorizando as diversas formas de se fazer matemática nem contribuindo para uma convivência democrática na sociedade. Além disso, não estaremos valorizando o conhecimento dos alunos de algo que eles vivenciam no seu ambiente familiar ou em outras culturas diferentes da escola.



Conforme Carraher e Schliemann (1988) os melhores resultados são obtidos com a combinação da experiência diária com a experiência escolar, sendo assim, esse trabalho de pesquisa realizado no âmbito da Universidade Federal do Acre - UFAC proposto pela professora da disciplina de Estágio Supervisionado na Extensão e na Pesquisa II, no 6º período de 2019 do Curso de Licenciatura em Matemática, frente ao tema '*compra e venda de combustível*' buscou trabalhar o conceito de função trazendo uma situação do cotidiano dos alunos para a partir daí explorar o que é uma função, trabalhando cada situação por meio de tabelas e gráficos, para depois darmos o seu conceito formal como apresentada no livro didático.

Uma outra ferramenta utilizada neste trabalho foi o *Software Geogebra*, para a construção dos gráficos em questão, isto é, para modelarmos a situação trabalhada mostrando como é possível prognosticar alguns resultados como por exemplo, o gasto em combustível durante um mês, de uma pessoa que abastece com uma dada frequência. Nessa pesquisa os dados utilizados para a construção dos gráficos e tabela foram obtidos dos nossos colegas de curso que usam transporte próprio (moto ou carro), que colaboraram respondendo a um questionário referente ao assunto.

A utilização do aplicativo Geogebra nessa atividade foi como uma ferramenta com o intuito de facilitar a aprendizagem, pois não temos como negar que a tecnologia faz parte do cotidiano de nossos alunos e que somos desafiados não a combatê-la, mas aprender a utilizá-la a favor do ensino-aprendizado dessa ciência.

Estamos diante de uma diversidade de ferramentas tecnológicas disponíveis e prontas para inserirmos a tecnologia na sala de aula com vista a aprimorar o ensino tornando-o mais proveitoso, entre essas ferramentas destacam-se os aplicativos que geralmente possuem versão para aparelho celular, o que permite maior facilidade de acesso na sala de aula.

Diante dessa questão procuramos realizar uma atividade que contemplasse o uso da tecnologia e que fosse viável levar para a sala de aula, daí nos ocupamos em estudar a função afim e de que forma poderíamos ensiná-la por meio do aplicativo Geogebra, consequentemente, houve a necessidade de preparação para a realização da mesma: estudar o conteúdo, aprender manusear o aplicativo conhecendo os comandos necessários para a exploração do conteúdo, definir um objetivo a alcançar com a atividade, elaborar questões.

O aplicativo Geogebra é um software de matemática dinâmica que permite construir e explorar objetos geométricos e algébricos interativamente. O mesmo, foi criado por Markus Hohenwarter para ser utilizado na sala de aula e o nome Geogebra consiste na junção das palavras Geometria e Álgebra, pois o aplicativo combina conceitos dessas duas áreas (Geometria e Álgebra). Sua distribuição é livre nos termos da GUI (*General Public License*)





e escrita em linguagem Java, o que permite está disponível em várias plataformas, sendo possível também articular ideias aritméticas.

O aplicativo Geogebra se apresenta tanto na versão para computadores, como para celulares. Nas duas versões a tela desse aplicativo se divide em três partes principais: a caixa de ferramentas, a janela de visualização e a janela de álgebra, mas seus comandos variam muito entre essas versões. Para baixar o aplicativo no celular utiliza-se o *Play Store*; a *Calculadora Gráfica GeoGebra* e *clica em instalar*.

Na realização das atividades o aplicativo *Geogebra* facilitou a construção dos gráficos e tabelas de uma função afim, além disso, otimizou o tempo da aula.

■ METODOLOGIA

A metodologia consistiu de uma abordagem qualitativa em que o Corpus da Pesquisa foi se constituindo, a partir de uma proposta da disciplina de Estágio Supervisionado na Extensão e na Pesquisa II, ano de 2019, por discentes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Acre, cursando o 6º período do referido curso em que se fez uso do questionário na busca de informações e o aprofundamento do tema. O questionário foi aplicado entre os colegas de turma que utilizavam transporte próprio para se deslocarem à UFAC.

- O questionário consistiu das seguintes perguntas:
- Qual é o meio de transporte utilizado para se deslocar até a instituição UFAC?
- Qual sua frequência de abastecimento?
- Qual a quantidade de litros de gasolina em média no abastecimento?
- Qual o seu gasto mensal em relação ao abastecimento?

Esse questionário foi realizado visando obter dados relacionados ao tema e refletir as respostas dos colegas com o objetivo de identificar e relacionar a Matemática na vida real e perceber como ela é necessária para a economia do cliente visualizada através de dados obtidos em postos de gasolina na cidade de Rio Branco e os critérios de escolha do abastecimento dos alunos do curso que utilizam automotores e ciclomotores diariamente em curtas e longas distâncias.

Nesse sentido foram selecionados nove questionários, por se tratar de discentes que se deslocavam para a UFAC de automóvel ou de motocicleta. Percebeu-se que a grande maioria utilizava o transporte público para se deslocarem de suas casas até a UFAC. Também foi um meio de obter dados do cotidiano para abordar conteúdos de funções e construções de gráficos e tabelas. A análise dos questionários se baseou na terapia desconstrucionista tendo





como precursores Wittgenstein e Derrida. “A terapia desconstrucionista é entendida por nós como algo que se pratica, ou melhor, que se faz na ação”, conforme Bezerra (2016, p. 38).

Partindo desse pressuposto uma atitude terapêutica desconstrucionista de pesquisa “leva para o divã da terapia os significados exclusivistas e oposicionais que enclausuram o enunciado, o fato, ou a proposição, foco da investigação, ao deslocá-lo pelas diversas e diferentes práticas culturais que o mobilizam, na perspectiva de esclarecê-lo, ao ampliar – pelo deslocamento – seus significados”. (MOURA, 2015, p. 09).

Após a análise dos dados, significados no uso em momentos de atividades com discentes de matemática em formação inicial, introduzimos o conceito de função afim no qual ela está presente sempre que relacionamos duas grandezas variáveis, neste caso, o número de litros de gasolina e o preço a pagar. Depois de analisar o preço de postos de combustível, obtivemos a média e consideramos o valor da gasolina R\$ 4 ,70 com a lei de formação da função sendo representada por $f(x) = 4,70x$. , ou seja, x está representando a quantidade de litros de gasolina.

Nesse sentido tentamos pegar uma situação da realidade e com nossos conhecimentos de matemática básica procuramos modelar a lei de formação da função. Entendendo que através da Modelagem, “o aluno se torna mais consciente da utilidade da matemática para resolver e analisar problemas do dia-a-dia [...]” (TOLEDO, MARÍLIA; TOLEDO, MAURO, 1997, p. 14). Várias são as concepções de modelagem. Bassanezi (2002, p. 16) concebe a Modelagem

Matemática como uma “[...] arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. “Nessa perspectiva, a Modelagem no ensino pode ser pensada como um ‘método de investigação’ e relacionada com a ideia de integração da Matemática com outras áreas do conhecimento (BEZERRA, 2016, p. 103). Também a modelagem pode ser pensada como “[...] um ciclo de atuação que parte de uma realidade, cria um modelo que procura explicar e entender essa realidade e, com os resultados obtidos, volta-se a ela para validar/reformular o modelo criado” (MONTEIRO; POMPEU JR. 2001, p. 72).

Já a tendência da educação matemática, denominada de etnomatemática, que, por sua vez, propõe o trabalho com a matemática praticada no cotidiano por pessoas de diferentes classes sociais e/ou culturais, “[...] com atividades orientadas, motivadas e induzidas a partir do meio, e, conseqüentemente, refletindo conhecimentos anteriores. Isto nos leva ao que chamamos etnomatemática e que restabelece a matemática como uma prática natural e espontânea” (D’AMBRÓSIO, 1990, p. 31). Importante dizer que, neste caso, também ocorre uma aproximação entre a realidade e a matemática, no entanto, aqui pode-se dizer que aquelas pessoas que não tiveram um contato formal com a matemática são capazes de





utilizá-la em situações práticas do dia-a-dia. Nesse sentido não se tem uma preocupação com a interpretação que os jovens, ou os alunos, ou pessoas que não sentaram em bancos escolares fazem da realidade político-social em que vivem, mas a utilização diversificada da matemática em diferentes contextos.

Para melhor visualização de tal função, fizemos uso do aplicativo Geogebra em que inserimos a função aplicada a situação e representamos com pontos alguns exemplos de litro/preço.

Em relação ao uso de softwares educativos no ensino da Matemática, Gravina (1998) afirma que no contexto da Matemática, a aprendizagem nesta perspectiva depende de ações que caracterizam o “fazer matemática”: experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e enfim pode-se dizer que podemos problematizar questões levando o aluno a significar a atividade no uso em sala de aula, corroborando com Wittgenstein em que o significado de uma palavra é seu uso na linguagem (Wittgenstein, 1999, p. 43).

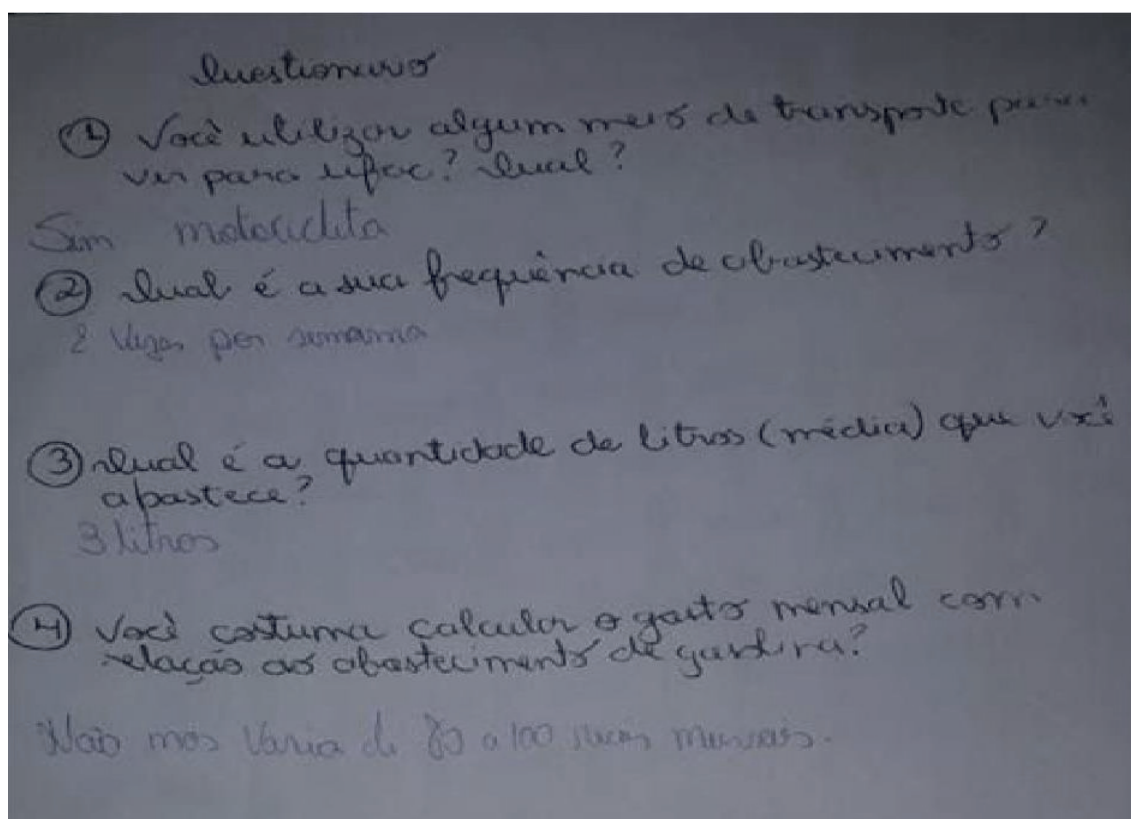
É o aluno agindo, diferentemente de seu papel passivo frente a uma apresentação formal do conhecimento. A efetiva contribuição de softwares educativos no processo de ensino aprendizagem está diretamente ligada aos recursos que eles disponibilizam e a forma como são utilizados.

Com a pesquisa em campo também percebemos o aumento gradativo de mulheres frentistas trabalhando nos postos da Cidade de Rio Branco – Acre, já que o trabalho gera uma boa remuneração, por conta disso elas se aventuram nesse meio de trabalho. A pesquisa foi realizada em grupos, em que cada grupo tinha um tema específico, ficamos com o tema “Posto de Gasolina” em que resolvemos visitar os postos da cidade e modelar a função correspondente a compra e venda de combustível em momentos de reflexão com os professores em formação inicial reunidos em grupos em sala de aula na UFAC.

Na sequência apresentaremos o questionário utilizado em sala de aula, a construção do gráfico da função no aplicativo Geogebra, a tabela de valores com função aplicada e as informações oriundas dessa atividade prática. (Vide Figura 01 a 04). Temos como objetivo promover um melhor entendimento aos leitores através da exposição deste questionário por um meio midiático.

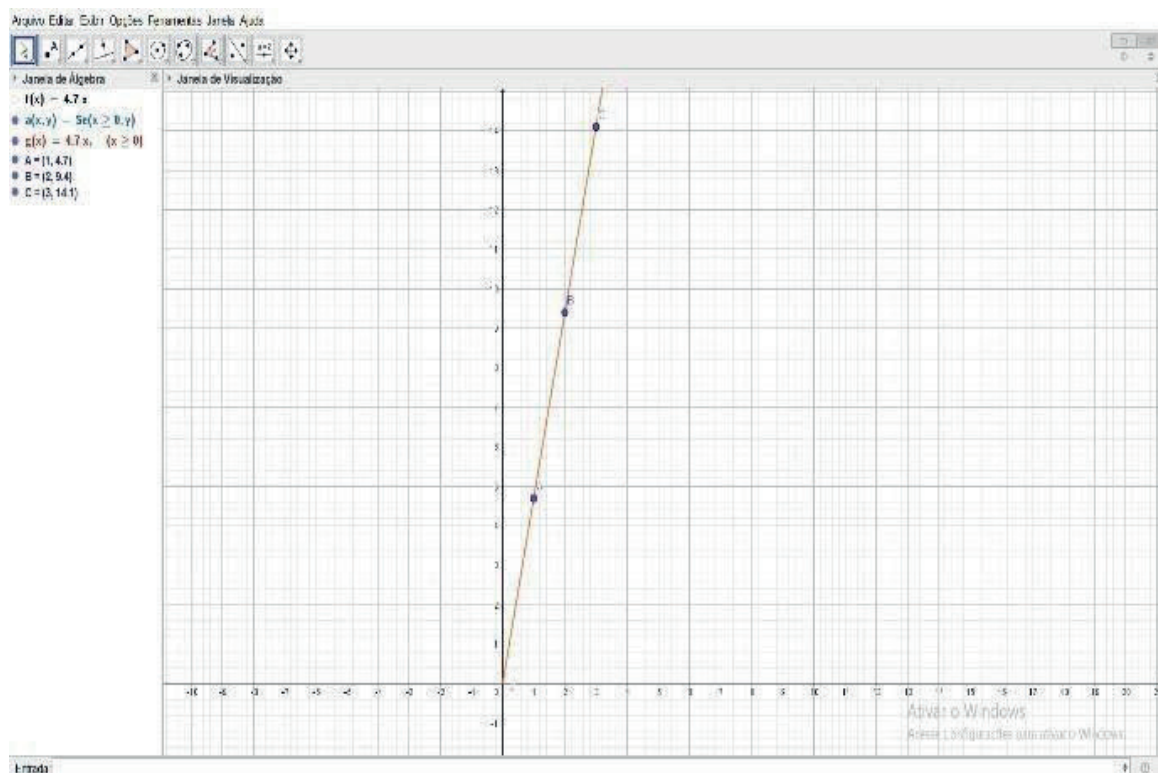


Figura 01. Resposta de um questionário.



Fonte: Acervo dos pesquisadores, 2019.

Figura 02. Gráfico de função no Geogebra.



Fonte: Acervo dos pesquisadores, 2019.

Figura 03. Tabela de valores com função aplicada.

Quantidade de litros de gasolina	Valor a pagar: $f(x):4,70x$
0	$4,70 \times 0 = 0$
1	$4,70 \times 1 = 4,70$
2	$4,70 \times 2 = 9,40$
3	$4,70 \times 3 = 14,10$
4	$4,70 \times 4 = 18,80$
5	$4,70 \times 5 = 23,50$
6	$4,70 \times 6 = 28,20$

Fonte: Acervo dos pesquisadores, 2019.

Figura 04. Frentista abastecendo o carro do cliente, 2019.



Fonte: Acervo dos pesquisadores, 2019.

■ RESULTADOS E DISCUSSÃO

Inicialmente recolhemos dados com os alunos de graduação do curso de Licenciatura em Matemática que possuíam algum tipo de veículo para se locomoverem à universidade através de um pequeno questionário onde se tratava sobre a preferência por algum posto de gasolina, qual a frequência que faziam o abastecimento mensalmente e qual o gasto médio de cada um.

Após a aplicação dos questionários, realizamos a leitura de ambos e para facilitar a análise agrupamos os dados separados considerando as seguintes variáveis: meio de transporte, frequência de abastecimento e quantidade de litros (média) no qual abastece. Esses



agrupamentos de dados podem ser realizados de diversas maneiras, entre elas podemos citar a criação de tabelas ou utilizando a planilha do Excel.

Em seguida, fizemos uma pesquisa nos preços do combustível em pontos distintos da cidade e organizamos os valores. Essas pesquisas em campo ocorreram no município de Rio Branco - Acre no qual foi analisando os preços da gasolina e seu funcionamento de quatro postos de gasolina, porém em localizações distintas do município, anotamos seus valores numéricos e realizamos a média no qual obtivemos R\$ 4,70.

E por fim, obtivemos a média de preços com as informações do questionário com os valores pesquisados e organizamos os dados obtidos em forma de tabela aplicada em função do primeiro grau.

Moraes et al. (2008, p. 11) nos esclarecem que “no trabalho coletivo socialmente produtivo ocorre a interação entre os alunos e entre professor e alunos, que discutem os conteúdos científicos historicamente acumulados, bem como questões políticas, sociais e culturais”.

Assim, no contexto da Educação Matemática, Bezerra (2016, p. 103) nos esclarece que:

A Modelagem Matemática pode ser compreendida como um caminho para o processo de ensino e aprendizagem da matemática ou para o ‘fazer’ matemática em sala de aula, referindo-se à observação da realidade (do aluno ou do mundo) e, partindo de questionamentos, discussões e investigações, defronta-se com um problema que modifica ações na sala de aula, além da forma de observar o mundo.

Rosa e Orey (2003, p. 10) esclarecem que, “a modelação matemática atua como uma ponte entre a Etnomatemática e a Matemática acadêmica, que será requerida nas atividades que estão presentes na sociedade contemporânea”. Dessa forma, pode-se dizer que essas tendências se relacionam pois, por meio da modelagem, a etnomatemática vai ao encontro da matemática acadêmica.

Nesse sentido Beatriz D’Ambrosio (1989, p. 16-17) faz considerações frente as duas tendências:

A modelagem matemática tem sido utilizada como uma forma de quebrar a forte dicotomia existente entre a matemática escolar formal e a sua utilidade na vida real. Os modelos matemáticos são formas de estudar e formalizar fenômenos do dia a dia. Através da modelagem matemática o aluno se torna mais consciente da utilidade da matemática para resolver e analisar problemas do dia-a-dia. Esse é um momento de utilização de conceitos já aprendidos. É uma fase de fundamental importância para que os conceitos trabalhados tenham um maior significado para os alunos, inclusive com o poder de torná-los mais críticos na análise e compreensão de fenômenos diários.

A proposta de trabalho numa linha de etnomatemática tem como objetivo primordial valorizar a matemática dos diferentes grupos culturais. Propõe-se uma maior valorização dos conceitos matemáticos informais construídos pelos alunos através de suas experiências, fora do contexto da escola. No processo





de ensino propõe-se que a matemática, informalmente construída, seja utilizada como ponto de partida para o ensino formal. Procura-se eliminar a concepção tradicional de que todo conhecimento matemático do indivíduo será adquirido na situação escolar e, mais ainda, de que o aluno chega à escola sem nenhuma pré-conceituação de idéias matemáticas. Essa proposta de trabalho requer uma preparação do professor no sentido de reconhecer e identificar as construções conceituais desenvolvidas pelos alunos.

Deste modo, a temática “O uso da matemática na compra e venda de combustível” por ser um tema político-social” se faz importante ser problematizado na formação inicial do professor com o uso das tendências da Educação Matemática: modelagem matemática e etnomatemática para vermos as diferenças e semelhanças dessas tendências para resolver problemas do dia-a-dia. Ambas as tendências procuram estudar aspectos sociais da realidade enquanto a modelagem procura solucionar o problema fazendo uso da matemática formal a etnomatemática estuda o problema dando soluções de acordo com o contexto e o grupo cultural que dele participa.

Após a organização dos dados obtidos e as construções de tabelas, gráficos. Realizamos a mesma atividade, porém no aplicativo Geogebra versão 5.0.

■ CONCLUSÃO

Durante a realização deste trabalho podemos notar a importância que as funções têm em nossas vidas, pois é um dos conceitos mais importantes da Matemática. Nós lidamos com elas o tempo todo, por exemplo, podemos usar o cálculo de funções quando estamos relacionando duas grandezas variáveis, por exemplo, o número de litros de gasolina e o preço a pagar, assim podemos saber qual é o posto mais econômico no decorrer da pesquisa de campo e no questionário proposto para os discentes de graduação que utilizam algum meio de transporte próprio, mas principalmente a média do preço do combustível na cidade de Rio Branco.

Sabemos como futuros professores que nos dias atuais a tecnologia está presente no cotidiano das pessoas e essa realidade não é diferente de uma sala de aula, e um grande desafio como futuros professores seria fazer uso da tecnologia para o ensino-aprendizagem da Matemática. Foi com esse objetivo que trabalhamos o conteúdo matemático função Afim com o uso do aplicativo Geogebra versão 5.0.

Ao utilizar o aplicativo na aula os alunos no início tiveram algumas dificuldades devido não conhecerem as ferramentas e após uma breve explicação dos comandos foi notável como o conteúdo matemático (função afim) ia sendo significado pelos alunos com o uso do *software*.

Em outras palavras, os alunos começavam a relacionar a matemática escolar com a do cotidiano. No decorrer da aula tivemos comentários dos alunos que no decorrer das



suas vidas escolares que os professores de matemática quase ou nunca fizeram uso de aplicativos matemáticos como uma estratégia para a aprendizagem.

Concluimos que não existe uma única maneira de ensinar matemática e muito menos uma única maneira de aprender um conteúdo, por isso, como professores em formação devemos relacionar a matemática com a tecnologia e com o cotidiano dos alunos para uma melhor aprendizagem dos mesmos.

Em relação a Modelagem e a Etnomatemática entendemos ser a modelagem um tipo de etnomatemática praticada por um grupo específico que se utiliza de situações da realidade e tenta resolvê-la fazendo uso da matemática formal, mas ambas se assemelham por serem práticas sociais que tratam problemas da realidade a sua maneira.

■ AGRADECIMENTOS

Agradecemos primeiramente a Deus.

A Universidade Federal do Acre, pela oportunidade de estarmos cursando a Licenciatura em Matemática.

A Prof. Dra. Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra pela oportunidade e apoio na elaboração desse texto com toda a dedicação com seus ensinamentos e motivação para caminharmos em busca de um ensino e aprendizado da matemática de forma significativa no uso que dela fazemos em atividades conforme concepção wittgensteiniana.

E para finalizarmos agradecemos aos nossos colegas de sala do 6º período, 2019, do curso de Licenciatura em Matemática por fazerem parte dessa investigação e refletirem conosco em momentos de aulas de Estágio Supervisionado na Extensão e na Pesquisa II outras formas de exploração de conceitos matemáticos, além do conceito formalizado, ou seja, os conceitos advindos das práticas culturais de mobilização matemática.

■ REFERÊNCIAS

1. BASSANEZI, R. C. **Ensino e aprendizagem com Modelagem Matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.
2. BEZERRA, Simone Maria Chalub Bandeira. **Percorrendo usos/significados da matemática na problematização de práticas culturais na formação inicial de professores**. 262f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (REAMEC), UFMT/UFPA/UEA, 2016. Disponível em: <https://www1.ufmt.br/ufmt/unidade/userfiles/publicacoes/ed284cb7e72e3e52bdbae774904ca8b7.pdf>. Acesso em: 05 de nov. 2019.
3. CARRAHER, Terezinha; SCHLIEMANN, Ana L. **Na Vida Dez, na Escola Zero**. São Paulo: Cortez, 1988.





4. D'AMBROSIO, B. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. P. 15-19.
5. D'AMBROSIO, U. **Uma proposta alternativa.** In: Etnomatemática, São Paulo: Ática, 1990.
6. GRAVINA, Maria Alice; SANTAROSA, Lucila Maria Costi. A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados. **Informática na Educação: Teoria e Prática**, vol. 1, n. 1. Porto Alegre: UFRGS – Curso de Pós-Graduação em Informática na Educação, 1998. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/20962>. Acesso em: 15 out. 2019.
7. MONTEIRO, A.; POMPEU JÚNIOR, G. **A matemática e os temas transversais.** São Paulo: Moderna, 2001.
8. MORAES, M. S. S. et al. **Educação Matemática e temas político-sociais.** Campinas: Autores Associados, 2008.
9. MOURA, A. R. L. de. **Visão terapêutica desconstrucionista de um percurso acadêmico.** Campinas – SP: FE/UNICAMP, 2015.
10. ROSA, M.; OREY, D. C. Vinho e Queijo: Etnomatemática e Modelagem! Bolema, Rio Claro, n. 20, p. 1-16, 2003.
11. TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Didática de Matemática: como dois e dois.** São Paulo: FTD, 1997.
12. WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas.** Trad. José Carlos Bruni. São Paulo: Nova Cultural, 1999.



Ordens e classes de um número natural: o jogo de percepção de conceitos utilizando o material dourado

| William Moura da **Silva**
IFAL

| Vivia Dayana Gomes dos **Santos**
IFAL

RESUMO

O presente estudo trata de um relato a respeito de um experimento realizado durante uma aula prática da disciplina Laboratório de Ensino da Matemática I. Esta disciplina faz parte da grade curricular do curso superior de Licenciatura em Matemática ofertado pelo Instituto Federal de Alagoas, Campus Maceió. O objetivo deste experimento busca compreender de forma concreta as duas das quatro operações básicas no conjunto dos números naturais por meio do Material Dourado. Geralmente, as pessoas têm dificuldade em resolver problemas matemáticos elementares, porque não possuem o domínio dos conceitos básicos no conjunto dos Números Naturais, o que inclui a compreensão e manipulação operacional em torno das quatro operações básicas da matemática: adição, subtração, multiplicação e divisão. Analisamos e percebemos que com o uso do Material Dourado para ensinar os conceitos básicos a respeito da Adição e da Subtração, é possível proporcionar aos estudantes a compreensão da relação existente entre o conceito intuitivo por trás de cada operação e a técnica operatória do cálculo escrito. Para realização deste estudo foi considerado uma abordagem qualitativa e como referencial teórico para o desenvolvimento da atividade proposta pelo professor da disciplina de Laboratório, foram consideradas as ideias de Lorenzato (2010), quando trata do uso dos Materiais Didático Manipulável e de Pais (2008), em seus estudos sobre a Aprendizagem de Conceitos. Espera-se que este estudo possa contribuir no processo de formação docente, haja vista a necessidade do conhecimento de metodologias para nortear a formação do futuro professor de matemática.

Palavras-chave: Ensino, Matemática, Material Dourado, Números Naturais.

■ INTRODUÇÃO

Entende-se que a Matemática possui uma complexidade que muitas vezes não é considerada durante o processo de ensino de alguns de seus conteúdos a fim de colaborar na sua compreensão e que, devido a isso, se faz necessário encontrar alternativas que façam com que os alunos desejem e sintam prazer em aprender essa ciência. No entanto, quando o professor se depara com problemáticas desse gênero, não costuma ser investigado como os alunos veem a Matemática e quais são as suas concepções sobre ela. Acredita-se que, ao esclarecer quais as concepções desses alunos, torna-se mais fácil trabalhar a Matemática em sala de aula e elaborar atividades que visem uma melhor compreensão do conteúdo abordado. Com base nestes fatos, as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCNEB), nos lembram que:

Todo conhecimento mantém um diálogo permanente com outros conhecimentos, e que “o ensino deve ir além da descrição e constituir nos estudantes a capacidade de analisar, explicar, prever e intervir, objetivos que são mais facilmente alcançáveis se as disciplinas, integradas em áreas de conhecimento, puderem contribuir, cada uma com sua especificidade, para o estudo comum de problemas concretos, ou para o desenvolvimento de projetos de investigação e/ou de ação. (BRASIL, 2013, p. 28)

Logo, sendo o professor de matemática o transmissor dos conhecimentos básicos que os alunos necessitam para se desenvolver intelectualmente e poder agir ativamente em uma sociedade, cabe a tais profissionais a responsabilidade de não só sobrecarregar seus alunos com conteúdos, mas sim fazer com que esses conteúdos façam sentido para seus alunos. Com isso, faz-se necessário elucidar quais são as concepções dos educadores matemáticos em relação ao seu ensino e, ainda, até que ponto tais professores influenciam, ou estão dispostos a influenciar, as concepções dos seus alunos.

Segundo Espíndola (2011):

O trabalho na escola básica, principalmente com o Ensino Fundamental (EF), é ponto crucial para a sensibilização dos alunos para o raciocínio matemático, bem como para o apreço (ou a não resistência) à disciplina, muitas vezes entendida como “bicho papão” da escola. (ESPINDOLA, p. 13, 2011)

Desse modo, tornou-se evidente que as concepções construídas pelos alunos sobre a natureza da Matemática, de alguma forma, influenciam na maneira como esses estudantes compreendem essa ciência. Muitos estudos têm sido feitos confirmando que a utilização de materiais manipuláveis bem empregados no ensino de matemática tem desenvolvido um papel importante no processo de mudança em como os nossos alunos enxergam a



matemática e como essa mudança de pensamento colabora de maneira significativa no seu aprendizado. De forma contundente, as DCNEB (2013) expõem que:

Do ponto de vista da abordagem, reafirma-se a importância do lúdico na vida escolar, não se restringindo sua presença apenas à Arte e à Educação Física. Hoje se sabe que no processo de aprendizagem a área cognitiva está inseparavelmente ligada à afetiva e à emocional. (BRASIL, p. 116, 2013).

Esse trecho destacado das DCNEB deixa claro que o lúdico traz consigo a importância efetiva no processo de aprendizagem, de forma geral, traz a importância do abstrato com o concreto em uma natureza matemática. E ainda, são essas concepções, que servem de base para que os alunos construam seu conhecimento. Em outras palavras, são a partir dessas concepções que os alunos constroem seus conhecimentos matemáticos e se essas forem errôneas, a construção do conhecimento pode ser comprometida.

Com o avanço mundial da tecnologia, seu uso em sala de aula tem sido bastante difundido. Mas o uso de aparatos tecnológicos para auxiliar no processo de ensino não tem tirado o brilho do uso de materiais didáticos manipuláveis. Em todo o Brasil, em especial nas comunidades mais carentes, existe uma grande dificuldade de acesso ao uso de computadores e internet. E mesmo que a escola disponha de um laboratório de informática ou algo do tipo, alguns professores não se sentem capacitados para fazer um uso eficaz de tais espaços durante suas aulas e preferem continuar presos às metodologias de ensinamentos tradicionalistas.

Diante desse contexto, acredita-se que o uso de materiais didáticos manipuláveis não tecnológicos ainda tem sido bastante útil para ensinar matemática nas mais diversas modalidades e etapas do ensino. Segundo Lorenzato (2010),

Material Didático (MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem. Portanto, MD pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um quebra-cabeça, um jogo, uma embalagem, uma transparência, entre outros. (LORENZATO, 2010, p. 18)

Acreditando no potencial didático do uso de materiais não-tecnológicos para definir conceitos matemáticos e colaborar no processo de ensino e aprendizagem nas operações de Adição e Subtração, o professor da disciplina de Laboratório de Ensino em Matemática, disciplina que faz parte da grade curricular do curso de formação de professores de matemática oferecido pelo Instituto Federal de Alagoas (IFAL) e que foi ofertada no ano de 2016, elaborou uma atividade na qual seus alunos (professores em formação) sugerissem uma metodologia didática que fizesse uso de alguns dos materiais didáticos manipulados disponíveis no Laboratório de Matemática da instituição. Um dos materiais escolhidos e ao qual trazemos com mais detalhes neste trabalho foi o Material Dourado.





O material propicia aos alunos descobrir as relações entre as peças, como por exemplo, uma barra tem dez cubinhos, uma placa tem dez barras e o cubo tem dez placas. O mesmo é constituído para representar um sistema de agrupamento, associando o modelo didático com o conceito matemático.

O uso do Material Dourado na aplicação das técnicas operatórias das operações fundamentais pode ser um recurso de grande relevância devido ao fato que as relações numéricas abstratas passam a ter uma imagem concreta, facilitando a compreensão, o desenvolvimento do raciocínio lógico e um aprendizado bem mais agradável. Segundo Pais (2008), é nesse contexto que o aluno pode desenvolver sua compreensão do sentido inicial dos conceitos e teoremas matemáticos.

Através de diversas e possíveis associações, o aluno pode efetuar cálculos matemáticos efetivando, aos poucos, a transição do modelo aritmético para a atividade concreta, criando assim a noção do sistema de numeração decimal, sendo esse um dos pontos de partida para a construção do conhecimento matemático que o aluno desenvolverá com o passar do tempo.

Outra questão relevante trata da repetição de exercícios com o Material Dourado. Essa prática é necessária e faz com que o aluno aprimore a sua atenção, envolva-se mais com a situação didática e assim acesse em maior quantidade o objetivo que o exercício propõe.

De acordo com Polya (1994):

“As indagações anteriores, se forem bem compreendidas e atentamente consideradas, muitas vezes contribuem para dar início a uma correta sequência de ideias, mas nem sempre conseguem ajudar, pois não podem fazer milagres.”
(Polya, 1994, p.10)

Por isso, é importante todos os professores de matemática estarem atentos às dificuldades de aprendizagem de seus alunos, lembrando que cada um terá sua particularidade, e pensar em metodologias de ensino que sejam capazes de abordar o máximo possível de sua capacidade de aprendizagem. Tal professor também precisa estar disposto a mudar de estratégia metodológica quando perceber que a anteriormente utilizada não surtiu tanto efeito quando pretendia.

Então, com base nos argumentos apresentados até o momento, o presente trabalho apresentará uma proposta didática desenvolvida durante um curso de formação de professores, na qual foi feito uso do Material Dourado para ensinar os conceitos operacionais da Adição e da Subtração. Traremos mais detalhes a respeito dessa proposta ao longo deste texto.

Tendo em vista que o conceito por trás das operações de Adição e Subtração nos acompanha desde o Ensino Infantil até o fim de nossas vidas, pois sempre nos deparamos





em nosso dia a dia com situações as quais serão necessário somar ou subtrair, nosso desafio com a proposta desenvolvida foi o de tornar tais conceitos significativos para os alunos.

O ensino das quatro operações básicas inicia-se no Ensino Infantil por meio de representações simples, em que o(a) professor(a) trabalha com seus alunos as operações relacionando uma quantidade de objetos ou figuras com a representação numérica de sua quantidade. A medida que este aluno vai avançando de nível na educação, estes mesmos conceitos se repetem, porém em um nível cada vez mais “difícil”: operações envolvendo números com mais dígitos, operações com três ou mais parcelas, expressões numéricas, problemas matemáticos, expressões algébricas e funções.

Considerando a importância de toda a educação básica, e no nosso caso, o ensino de matemática, a escola desempenha uma papel fundamental na formação do cidadão e no desenvolvimento da sociedade. Reforçando este ponto, as DCNEB (2013) nos diz que:

A escola constitui a principal e, muitas vezes, a única forma de acesso ao conhecimento sistematizado para a grande maioria da população. Esse dado aumenta a responsabilidade do Ensino Fundamental na sua função de assegurar a todos a aprendizagem dos conteúdos curriculares capazes de fornecer os instrumentos básicos para a plena inserção na vida social, econômica e cultural do país. (BRASIL, p. 113, 2013).

Dessa forma, consideramos ser imprescindível que se pense sobre o ensino e sobre as complexidades que envolvem sua aprendizagem. Tendo presentes as peculiaridades do conteúdo matemático e de cada turma de alunos, é fundamental que o docente faça um estudo sobre possíveis metodologias e ferramentas para o ensino da Matemática, antes de aplicá-las em sala de aula, fazendo uma análise de quais são mais apropriadas para o estudo de determinados conteúdos matemáticos.

■ OBJETIVO

Geral

- Apresentar aos professores de matemática em formação e/ou aos professores já formados uma metodologia didática para abordar o ensino das operações de Adição e Subtração fazendo uso do Material Dourado.

Específico

- Compreender o que é material didático manipulável;
- Abordar uma aplicação válida para o uso do Material Dourado;
- Apresentar uma metodologia de ensino que pode levar nossos alunos a compreen-



der o sistema operacional da Adição e Subtração;

- Proporcionar aos nossos alunos a possibilidade de fazer a transição do pensamento operacional desenvolvido com o uso do Material Dourado para as “continhas” no caderno.

■ METODOLOGIA

A metodologia de pesquisa que norteou o desenvolvimento deste trabalho foi a qualitativa, em que foram analisados os processos desenvolvidos para o ensino Adição e da Subtração fazendo uso do Material Dourado. A respeito da dinâmica por trás de uma pesquisa qualitativa, Silva e Menezes (2000) afirmam que:

A pesquisa qualitativa considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. [...] É descritiva. (SILVA e MENEZES, p.20, 2000)

Durante algumas aulas da disciplina de Laboratório de Ensino de Matemática 1 (LEM1), disciplina esta que faz parte da grade curricular das disciplinas para a formação de professores licenciados em Matemática ofertado pelo IFAL no ano de 2018, o docente desta disciplina considerou com professores em formação sobre a importância do uso de elementos lúdicos para auxiliar durante o processo de ensino e como seus futuros alunos poderiam se desenvolver intelectualmente à medida que, iam avançando nos diferentes níveis de educação.

Para fundamentar tais conceitos, o docente de LEM1 fez uso dos textos de Lorenzato (2010) e de Pais (2008). Lorenzato (2010) aborda sobre o uso do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) na formação de professores e define LEM, entre outras concepções, como “um local para a criação e desenvolvimento de atividades experimentais, inclusive de produção de materiais instrucionais que possam facilitar o aprimoramento da prática pedagógica.” (LORENZATO, 2010)

Tendo em vista a realidade de muitas escolas brasileiras, em especial no estado de Alagoas, destacamos esta concepção de LEM para destacar a possibilidade de que um LEM pode ser desenvolvido na própria sala de aula e com a ajuda dos alunos. Para tanto, podemos utilizar materiais baratos e descartáveis, como cartolinas, caixas de papelão, garrafas PET, entre outros. Porém, para a proposta didática desenvolvida e apresentada neste trabalho, dispomos de materiais didáticos disponíveis no LEM do próprio IFAL.

Se tratando de Pais (2008), temos que:

Os conceitos são criados e recriados, tanto pelos seus criadores originais, no território da ciência, como por outros que se dispõem a apreendê-los e

transformá-los. Desta forma, a aprendizagem de um conceito representa a compreensão, tanto quanto for possível, da totalidade contida nessa síntese e esta apreensão envolve a relação entre o todo e suas partes. (Pais, p.61, 2008).

Desse modo, a aprendizagem dos conceitos possibilita uma real compreensão de forma concreta a fim de transformar sua capacidade abstrata em um entendimento prático e lúdico.

Como parte da avaliação da disciplina, o docente de LEM1 pediu para que cada aluno da turma escolhesse um material didático manipulável disponível no LEM do IFAL e preparasse uma aula de matemática a qual tal material fosse utilizado como facilitador no processo de aprendizagem. A atividade foi realizada no próprio LEM do IFAL, com participação de quinze alunos na formação do curso de Licenciatura em Matemática.

Em relação à prática docente, é de conhecimento dos professores que uma sondagem sobre conteúdo que será posteriormente desenvolvido em sala de aula faz parte de um planejamento didático maior, em que o professor coloca o que espera dos estudantes ao longo do período que será trabalhado. Sendo assim, de acordo com Marcelino (2018), dessa forma, não só os interesses dos estudantes são levados em conta, mas, também, suas ideias prévias em relação aos conteúdos, promovendo, assim, a (re)construção e a complexificação de conhecimentos.

Afinal, de nada adianta definir o conteúdo a ser trabalhado e enxertar uma série de objetivos desconexos, ou até mesmo não calcular corretamente o tempo, elaborando um planejamento no período observatório para um período de tempo curto com conteúdo extenso. É preciso cuidar para não se trabalhar de forma rápida para conseguir terminar no prazo, pois isso poderá fazer com que os alunos não compreendam o conteúdo envolvido. Assim, a observação deve ser pensada de maneira minuciosa, observando os detalhes para sua execução, e deve ser passível a mudanças, pois dependendo dos resultados obtidos durante a aula, o planejamento poderá sofrer alterações.

Com o objetivo de auxiliar na concepção dos conceitos acerca das operações de Adição e Subtração e tornar compreensível seu processo operacional, um dos alunos escolheu o Material Dourado. Segundo Berton e Itacarambi (2009), o Material Dourado foi criado por Maria Montessori, médica e educadora italiana, para o trabalho com aritmética para as crianças que apresentavam distúrbios de aprendizagem. O nome “dourado” se deve à versão original que era feita com contas douradas. Quando foi industrializado, esse material passou a ser feito de madeira mantendo o nome original. O material é constituído por cubinhos, barras, placas e o cubo, apresentando as regras de agrupamento na base 10. A manipulação e uso desse recurso podem ajudar na compreensão da adição e subtração com dezenas e reforçar a noção de troca no sistema posicional.

Foto 1: Material Dourado



Fonte: Santos & Silva (2021)

■ RESULTADOS E DISCUSSÕES

Tendo em vista que a proposta didática apresentada acima fez parte de uma atividade sugerida pelo docente do curso de formação de professores, não tivemos a oportunidade de aplicá-la em uma turma da educação básica. Porém, em discussão com outras colegas que também apresentaram suas propostas nesse mesmo dia, chegamos à conclusão de que essa forma de ensinar Adição e a Subtração com o auxílio do Material Dourado seria mais eficiente, em especial nos sextos anos do Ensino Fundamental.

Além disso, diante do conhecimento que temos a respeito de como os professores da educação básica abordam o ensino das quatro operações elementares da matemática, não temos dúvida de que o método exposto aqui neste trabalho possa sim colaborar para o aprendizado de nosso alunado.

Apresentaremos agora o raciocínio abordado para resolver algumas operações de Adição e de Subtração fazendo uso do Material Dourado. Trazemos dois exemplos para cada operação, mas o processo utilizado pode ser apropriado para operações com outros números, inclusive auxiliando na resolução de problemas matemáticos.

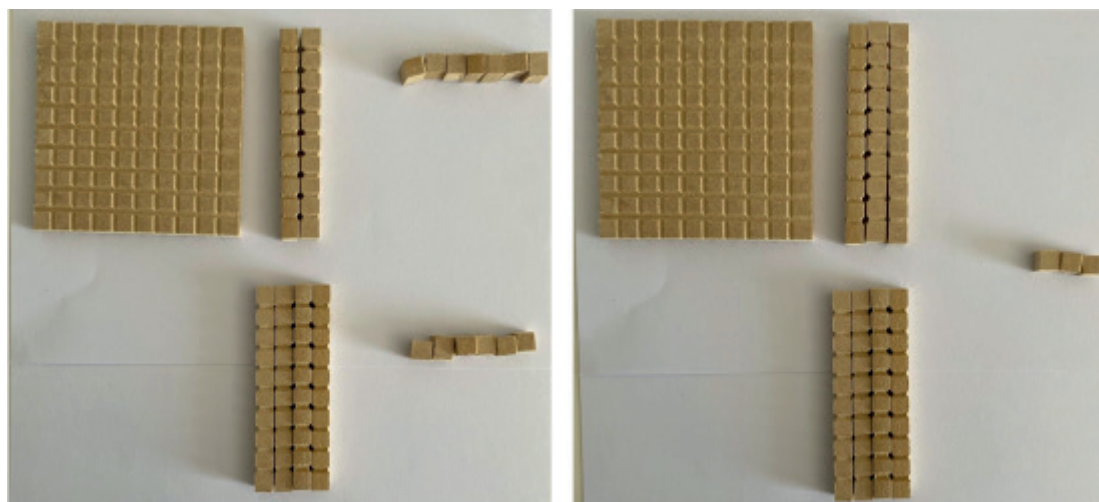
- **Adição**

Para introduzir a adição de números representados por um numeral de um algarismo (o das unidades) e um numeral de dois algarismos (o das dezenas), deve-se preocupar em ensinar a decompor os números em suas ordens e classes.



Apresentando os algoritmos $127 + 46 = 173$, ao decompor os algoritmos para a compreensão da adição de forma clara, foi preciso organizar na classe das unidades simples, obtendo: 7 algoritmos nas unidades, 2 algoritmos nas dezenas e 1 algoritmo nas centenas mais 6 algoritmo nas unidades e 4 algoritmos nas dezenas. Assim, podemos fazer a utilização do Material Dourado na demonstração da técnica do “vai um”, apresentando as regras de agrupamento na base 10, onde a cada 10 unidades há uma mudança de base, dessa forma, 10 unidades há 1 dezenas, e a cada 10 dezenas há 1 centena e assim sucessivamente. Somando a ordem das unidades $7 + 6 = 13$, onde ficará $10 + 3 = 1$ dezena e 3 unidades, que nessa transformação de base 10, passa despercebido a técnica do “vai um” para a casa das dezenas; somando a ordem das dezenas $2 + 4 = 6$ mais 1 dezenas da ordem da unidade é igual 7 dezenas; na casa das centenas tem-se $1 + 0 = 1$ centena. Com isso o resultado será 1 centena, 7 dezenas e 3 unidades.

Foto 2: Adição $127 + 46$ utilizando o Material Dourado



Fonte: Santos & Silva (2021)

Assim, percebe-se que ao somar esses números utilizando o material dourado fica muito mais claro e objetivo a compreensão da técnica do “vai um” na operação, onde resultaria em 1 placa, 7 barras e 3 cubos pequenos.

Como diz Pais (2008):

Com base nessa interpretação, o conceito é algo em permanente processo de devir, estamos sempre nos aproximando de sua objetividade, generalidade e universalidade, sem considerá-lo uma entidade acabada, tal como concebido por uma visão platônica (PAIS, p.55, 2008).

Diz-se que uma adição é sem reserva quando a soma dos dois algarismos não ultrapassam 9. Nos algoritmos $1265 + 1324 = 2589$, ao decompor esses algoritmos nas classes de milhar e simples, obtemos: 5 algoritmos das unidades simples, 6 algoritmos das dezenas





simples, 2 algarismos das centenas simples e 1 algoritmo das unidades de milhar mais 4 algoritmos das unidades simples, 2 algoritmos das dezenas simples, 3 algarismos das centenas simples e 1 algoritmo das unidades de milhar. Assim, como não tem a utilização da técnica do “vai um”, fica mais fácil de operar com o auxílio do Material Dourado de forma representativa, onde temos nessa operação 1 cubo grande, 2 placas, 6 barras e 5 cubos pequenos mais 1 cubo grande, 3 placas, 2 barras e 4 cubos pequenos, reunindo as unidades (os cubos pequenos), as dezenas (barras), as centenas (placas) e as unidades de milhar (cubo grande), fica-se com 2 unidades de milhar, 5 centenas simples, 8 dezenas simples e 9 unidades simples.

Dessa forma, o material dourado possibilita a criação de diversas formas próprias de registro, como uma maneira de incentivar a criação de próprios métodos de resolver problemas com materiais concretos. Conforme Lorenzato (2010), o material didático pode ser um excelente catalisador para o aluno construir seu saber matemático.

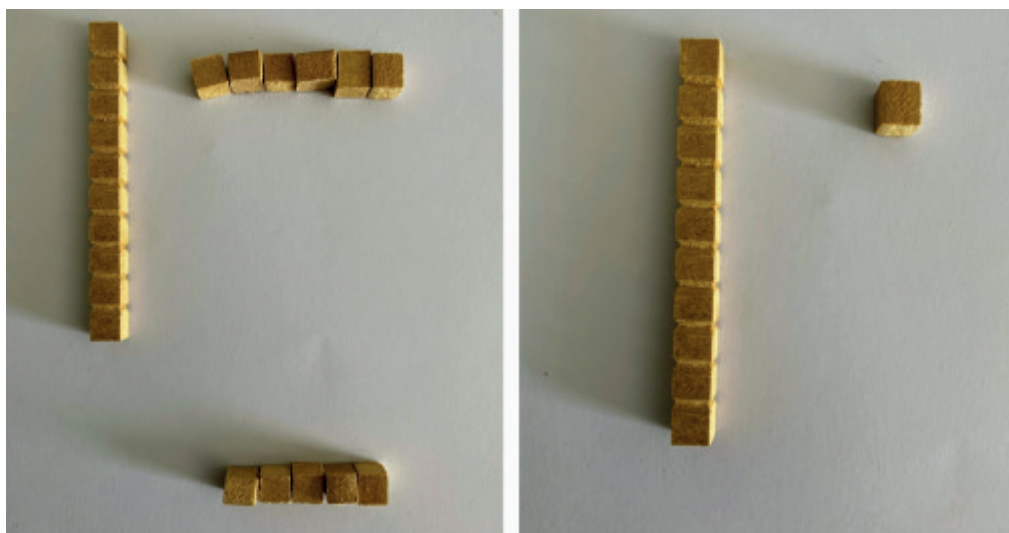
- **Subtração**

Na subtração com recurso, é comum usar-se a expressão “empresta um”. Na verdade não se empresta nada, pois se algo é emprestado, supõe-se a devolução. Este algarismo apoia-se nas propriedades do nosso sistema decimal e posicional de numeração. O que se faz na subtração é decompor uma dezena em unidades e acrescentá-la às unidades, ou decompor uma centena em dez dezenas e acrescentá-la às dezenas. É isto que permite desagrupar uma centena e transformá-la em dez dezenas; desagrupar uma dezena e transformá-la em dez unidades. Ao se fazer a subtração, utilizando o material dourado, pode-se primeiro subtrair os cubos pequenos, depois as barras e por último as placas.

No primeiro momento, apresenta-se a subtração na forma de dezesseis menos cinco “16-5”, em que o minuendo é formado por dois algarismos e o subtraendo por um algarismo, não sendo necessário o reagrupamento. Tendo 1 barra e 6 cubos pequenos menos 5 cubos pequenos, subtraindo “6-5=1 cubo”, assim, o resultado da subtração ficou representado por 1 barra e 1 cubo pequeno: “16-5=11”. Assim, não se faz necessário a técnica do “empresta um”.



Foto 3: Subtração 16-5 com o Material Dourado



Fonte: Santos & Silva (2021)

Uma subtração é “com recurso” quando o subtraendo apresenta, em qualquer posição (unidade, dezena, centena), números maiores do que o minuendo. Dessa forma é necessário iniciar as operações pela unidade. Nos algoritmos $457-273 = 184$, ao decompor esses algoritmos na classe simples ficaram: 7 algoritmos da unidade simples, 5 algoritmos da dezena simples e 4 algoritmos da centena simples menos 3 algoritmos da unidade simples, 7 algoritmos da dezena simples e 2 algoritmos da unidade simples. Subtraindo a ordem das unidades simples $7-3 = 4$ algoritmos das unidades, subtraindo a ordem das dezenas $5-7 =$ de início não poderemos subtrair, assim precisaremos decompor a ordem das centenas 4 algoritmos da centena em 3 algoritmos da centena e 10 algoritmos da dezena, assim teremos $10+5 = 15$ algoritmos da dezena, dessa forma, subtraímos $15-7 = 8$ algoritmos das dezenas, subtraindo a ordem das centenas simples $3-2 = 1$ algoritmo das centenas simples. Onde temos na operação com a utilização com o material dourado, 1 placa, 8 barras e 4 cubos pequenos.

Assim, de acordo com Pais (2008), a opção de trabalhar com esse referencial resulta da diversidade das formas de expressão de um conceito em situações significativas para o aluno. A matemática ensinada na escola tem por finalidade desenvolver a atividade intelectual do aluno, assim conforme Polya (1944), adquirimos qualquer competência por imitação e prática. Porém, muitas vezes, o que se observa é um amontoado de regras prontas, acabadas que não exige do aluno o exercício de pensar, apenas a capacidade de memorizar as definições e as regras. E para mudar essa forma de trabalhar, especialmente, as técnicas operatórias ou contas que muitas vezes seguem um modelo padrão, sugerimos o uso do Material Dourado para ampliar as possibilidades dos alunos na aplicação de diversas técnicas ou de criarem eles mesmos outras técnicas na resolução de uma operação matemática.



Não só com o Material Dourado, mas com o bom uso de um Material Didático Manipulável (MDM), é possível abordar diversas possibilidades de ensino para facilitar a aprendizagem dos alunos e/ou aprimorar o conhecimento a respeito do assunto matemático abordado em sala de aula. Dessa forma, pode-se perceber que a manipulação do MDM possibilita uma melhor interação com a turma e facilita a compreensão dos conteúdos em questão.

Em discussão com o professor do curso de formação e os alunos em formação, futuros professores de matemática, tornou-se claro que o material didático bem escolhido, bem estudado e bem aplicado pode ser tornar uma excelente recurso capaz de desmistificar a ideia de que a matemática é uma disciplina ruim e de difícil compreensão.

■ CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como foi apresentado neste estudo, o Material Dourado contém grande valor pedagógico e, sem dúvida, poderá contribuir na percepção dos conceitos matemáticos por parte dos alunos. Pelas várias possibilidades educativas que esse material contempla as atividades pedagógicas, desde que, bem planejadas pelo professor e bem exploradas pelos alunos, tem o poder de ativar e ampliar ao sujeito ativo que o explora à construção processual e progressiva do conhecimento matemático.

O Material Dourado desperta no aluno a concentração, o interesse, além de desenvolver sua inteligência e imaginação criadora, pois a maioria dos alunos estão predispostos a participar de atividades lúdicas durante o processo de aprendizagem. Além disso, permite o estabelecimento de relação entre o abstrato e o concreto, induzindo a contar e calcular.

Espera-se que com esse estudo os professores de matemática e os que ainda estão em processo de formação docente vislumbram possibilidades metodológicas utilizando o Material Dourado como recurso educacional e possam ampliar sua aplicabilidade perante a diversidade de conteúdos matemáticos que fazem parte do ensino básico.

Com isso, conclui-se que o Material Dourado é de grande importância na aprendizagem de nosso sistema de numeração, pois facilita a aprendizagem dos algoritmos da adição e da subtração. A utilização do material pelo aluno ajuda-o bastante na compreensão da técnica do “vai um”. Esse material possibilita também a compreensão da relação existente entre a técnica operatória do cálculo escrito, isto é, é necessário compreender a técnica para que se possa fazê-la de maneiras diferentes; saber o “quê” e “o porquê” de estar a fazê-la, desde que baseado nos princípios que regem o sistema posicional de numeração.



■ REFERÊNCIAS

1. BERTON, Ivani da Cunha Borges; ITACARAMBI, Ruth Ribas. **Números Brincadeiras e Jogos**. São Paulo: Livraria da Física, 2009.
2. CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Metodologia do ensino da matemática** – 2. ed. rev. – São Paulo: Cortez, 1994. – (Coleção Magistério 2º grau. Formação do professor).
3. Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica/ Ministério da Educação. **Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral**. – Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013.
4. ESPÍNDOLA, Espíndola Lessa. **A Compreensão do Conceito de Número Fracionário: Uma Sequência Didática para o Significado Medida**. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. p. 167. 2011.
5. MARCELINO, Valéria; G., Priscila de Sousa e Silva. **Metodologias para o ensino: teoria e exemplos de sequências didáticas** / organização Valéria Marcelino e Priscila G. De Sousa e Silva – Campos dos Goytacazes, RJ: Brasil Multicultural, 2018.
6. LORENZATO, Sergio. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2010.
7. PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 2. Ed. 2. Reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.
8. POLYA, G. (George). **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático** / G. Polya; tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. – 2. Reimpr. Rio de Janeiro: interciência, 1994.
9. SILVA, E. L., MENEZES, E. M. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. p.118. 2000.

Programas de inserção e indução profissional de professores em início de carreira

| **Bertrand Luiz Corrêa Lima**
UFJF

| **Reginaldo Fernando Carneiro**
UFJF

RESUMO

Este artigo é parte de uma dissertação desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora. Este texto tem por objetivo apresentar e refletir sobre diferentes programas de inserção e de indução docente. Para tanto, discute-se ações de indução profissional do professor em início de carreira em vários países, identificando suas potencialidades e seus limites. A partir de uma revisão bibliográfica sobre a indução profissional docente, apresenta-se informações relacionadas a esses programas de acompanhamento do professor em início de carreira. Analisa-se esses programas a partir do referencial teórico sobre formação de professores e sobre a indução profissional docente em início de carreira. Este estudo evidenciou a relevância desses programas para a inserção de professores e que, mesmo sendo uma iniciativa importante em diversos países, ainda há necessidade de expansão de políticas públicas obrigatórias voltadas a programas de indução profissional no Brasil. Além disso, percebe-se que alguns programas de indução e mentoria são bem-sucedidos em melhorar a satisfação no trabalho, a permanência de novos professores na carreira e o apoio no processo de descoberta e de sobrevivência desses profissionais recém formados.

Palavras-chave: Início de Carreira Docente, Inserção Docente, Formação Continuada.

■ INTRODUÇÃO

Como muitas experiências do primeiro autor durante o curso de Licenciatura em Matemática e o Mestrado Profissional em Educação Matemática perpassaram pela formação de professores e por estar vivenciando sua inserção profissional como docente iniciante, surgiu a ideia de investigar a existência e o funcionamento de programas de acompanhamento de professores em início de carreira tanto em âmbito nacional quanto internacional.

Estudos como de Papi e Martins (2010), Gatti (2012) e Romanowski (2012) apontam que mesmo sendo um objeto de grande relevância para a reflexão acerca da formação docente, as investigações sobre programas de indução e de inserção dedicados a professores iniciantes no mundo ainda são incipientes, por isso, percebe-se a necessidade de investigar a existência e como ocorre a formação continuada de professores por meio de programas e de políticas públicas nacionais e internacionais com o propósito de refletir sobre a inserção desse profissional na docência.

Corroborando com as ideias apresentadas, Zuljan e Požarnik (2014) salientam a importância de investigar e articular a formação inicial e continuada, os períodos de indução e os primeiros anos de carreira, já que para as autoras:

As profundas mudanças econômicas, sociais, tecnológicas e culturais na Europa [e no mundo] representam um verdadeiro desafio para a formação de professores. O papel do professor está se tornando mais complexo e exigente, enquanto as expectativas da sociedade aumentam. Espera-se que os professores não apenas possibilitem o desenvolvimento de grupos cada vez mais heterogêneos de alunos, mas também atenuem os efeitos da desigualdade social. Tudo isso requer mudanças qualitativas na formação inicial e contínua de professores. Nesse sentido, a transição da escola/universidade para a vida profissional - o período de indução e os primeiros anos de carreira - requer atenção especial (ZULJAN; POŽARNIK, 2014, p. 193, tradução livre).

A partir do exposto, este artigo é uma parte de uma dissertação desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora e tem por objetivo apresentar e refletir sobre diferentes programas nacionais e internacionais de inserção e de indução docente.

Este texto está organizado em três seções, além da introdução. Na seção seguinte, apresentaremos discussões a luz do referencial teórico voltado para a formação de professores e o início de carreira docente. Na próxima, discutiremos sobre os programas internacionais de inserção e de indução do professor em início de carreira. Por fim, teceremos algumas considerações relacionando com alguns programas nacionais de indução.

■ FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Formação de Professores

Para García (1999), muito além de possuir uma formação em nível superior para lecionar, ser professor exige conhecimentos acerca de aportes teóricos e de práticas educativas que fundamentam e constituem uma educação de qualidade, tais como o conhecimento acerca das leis, diretrizes e bases; das estruturas curriculares; dos documentos que norteiam a educação e a formação de professores; das metodologias de ensino, aprendizagem e pesquisa; das tecnologias educacionais; dos avanços de suas respectivas áreas; das atitudes reflexivas e dinâmicas; das articulações entre teoria e prática; das ações didático-pedagógicas; das relações entre a comunidade acadêmica, dentre outros.

O futuro professor deverá ser um profissional com saberes e competências cuja função está mensurada num contexto social e a sua atuação concretizada num contexto pessoal, sociocultural e didático. É nesse sentido que Silva (1993, p. 95) aponta que a formação do professor é determinante para a sua identidade, principalmente, no que se refere ao “corpo de conhecimentos, que serve de base ou ponto de partida para suas decisões pedagógicas, respondendo questionamentos tais como: por que, o que, como, quando ensinar etc.”.

Corroborando com as ideias apresentadas, Cicillini e Dias (2002) afirmam que a identidade de ser professor é constituída pela composição desses saberes sociais, históricos e culturais e salientam que são mobilizados e construídos ao longo da história de vida pessoal e dos saberes acadêmicos adquiridos no tempo e no espaço escolar, compreendendo a formação inicial e continuada e todo o movimento de busca de crescimento profissional na carreira docente.

Esses saberes articulados e fundamentados podem auxiliar no desenvolvimento das habilidades e competências dos professores. Dessa forma, é esperado que esses profissionais utilizem as habilidades propostas no âmbito educativo e que tenham uma forte imersão na prática, conhecendo, aperfeiçoando e dialogando sobre as diferentes culturas pessoais e profissionais que lhe cercam durante sua formação docente.

García (1999, p. 26) define formação docente como “os processos de formação inicial ou continuada, que possibilitam aos professores adquirir ou aperfeiçoar seus conhecimentos, habilidades, disposições para exercer sua atividade docente, de modo a melhorar a qualidade da educação que seus alunos recebem”.

Além disso, o autor também (1999) afirma que a formação docente deve ser entendida de três maneiras: a primeira, como uma função social de mediação entre saberes, do saber fazer ou do saber ser, que exerce o benefício do sistema socioeconômico ou da cultura dominante; a segunda, como um processo de desenvolvimento e de estruturação da pessoa



que realiza as possibilidades da aprendizagem e; a terceira, a formação como instituição quando a estrutura organizacional planifica e desenvolve atividades de formação.

Diante dos estudos de Tardif (1990), Feiman (1983), García (1999) e de Imbernón (2001), o processo de formação docente de um indivíduo é formado por quatro fases distintas e progressivas, as quais resultam os pilares para uma formação docente. Sendo elas:

- *Pré-formação*: inclui as experiências prévias de ensino que os candidatos a professor viveram, geralmente, como alunos, as quais podem ser assumidas de forma crítica e influenciar de modo inconsciente o professor.
- *Formação inicial*: é a etapa de preparação formal numa instituição específica de formação de professores, na qual o futuro docente adquire conhecimentos pedagógicos e de disciplinas acadêmicas, assim como realiza as práticas de ensino e os estágios supervisionados.
- *Iniciação*: corresponde aos primeiros anos do exercício profissional do professor, durante os quais os docentes aprendem na prática, em geral, por meio de estratégias de sobrevivência e de descoberta.
- *Formação permanente*: essa quarta e última fase inclui todas as atividades planejadas pelas instituições ou até pelos próprios professores de modo a permitir o desenvolvimento profissional e aperfeiçoamento de seu ensino.

A formação do professor não se inicia no ensino superior, mas ela ocorre ao longo da trajetória pessoal e acadêmica do indivíduo desde a Educação Infantil até a formação que ocorre após o curso de licenciatura. Além disso, percebe-se que as fases de formação apresentadas ocorrem em caráter tanto pessoal quanto social, individual e coletivo, contínuo e evolutivo, por isso, é um processo contínuo.

Fiorentini (2001) assume que essa perspectiva pessoal atende a uma aspiração ou desejo interno e particular de cada um de ser ou tornar-se professor; enquanto a perspectiva social refere-se aos programas e às instituições de formação do professor que se baseiam num conjunto de práticas e saberes reconhecidos publicamente como fundamentais à formação profissional do professor.

A fase de iniciação, interesse deste artigo, compreende uma etapa que corresponde aos primeiros anos da docência a contar a partir da finalização da formação inicial do professor.

García (1999), Tardif (2002), Tardif e Raymond (2000) e Zabalza (1994) apontam algumas características do ser professor nessa fase e salientam que elas podem variar de docente para docente quanto a intensidade, o momento da ocorrência e suas consequências. São elas:



- Os professores quando iniciam na profissão estão em fase de exploração das possibilidades da vida adulta e de início de elaboração de uma estrutura estável de vida; assim, os problemas de disciplina são os que mais os preocupam, já que eles manifestam uma ausência de autoridade.
- Aprendizagens intensas por tentativas e erros e geração de expectativas e sentimentos fortes e, por vezes, contraditórios que podem determinar a continuidade ou não na profissão.
- Elevado conformismo às normas e às regras sociais existentes na realidade de ensino e desejo de agradar aos seus pares.
- Prevalência dos problemas didáticos sobre os pessoais ou organizacionais, embora, nesse período, registrem-se importantes transformações em nível pessoal.
- Necessidade de controle das situações, insegurança, preocupações, submissão à opinião dos profissionais que os professores iniciantes consideram mais experientes.
- Experimentação de diversos modelos de ensino, embora não sejam capazes de refletir sobre a escolha de um ou outro.
- Forte influência das experiências vividas enquanto estudantes.

De um modo geral, percebe-se que ser professor na fase de iniciação à docência representa assumir novas perspectivas e aprendizagens sobre si próprio e a comunidade acadêmica que o cerca enfrentando problemas de inseguranças, angústias e medos. Além de (re)conhecer e experienciar os aportes teóricos, vivenciar práticas educativas e dominar conteúdos estudados no período da formação inicial.

Nóvoa (2009) estabelece cinco propostas de trabalho que devem constituir um programa de formação de professores. São elas:

- Assumir uma forte componente prática, centrada na aprendizagem dos alunos e no estudo de casos concretos tendo como referência o trabalho escolar.
- Passar para “dentro” da profissão, baseando-se na aquisição de uma cultura profissional e concedendo aos professores mais experientes um papel central na formação dos mais jovens.
- Dedicar atenção especial às dimensões pessoais da profissão docente, trabalhando essa capacidade de relação e de comunicação que define o tato pedagógico.
- Valorizar o trabalho em equipe e o exercício coletivo da profissão, reforçando a importância dos projetos educativos de escola.
- Caracterizar-se por um princípio de responsabilidade social, favorecendo a comunicação pública e a participação profissional no espaço público da educação.



Percebe-se que essas propostas procuram valorizar a componente prática, a cultura profissional, as dimensões pessoais, as lógicas coletivas e a presença efetiva dos professores e que a escolha de um modelo de formação de professores deve preocupar-se com os conhecimentos específicos, didáticos, pedagógicos, com os objetivos e as metas a atingir na educação. A formação de professores deve partir de um proposta que considere as constantes mudanças sociais e a consequente necessidade de ressignificação dos conhecimentos do indivíduo com vistas ao seu desenvolvimento integral e a sua inserção no mundo.

Diante do contexto apresentado, percebe-se que tornar-se professor representa assumir novas perspectivas sobre si próprio e sobre o outro, além de conhecer os aportes teóricos e as práticas educativas que fundamentam e constituem uma educação de qualidade.

Início de carreira docente

Segundo Huberman (1995), os docentes vivenciam, no decorrer da sua trajetória profissional, o que ele denominou de “ciclo de vida profissional dos professores” e que é organizado em etapas que evidenciam desde a inserção desse profissional na carreira até a etapa final do seu percurso docente, como ilustra a Figura 1.

Figura 1. Anos da carreira docente e suas respectivas fases.

Anos da carreira	Fases / Temas da Carreira
1-3	Entrada
4-6	↓ Estabilização, consolidação do repertório teórico
7-25	Diversificação, ativo Questionamento
25-35	↓ Serenidade, Distanciamento afetivo Conservantismo
35-40	↓ Desinvestimento (sereno ou amargo)

Fonte: Huberman (1995).

A fase de iniciação à docência é denominada por *entrada na carreira* ou *tateamento* e compreende uma etapa de aproximadamente três anos a contar a partir da consolidação da formação inicial do professor. Em seguida, são apresentadas as etapas de estabilização e de consolidação; a diversificação; a serenidade e o desinvestimento.

Em relação ao esquema proposto, o autor salienta que essas etapas não são sequencialmente vivenciadas ao longo da carreira docente, nem todos os indivíduos passam por todas elas ou as experienciam da mesma forma, já que o desenvolvimento da carreira é um processo que envolve aspectos psicológicos, culturais, sociais, físicos etc. e não uma série de acontecimentos preestabelecidos.





Assim, a construção dessa sequência de etapas só foi possível diante do aparecimento de características semelhantes, ao longo da pesquisa de Huberman (1995, p. 58), em que os docentes são afetados pela carreira, isto é, esse “é um estudo das percepções dos professores sobre o ciclo de vida profissional, um estudo das (suas) representações”.

Para Huberman, os principais sentimentos presentes nessa primeira fase são caracterizados pela sobrevivência e pela descoberta. A sobrevivência relaciona-se com:

[...] o tatear constante, a preocupação consigo próprio, a distância entre os ideais e as realidades cotidianas da sala de aula, a fragmentação do trabalho, a dificuldade em fazer face, simultaneamente, à relação pedagógica e à transmissão de conhecimentos, a oscilação entre relações demasiado íntimas e demasiado distantes, dificuldades com alunos que criam problemas, com material didático inadequado etc. (HUBERMAN, 1995, p. 39).

Já o aspecto da descoberta “traduz o entusiasmo inicial, a experimentação, a exaltação da responsabilidade docente, por sentir-se colega num determinado corpo profissional” (HUBERMAN, 1995, p. 39).

Vale salientar, para o autor, esses aspectos não devem ser representados de forma isolada, pelo contrário, podem ser vivenciados ao longo desses três anos ao mesmo tempo, sendo que a descoberta facilita a compreensão de diversos aspectos relacionados à sobrevivência e são essas experiências associadas à experimentação e aos sentimentos de alegria e de tranquilidade, que permitem ao docente iniciante suportar o impacto da realidade e permanecer na docência.

Por fim, o autor destaca a existência de outros perfis, com outras características presentes no início de carreira, caracterizados como: “a indiferença ou quanto-pior-melhor (aqueles que escolhem a profissão a contragosto ou provisoriamente), a serenidade (aqueles que têm já muita experiência), a frustração (aqueles que se apresentam com um caderno de encargos ingrato ou inadequado, tendo-o em atenção à formação ou à motivação iniciais)” (HUBERMAN, 1995, p. 39).

Já no que compete a definição da nomenclatura utilizada nessa fase, encontra-se na literatura várias expressões para referir-se aos acontecimentos e aos sentimentos do início da carreira docente tais como “choque de transição” em Silva (1997) e “iniciação ao ensino” em García (1998).

Mariano (2006, p. 26) faz uma analogia entre o teatro e a profissão de ser professor. O autor salienta que o início da carreira docente pode ser comparado a uma peça teatral em que o ator, até o momento apenas espectador, sai da plateia para subir ao palco, pois “mesmo que tenha assistido àquela peça milhares de vezes, nunca conseguirá saber de toda a preparação que os atores e a equipe de direção têm de ter para que o espetáculo aconteça”.





No entanto, a expressão mais comum para definir essa etapa tem sido “choque de realidade”, termo desenvolvido pelo holandês Simon Veenman (1984) em referência às diferenças encontradas entre a formação inicial e as situações, os desafios, os impactos, os medos e as inseguranças que constituem a realidade do sistema educativo e que muitos docentes iniciantes precisam enfrentar para descobrir e sobreviver aos primeiros anos da profissão.

Ainda segundo Veenman (1984, p. 144), o choque de realidade pode acarretar cinco consequências na vida profissional desse docente iniciante. São elas:

- *Percepção dos problemas*: momento o qual há a percepção da existência de problemas relacionados ao cotidiano escolar e é demonstrado pelo professor iniciante algum desagrado;
- *Mudanças de comportamento*: momento em que há mudanças nos professores que são provocadas por agentes externos;
- *Mudanças de atitude*: momento em que o professor muda de atitude relativamente às suas crenças;
- *Mudanças de personalidade*: mudanças ocorridas a nível da estabilidade emocional e autoconceito;
- *Abandono da profissão*: é o momento em que o docente desiste da sua carreira.

Fazem parte desse primeiro aspecto, o cansaço físico e mental, as lamentações sobre horários, o stress, o desinteresse dos alunos em aprender, a indisciplina, o processo de ensino e de aprendizagem, os pais dos alunos, os próprios alunos, a falta de apoio e/ou orientação por parte da equipe gestora das escolas, a ausência de recursos materiais nas instituições escolares e a falta de experiência.

Já em relação ao último aspecto, diversos autores descrevem a situação inicial de sobrevivência na profissão docente como um momento crucial e complexo, marcado por um conjunto de dificuldades e que, muitas vezes, vivido na solidão e no isolamento tem levado muitos professores a abandonar o magistério ou a questionar-se sobre a sua escolha profissional e as suas perspectivas de carreira (TARDIF, 2002). Percebe-se que esse último indicador de consequência máxima, é atingido quando o grau de desilusão é muito elevado e é visto como sendo a única solução para sair desse choque vivido pelo professor iniciante.

No que tange os estudos referentes ao início de carreira docente, alguns autores como Mizukami (2006), Tardif (2002) e García (1999) têm evidenciado que:

- Representa uma etapa fundamental na permanência e no processo formativo do profissional docente.
- É o processo pelo qual os indivíduos, seletivamente, adquirem valores, atitudes,



interesses e habilidades do grupo no qual estão situados ou no qual procuram constituir-se como membros.

- É nesta etapa que há a construção efetiva da identidade docente no que concerne a articulação da prática profissional com a teoria estudada na fase de formação inicial de professores.
- É nesse período que se começa a delinear um modo particular e pessoal de ser docente que poderá acompanhar o professor iniciante ao longo de toda a sua trajetória no âmbito da carreira.

Mesmo diante do crescimento substantivo de pesquisas que tratam do início da carreira docente dos professores no Brasil como aponta André (2000) e Papi e Martins (2010), ainda há ausência de políticas públicas específicas e obrigatórias direcionadas a esses profissionais nesse momento da profissão.

Gabardo e Hobold (2011, p. 89) evidenciam que “pela falta de políticas e programas direcionados a este período de iniciação do desenvolvimento profissional do professor, há intensificação e as incertezas das escolhas feitas e as primeiras sistematizações práticas”.

Assim, percebe-se que é preciso criar estratégias para inserir o professor em início de carreira dentro da realidade da sala de aula com o auxílio de um profissional mais experiente.

Programas de inserção e indução do professor em início de carreira

É por meio do reconhecimento dos desafios e das características específicas da fase de iniciação na carreira docente, da influência sobre a constituição da identidade profissional e, ainda, sobre a permanência na carreira buscando evitar o seu abandono precoce que muitos países têm desenvolvido programas de acompanhamento aos docentes que se encontram no início de carreira.

Snoek et al. (2010) salientam que para auxiliar professores principiantes, vários países têm implementado auxílio a esses docentes que são internacionalmente chamados de programas de “indução profissional” e definidos como

programas que podem oferecer as melhores e mais eficazes apoio a novos professores, evitando o abandono escolar e aumentando a competência profissional por meio do suporte que é dado aos professores iniciantes após o término do programa formal de formação inicial de professores no início do seu primeiro contrato como professor na escola (SNOEK et al., 2010, p. 13).

Corroborando essas ideias, a Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico – OCDE – (2006), propôs aos países membros implementar um período formal de indução com apoio aos professores iniciantes, de maneira que eles pudessem ter acesso



a profissionais experientes que os orientassem em seu aprendizado no trabalho. A OCDE recomendou a adoção de um período probatório de um a dois anos com carácter obrigatório antes da obtenção de uma certificação ou de um posto de trabalho permanente em que o professor deve passar por uma avaliação.

Vale salientar que as nomenclaturas destinadas a estes programas podem ser constituídas por diversos sinônimos, tais como indução docente/profissional (GARCÍA, 1999, LANGDOR et al. 2014, REALI; TANCREDI; MIZUKAMI, 2008, ZULJAN; POŽARNIK 2014); inserção profissional (MIRA; ROMANOWSKI, 2015, OPPENHEIMER 2017) e mentoria (MASSETTO; REALI, 2014).

Diversos autores definem esse programa de formas divergentes. Para Langdor et al. (2016), geralmente, é entendido como o processo pelo qual os professores novatos ou iniciantes são levados para a comunidade escolar para desenvolver a prática que proporciona o conhecimento e as habilidades necessárias para ter sucesso na profissão docente.

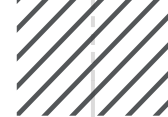
Corroborando essa definição, Reali, Tancredi e Mizukami (2008, p. 2) salientam que os programas de iniciação à docência, também chamados de programas de indução docente, são aqueles direcionados aos professores nas primeiras inserções profissionais e têm por propósito “auxiliar o ingresso na profissão de um modo menos traumático, tendo em vista o conjunto de demandas que recaem sobre os profissionais iniciantes e que exigem mudanças pessoais, conceituais e profissionais”.

Na perspectiva de García (1999), os programas de indução para professores principiantes são a resposta à necessidade de se ter uma assessoria, denominado por Programas de Mentoria, aos docentes que se encontram vulneráveis, desafiados, tensionados, inseguros, amedrontados nos seus primeiros anos de carreira e que considera como “o período que abarca os primeiros anos, nos quais os professores fazem a transição de estudantes para professores” (GARCÍA, 1999, p.113).

Para Vaillant e Marcelo (2012, p. 144), essa assessoria pode ocorrer em atividades individuais ou coletivas na escola ou fora dela, por meio da figura de um mentor cujo objetivo e responsabilidade são de “assessorar didática e pessoalmente” cada docente em início de carreira, ajudando-o a compreender a cultura da escola, orientá-lo quanto ao currículo, à gestão de sala, os processos de ensino e aprendizagem, dentre outros.

Em contrapartida, Oppenheimer (2017) destaca que definir inserção profissional é um desafio, pois há diferentes programas com variadas intenções, por exemplo, há programas do tipo treinamento on-line ou breve treinamento em serviço durante os períodos de férias que tentam definir tutoria como um conjunto técnico de habilidades que devem ser adquiridas, não como um processo individual de desenvolvimento. Por outro lado, existem alguns modelos que percebem o professor iniciante como o foco no enquadramento e no fortalecimento da





identidade profissional. Enquanto outros, ainda, concentram-se na integração profissional e visam responder às necessidades do sistema educacional, impedindo que os professores deixem a profissão. Diante dessas diferentes concepções é um desafio definir, de forma geral, o que é e quais são os objetivos dos programas de inserção profissional.

Vonk (1987, p. 115) define inserção como “a transição de um professor em treinamento para se tornar um profissional autônomo. A inserção pode ser melhor entendida como parte de um continuum no processo de desenvolvimento profissional dos professores”.

Já Ingersoll e Strong (2011) assumem que o que realmente merece atenção nesses programas não é sua definição e sim o fato de que quando bem implementados, eles podem acelerar o desenvolvimento do professor, diminuindo sentimentos de isolamento e aumentando a probabilidade de ele escolher permanecer na profissão.

Sant’anna, Mattos e Costa (2015, p. 251) discorrem sobre o que é o acompanhamento do professor em início de carreira, afirmando que:

A possibilidade de os professores iniciantes fazerem relação do que aprenderam em sua formação inicial com a vivência na prática profissional constitui-se em um dos pilares desse Programa. Desse modo, o Programa atua na difícil associação ou adequação das habilidades e conhecimentos adquiridos na formação inicial com a prática e a realidade vivenciadas em sala de aula, no tratamento das disciplinas específicas, bem como em relação às questões de integração social nas relações sociais entre alunos e entre alunos-professor.

Percebe-se nos trabalhos de Massetto e Reali (2014), que a mentoria converge para uma definição que pode ser considerada uma relação de diálogo entre dois ou mais docentes num ambiente virtual ou físico em que o mentor é o profissional mais experiente que acompanha a prática docente do professor iniciante, fornecendo-lhe feedback e compartilhando estratégias e reflexões em torno dos processos formativos, perpassando pelas dimensões conceituais, procedimentais e atitudinais da docência.

Diante desse cenário, a seguir, apresentamos trabalhos realizados sobre programas de acompanhamento de professores iniciantes.

■ RESULTADOS E DISCUSSÃO

Programas internacionais de inserção e indução profissional

Marcelo e Vaillant (2017) discutem que a inserção de novos professores é um dos caminhos para solucionar desafios enfrentados por esse professorado recém-formado, seja com objetivo de melhorar seu desempenho, seja para evitar a evasão, a desistência da carreira, ou para superar suas inseguranças e sentimentos de abandono constantes nessa fase profissional docente.





Em nível internacional, buscamos apresentar alguns programas de acompanhamento docente encontrados em países de diferentes continentes:

- Europa: programas propostos pela União Europeia que abrange países como Grécia, Portugal, Polônia, Romênia, Espanha, dentre outros, além de Alemanha, França e Inglaterra.
- Oceania: programas propostos pela Austrália e Nova Zelândia.
- Ásia: traremos os programas propostos pela Turquia, Israel e Japão.
- América: serão retratados os modelos dos programas propostos dos Estados Unidos da América e de alguns países da América do Sul.
- África: serão apresentados os programas adotados por Gana e por países da África Subsaariana.¹

Vale salientar que existem outros programas em diferentes países que se preocupam com a inserção na profissão docente, mas optamos por apresentar esses que darão uma visão geral ao leitor.

No âmbito da União Europeia, alguns dos programas de inserção docente são respaldados pelo projeto *Mentoring* cujo objetivo é focado na formação de mentores para acompanhar professores iniciantes. A ideia do projeto surgiu para preparar professores com mais experiência na profissão docente para se tornarem mentores de professores iniciantes com o propósito de melhoria do ensino, do desempenho dos alunos e do trabalho dos docentes.

Na página² do projeto *Mentoring*, seu objetivo, em linhas gerais, é assim descrito:

Os objetivos estratégicos do Projeto mentor são garantir que os professores iniciantes construam uma compreensão do currículo, padrões, pedagogia e como atender às necessidades dos alunos facilitando o desenvolvimento natural dos professores iniciantes, apoiando-os em seus próprios contextos e garantindo a assistência necessária para serem bem-sucedidos em seu trabalho cotidiano (tradução livre).

Terhart (2007), Zuljan e Požarnik (2014) e Rabelo (2019) em seus trabalhos, evidenciaram que a Alemanha, ao longo da sua trajetória sociopolítica educativa tem conseguido promover no país uma fase de indução, após a formação inicial na universidade, bem estruturada e articulada. Esta fase denominada de *Referendariat* (serviço preparatório) possui caráter obrigatório e duração de dois anos. Nesse período, o professor principiante ensina em tempo parcial, frequenta cursos teóricos e é apoiado por um mentor com o objetivo de

¹ A África Subsaariana é uma região do continente africano composta por 47 países e que se localiza geograficamente abaixo do Deserto do Saara.

² Disponível em: <<http://edu-mentoring.eu/>>. Acesso em: 20 de dez. 2020.





desenvolver habilidades e competências profissionais para superar suas inseguranças e sentimentos de abandono constantes nessa fase da profissão.

Diferentemente dos outros países, na Alemanha, somente depois de três anos que o professor está inserido na sua profissão é que poderá obter o *status* de funcionário público efetivo e, conseqüentemente, sua estabilidade profissional. Essa análise depende do progresso positivo do professor durante esses dois anos. Rabelo (2019, p. 88) salienta que a formação, nessa fase, é uma responsabilidade conjunta das respectivas autoridades escolares e escolares locais, enquanto o exame final é de responsabilidade da administração escolar e não da universidade na qual o professor iniciante se formou.

Zuljan & Požarnik (2014) e Rabelo (2019) relatam que, na França, o período de indução foi introduzido em 2005 e reformulado em 2010 e 2013. O professor recém-formado recebe apoio especial de um mentor nos dois primeiros anos do mestrado³ que é subdividido em dois momentos: no primeiro ano, eles têm formação teórica, mais precisamente, quatro semanas ao longo do ano, e estágios na escola em sua disciplina, observando outro professor e lecionando, sem receber salário. Nesse período, são avaliados por um inspetor escolar por meio da observação de um turma. No segundo ano, depois de passar em um exame de recrutamento, eles têm um período de indução com formação teórica na universidade, mais especificamente duas semanas ao longo do ano, e lecionam em tempo parcial na escola com as mesmas responsabilidades do professor mais experiente, porém recebem por tempo integral.

Ainda de acordo com Rabelo (2019), a mentoria francesa acontece em períodos específicos quando os professores iniciantes são avaliados pelos seus mentores e somente se resultar numa avaliação positiva eles são titulados como professores da Educação Nacional.

Vaillant e Marcelo (2012) salientam que na Inglaterra, o programa é conhecido pela denominação de novos professores qualificados (*new qualified teachers*) e é respaldado pela Lei de Ensino e Ensino Superior (*Teaching and Higher Education Act*) desde 1998. O objetivo central desse projeto é proporcionar a todos os docentes iniciantes uma conexão entre a formação inicial e a prática profissional. O programa tem duração de aproximadamente um ano e é indispensável para ser um professor efetivo na Inglaterra.

Para tornarem-se professores efetivos, os ingleses são acompanhados por um grupo de apoio aos docentes iniciantes denominado “Perfil de entrada e desenvolvimento de carreira” (*Career Entry and Development Profile - CEDP*). Esse programa propõe um conjunto de perguntas e de atividades aos docentes principiantes em três dimensões do processo de

3 Na União Europeia devido ao Tratado de Bolonha, inicialmente, realiza-se o curso de licenciatura que tem por finalidade o embasamento do profissional em sua área de docência, o que acontece em um período de três anos. Vale salientar que tal licenciatura não habilita para o exercício do magistério, sendo necessária a realização de um mestrado voltado ao ensino com duração de três a quatro semestres, conforme a especialidade. (DECRETO-LEI Nº. 79, 2014).





formação docente: no final da formação inicial, no início do período de inserção e no final desse período. Dentre as atividades exigidas pelo CEDP está a construção de um portfólio para documentar os avanços na qualidade do ensino do professor desde sua entrada no programa até sua finalização.

A indução inglesa ocorre pela observação e análise da prática do professor iniciante durante suas primeiras quatro semanas de aula e, posteriormente, ao menos uma vez ao trimestre. Além disso, o programa inclui processos de acompanhamento e apoio individual, com avaliações finais em que o professor iniciante, é avaliado pelo mentor e o diretor da escola ao longo de um ano.

Já na Austrália como assevera Vaillant e Marcelo (2012), o ingresso na profissão é regulamentado por um período de provas, geralmente de um ano, conhecido como inserção à docência. O desempenho adequado durante essa primeira etapa - avaliação que é realizada pelo diretor de cada centro - é um requisito fundamental para conseguir emprego.

Nesse país, a inserção docente também ocorre pela observação das aulas do professor iniciante por um mentor mais experiente que o ajuda no processo de adaptação escolar. Além disso, os autores afirmam que o professor principiante deverá por um ano:

Participar de reuniões de desenvolvimento profissional docente apoiados, preferencialmente, por suas instituições de formação docente inicial ou por outras. Preparar portfólios para serem apresentados em situações de avaliação formativa.

Fazer cursos profissionais para adquirir habilidades, conhecimentos e competências cujas temáticas versam sobre a escola, as disciplinas, as atitudes essenciais para ensinar de forma efetiva e as relações entre a comunidade escolar (VAILLANT; MARCELO, 2012, p. 158).

Por fim, os autores salientam que, na Austrália, os docentes principiantes podem ter suas cargas horárias reduzidas de 5% até 10%. Após a avaliação positiva, o professor novato é considerado preparado para ingressar efetivamente no mercado de trabalho.

Em relação a Nova Zelândia, destaca-se inicialmente a preocupação do governo em adaptar os programas quanto a diferença regional de cada Estado do país, sendo assim, percebe-se que os aspectos sociopolíticos, culturais, econômicos e regionais são levados em conta, tais como tipo de instituição: urbana, rural, grande, pequena, isolada, dentre outros. Porém, de acordo com a página ⁴ do programa, todos os programas de indução e mentoria devem:

- Ser adaptados às necessidades individuais e acordado com os professores iniciantes, professor mentor e líder profissional.
- Incluir observações regulares da prática de ensino e oportunidades para o profes-

⁴ Disponível em: <https://teachingcouncil.nz/content/induction-and-mentoring>>. Acesso em: 10 out. 2020.



sor iniciante observar seus colegas, incluindo o professor mentor.

- Ter tempo para ‘conversas de aprendizagem’, em que o mentor fornece feedback e facilita a reflexão crítica do professor sobre sua prática.
- Fazer parte de um desenvolvimento profissional e aprendizado mais amplo, disponível para todos os funcionários.
- Incluir acesso a redes externas e oportunidades de desenvolvimento profissional.
- Oferecer oportunidades para coletar evidências de progresso no cumprimento dos padrões de registro nas Normas para a Profissão Docente.
- Oferecer recursos adequados e cumprir as obrigações contratuais do empregador.
- Possuir registros escritos formais documentando discussões profissionais, observações e feedback, reflexões críticas sobre os dados pelo professor iniciante e qualquer outro desenvolvimento profissional.

Além disso, o professor iniciante que tiver interesse em participar do programa precisará: ser empregado em uma posição de professor; ensinar em uma posição contínua (ensino de menos de seis semanas não é considerado); ser empregado no sistema de ensino geral ou em um ambiente aprovado pelo Conselho de Ensino; possuir ou ter recebido recentemente um certificado de prática; completar pelo menos dois anos de ensino com indução e orientação.

Percebe-se que, na Nova Zelândia, o objetivo central do modelo de mentoria é reduzir o isolamento da profissão e evitar o desgaste tanto dos profissionais iniciantes quanto daqueles com mais experiência. Com isso, os docentes de todos os níveis do sistema educativo assumem que os professores principiantes têm necessidades particulares e, portanto, o sistema deve prestar uma atenção especial a eles para abordá-las (BRITTON; RAIZEN; HUNTLEY, 2003, p. 184).

Diante desse contexto, a Nova Zelândia é o país que mais investe financeiramente no docente iniciante. Há mais de 30 anos, o Ministério da Educação do país proporciona um financiamento para que os docentes principiantes possam ter uma redução de 20% na carga horária durante o primeiro ano.

Na Turquia, a indução de professores é reconhecida e institucionalizada pelo Ministério da Educação Nacional (Ministry of National Education - MoNE) do país desde 2 de março de 2016. Esse programa destinado a professores recém-formados visa o treinamento por um período de seis meses e o objetivo consiste em vivenciar as adaptações e as condições enfrentadas nos primeiros anos da profissão docente.

De acordo com Çobanoğlu (2018), sob a responsabilidade de um mentor e um administrador da escola, o professor iniciante recebe ensinamentos e compartilha saberes com esses profissionais. A autora ainda ressalta que o programa busca preencher uma lacuna importante no processo de formação inicial de professores e está subdividido em uma série



de atividades, tais como: a vivência em sala de aula, atividades dentro e fora da escola e a educação em serviço.

As atividades relacionadas ao primeiro aspecto constituem-se de práticas de monitoramento das disciplinas, planejamento, atividades preliminares e de avaliação e sala de aula. No âmbito das atividades do segundo, estão o monitoramento e o reconhecimento das responsabilidades nas atividades da escola por parte da comunidade acadêmica (diretores, colaboradores, família, coordenação pedagógica, dentre outros). Além disso, as práticas extraescolares fundamentam-se na inserção e no conhecimento da identidade da cidade, visitando diferentes tipos de escolas, de instituições burocráticas e na participação em atividades culturais e artísticas. No que tange ao último aspecto, os professores preenchem uma formulário sobre os livros que leram e os filmes que assistiram na lista a que foram designados e frequentam o que eles denominam por educação em serviço que se refere às atividades oferecidas pelo Ministério da Educação, acadêmicos, membros de organizações não-governamentais e especialistas para aumentar o profissionalismo e desenvolvimento pessoal dos professores novatos.

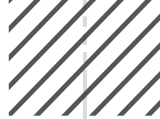
Vaillant e Marcelo (2012) destacam que, em Israel, desde os anos 2000, existe um programa obrigatório do Ministério da Educação para professores iniciantes. A tutoria é realizada de acordo com modelos individualizados de orientação pessoal, isto é, o modelo considera os professores iniciantes como o ponto focal e todos os outros contextos do sistema escolar em termos das necessidades do docente em início de carreira. O programa funciona da seguinte forma: cada mentor oferece assistência pessoal aos professores iniciantes, acompanha-os na tentativa de minimizar seus conflitos internos e estruturar uma relação de confiança orientada para as necessidades individuais.

Os docentes em início de carreira integram-se a escola, mas ensinam somente a metade do tempo em relação a carga horária do professor regular. A habilitação para ser professor efetivo está associada a avaliação positiva do docente iniciante por parte do tutor escolhido e do diretor da escola.

O programa é desenvolvido ao longo do primeiro, por vezes, até o segundo ano de ensino e seu objetivo é auxiliar os docentes principiantes proporcionando apoio emocional e profissional. A cada duas semanas, há uma reunião na instituição formadora em que são discutidos e analisados aspectos do processo de aprendizagem, ensino e desenvolvimento do professor iniciante, tais como: comportamento, regência, relações professor-aluno, relações professor-escola, relações professor-família e experiências em sala de aula.

Ainda em Vaillant e Marcelo (2012), o Japão é um dos países que a mais tempo se preocupa com a inserção profissional dos professores iniciantes. Desde 1988 é assegurado





que esses profissionais se dediquem pelo menos três meses em seu primeiro ano de docência a atividades diretamente relacionadas a inserção à docência.

O projeto japonês inclui a presença dos mentores para auxiliar os recém-formados e atividades dentro e fora da escola. Dentre as atividades do programa destacam-se as relacionadas à: busca pela compreensão do cognitivo, dos pensamentos e das atitudes dos alunos e; à relação que o professor iniciante tem que criar com os pais. Os professores novatos devem discutir com os pais sobre o progresso das crianças, além de, pelo menos uma vez por ano, visitarem a casa de cada um dos alunos com o objetivo de se aproximar deles e de sua realidade.

As atividades extraescolares são desenvolvidas em centros locais ou regionais de formação contínua e referem-se a conferências, grupos de discussão, visitas a outras escolas, participação de seminários, dentre outras. Outros dois diferenciais desse programa são que além do professor iniciante ser observado pelo mentor, ele também observa a prática do seu mentor. Essas observações e trocas de conhecimento acontecem duas ou três vezes por semana e, para estimular os professores, o Ministério da Educação, anualmente, seleciona docentes iniciantes para participar de um cruzeiro de dez dias de duração, em um barco, visitando diferentes cidades portuárias japonesas e realizando atividades e visitas culturais e históricas.

Em relação a América Latina, Marcelo e Vaillant (2017) ressaltam que poucos são os países que definiram uma política sólida sobre a inserção profissional do professor iniciante. Corroborando com os autores, García (2009) afirma que na América Latina a inserção profissional de professores não é objeto de uma política pública obrigatória e reconhece que ao longo da sua pesquisa encontrou poucos programas institucionalizados voltados a esse profissional.

Dentre os países da América do Sul que possuem alguma política não obrigatória para a inserção profissional, Marcelo e Vaillant (2017, p. 1236) apontam que:

O Chile é um dos poucos países que registra algumas iniciativas a serem destacadas. Além disso, recentemente e em nível nacional, foi promovida a criação de uma Comissão, a pedido do Ministério da Educação. É formado por especialistas em formação de professores (membros do Ministério, das Universidades, da Faculdade de Professores) e seu objetivo é formular um sistema de indução. A Comissão preparou um relatório no qual propõe a criação da figura do mentor nas escolas. Os mentores serão professores experientes (entre 8 e 10 anos), com uma avaliação positiva de sua atividade docente, ensinando no mesmo centro educacional do professor iniciante e que tenham recebido treinamento adequado para a tarefa a ser realizada.

Os autores ainda destacam que alguns países como Colômbia e Peru vêm ao longo dos anos demonstrando interesse pela inserção dos professores. Na Colômbia, por exemplo, o





processo de acompanhamento da entrada de professores iniciantes, geralmente, é realizado informalmente por meio das relações mantidas entre os novos professores e os docentes das instituições de formação. A indução é realizada por professores experientes que atuam como tutores informais e cujo vínculo está em sua boa vontade.

Segundo Sousa (2015, p. 55) existem no Brasil alguns programas de secretarias estaduais e municipais como, por exemplo em: São Paulo, Ceará (Sobral), Espírito Santo, Mato Grosso e Rio de Janeiro.

O Programa de Acompanhamento de Professores em Início de Carreira (PAPIC) teve início em 2011 e foi constituído por um grupo de professores iniciantes que possuíam menos de cinco anos de carreira, estudantes e professores das Licenciaturas em Química, Geografia, Biologia, Pedagogia, Letras e Educação Física da Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT)⁵.

O Programa de Mentoria *On-line* da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) foi organizado por pesquisadores da própria instituição e oferecido entre 2004 e 2007 com a finalidade de auxiliar os professores iniciantes que trabalhavam nos anos iniciais do Ensino Fundamental com até cinco anos de carreira a superarem os desafios mais comuns do início de carreira docente. Por meio do seu acompanhamento, professoras experientes intituladas de mentoras auxiliavam os docentes, via correspondências eletrônicas, em um ambiente virtual no Portal dos Professores⁶.

Já o Programa de Residência Docente do Colégio Pedro II encontra-se em funcionamento desde 2012. Criado com o intuito de ofertar a professores das redes públicas do Rio de Janeiro uma experiência de formação continuada buscando refletir sobre os processos de teoria e prática docente.

O programa visa auxiliar os professores recém-formados por meio da mentoria com professores orientadores do Colégio Pedro II com o objetivo de contribuir na elevação da qualidade da formação profissional e propiciar a discussão da realidade educacional no âmbito regional e nacional. O programa oferece a professores iniciantes uma inserção em um projeto que contempla pesquisa, teoria e prática para o aprimoramento do exercício da docência e culmina na concessão do título de especialista (SANT'ANA; MATTOS; COSTA, 2015).

Outro programa que merece destaque e que se encontra em funcionamento é o programa de Residência Docente – PRD – (2018) da Universidade Federal de Juiz de Fora, o qual visa aprimorar a formação do professor da Educação Básica, oferecendo um programa de formação continuada, por meio do desenvolvimento de competências docentes *in loco*, com o propósito de complementar a educação recebida na Instituição de Ensino Superior a partir da vivência em um ambiente escolar. O programa que possui apenas dois anos

5 Disponível em: <http://sigproj1.mec.gov.br/apoiados.php?projeto_id=173831>

6 Disponível em: <<http://www.portaldosprofessores.ufscar.br/mentoriaApresentacao.jsp>>. Acesso em:





de realização, oferece aos professores recém-formados uma oportunidade de inserção no mercado de trabalho por meio de um projeto que contempla pesquisa, teoria e prática para o aprimoramento do exercício da docência.

Ainda, Vaillant e Marcelo (2012) salientam que nos EUA existe um número relevante de diferentes programas presenciais ou por plataformas digitais no âmbito da inserção profissional na docência. Esse fato deve-se às diversas dimensões do país e à diversidade e autonomia dos Estados que compõem a federação.

Corroborando com as ideias apresentadas anteriormente, Zeichner (2019) aponta que nos EUA os programas de residência docente foram criados como uma espécie de rota alternativa aos programas de formação profissionais universitários existentes no país, que ao longo dos anos foram se afastando da realidade das escolas e não respondiam as necessidades das escolas públicas e tampouco a realidade do professor iniciante. Além disso, devido à grande extensão territorial do país, há uma defesa de que os programas de residência respondem melhor as necessidades dos profissionais em seus respectivos distritos escolares, por ser baseado na escola e num determinado contexto específico.

Na tentativa de exemplificar o funcionamento dos programas de inserção profissional e identificar fatores divergentes entre um programa e outro, serão expostos três programas dos EUA, que envolvem os estados da Califórnia, Connecticut e Colorado.

Quadro 1. Características dos programas de inserção profissional nos EUA

ESTADOS	CARACTERÍSTICAS DOS PROGRAMAS DE INSERÇÃO PROFISSIONAL
CALIFÓRNIA	• Programa denominado Iniciativa de Apoio e Avaliação do Professor Iniciante (Beginning Teacher Support and Assessment Initiative - BTSA). • Presença de mentores, semanalmente, observando o trabalho docente do professor iniciante e auxiliando a desenvolver planos de aprendizagem e atividades de planejamento e avaliação. • Programa destinado aos dois primeiros anos do docente. • Relação efetiva do professor iniciante e o mentor por meio de e-mail, ligações telefônicas, encontros formais e informais.
CONNECTICUT	• Programa vigente desde 1986. • O programa inclui a elaboração de um portfólio que deve apresentar 10 unidades didáticas, vídeo das lições aplicadas, vários exemplos de tarefas dos alunos e reflexões e comentários do professor iniciante. • Os mentores encontram-se com os professores iniciantes duas vezes por semana. • Redução na quantidade de aulas do professor iniciante.
COLORADO	• Programa da University of Colorado at Boulder • Programa vigente desde 1987. • Os mentores são selecionados entre professores considerados excelentes, os quais são eximidos de aulas, recebem formação sobre <i>coaching</i> cognitivo e técnicas para promover a reflexão. • A cada duas semanas são propostos seminários e discussões sobre problemas e expectativas em sala de aula. • As aulas dos professores iniciantes são, por vezes, gravadas para que o próprio professor faça suas reflexões no diário de bordo.

Fonte: Adaptado de Marcelo e Vaillant (2012).

Já em Gana, no continente africano, encontramos casos isolados de mentoria, muitas vezes, propostas informalmente entre um professor experiente e o em início de carreira. Nesse país e em toda a extensão da África Subsaariana ainda não há estabelecido uma política educacional formal sobre indução e orientação para professores iniciantes (COBBOLD,





2007, MANWA; MUKEREDZI; MANWA, 2016). A realidade do continente africano evidencia que escolas, distritos e regiões dificilmente oferecem orientação organizada para os professores iniciantes. Além disso, não há um programa formal de indução e de orientação disponível para professores iniciantes.

Em sua pesquisa, Keengwe e Adjei-Boateng (2012), ao entrevistarem professores iniciantes em Gana, perceberam que os participantes relataram que a orientação, comumente, não é organizada para professores iniciantes e, sim, para professores em formação na graduação, nomeado como estágio supervisionado. Além disso, grande parte da mentoria é feita informalmente a partir do suporte do Serviço de Educação de Gana, professores experientes, diretores, chefe de departamento, comunidade escolar e família, por meio de integração e de compartilhamento de preocupações, de tensões, de anseios e de desafios enfrentados no início da carreira docente. O resultado do estudo confirmou a posição de Cobbold (2007), de que a prática de iniciar a orientação e a indução de professores ainda não foi utilizada no sistema educacional do Gana.

A partir da realidade de Gana, os autores Ombe, Alipio e Nhavoto (2009, p. 93) declararam que “a força de ensino em muitos países da África Subsaariana é composta por professores com diferentes qualificações de ingresso que se inseriram na profissão por várias rotas”. A maioria desses professores não recebe orientação e a indução, em termos de políticas e práticas nas escolas envolvidas, era claramente ausente.

A partir desse panorama geral sobre os programas de diferentes países de vários continentes, elaboramos o Quadro 2, baseado em Rabelo (2019), com o objetivo de mostrar divergências e convergências desses programas.



PROGRAMAS DE INDUÇÃO PROFISSIONAL	TURQUIA	INGLATERRA	FRANÇA	ISRAEL	JAPÃO	AUSTRÁLIA	NOVA ZELÂNDIA	ALEMANHA	EUA	PAÍSES AFRICANOS	AMÉRICA DO SUL
OBRIGATÓRIO OU NÃO PARA CERTIFICAÇÃO?	-	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Não	Não	Não
QUEM ORGANIZA?	Ministério da Educação Nacional	Grupo de apoio chamado de perfil de entrada e desenvolvimento de carreira	Universidade, Escola e o Estado (exemplo: projeto mentoring)	Ministério da Educação	Ministério da Educação	-	Estado	Escola e Universidade (Referendariat)	Pelos programas de residência docente	professores experientes, diretores, chefe de departamento, comunidade escolar e família	Estado e Ministério da Educação
EXISTE APOIO AO PROFESSOR NOVATO. QUAL?	-	-	Sim, professores novatos lecionam em tempo parcial na escola, porém recebem por tempo integral.	Ensinam somente a metade do professor regular.	-	Sim, cargas horárias reduzidas de 5% até 10%	Sim, redução de 20% na carga horária	Sim, professores novatos trabalham a tempo parcial por 2 anos.	Não	Não	Não
POR QUEM O PROFESSOR NOVATO É AVALIADO?	Por um mentor e um administrador da escola	Pelo CEDP, mentor e o diretor da escola	Pelo mentor, pela escola e pelo país	Pelo mentor	Pelo Ministério da Educação	Sim, pelo diretor de cada centro	Estado, por meio de avaliações formativas	Sim. Pelo mentor e pelos pares (gestão escolar)	Pelos programas de residência docente	Não há avaliação.	Pelo mentor, pela escola, por pares
DIFERENCIAL DO PROGRAMA	O programa busca preencher uma lacuna importante no processo de formação inicial de professores e está subdividido em uma série de atividades, tais como: a vivência em sala de aula; atividades dentro e fora da escola e a educação em serviço.	Esse programa propõe um conjunto de perguntas e de atividades aos docentes principiantes em três dimensões do processo de formação docente: no final da formação inicial, no início do período de inserção e no final desse período.	A mentoria francesa acontece em períodos específicos quando os professores iniciantes são avaliados pelos seus mentores e somente se resultar numa avaliação positiva que eles são titulados como professores da Educação Nacional.	A habilitação para ser professor efetivo está associada a avaliação positiva do docente iniciante por parte do tutor escolhido e do diretor da escola.	Os professores novatos devem discutir com os pais sobre o progresso das crianças, além de que, pelo menos uma vez por ano, visitem a casa de cada um dos alunos com o objetivo de se aproximar deles e de sua realidade. Além disso, anualmente, seleciona docentes iniciantes para participar de um cruzeiro de dez dias de duração.	Preparar portfólios para serem apresentados em situações de avaliação formativa e fazer cursos profissionais para adquirir competências cujas temáticas versam sobre a escola, as disciplinas, as atitudes essenciais para ensinar de forma efetiva e as relações entre a comunidade escolar.	O objetivo é apoiar o professor a desenvolver competências básicas para seu trabalho docente, como planejar seu curso, preparar planos de aula, avaliar o trabalho de seus alunos, escrever relatórios escritos para os pais.	O professor novato frequenta cursos teóricos e é apoiado por um mentor para superar a insegurança, o desconforto, o sentimento de abandono. Somente depois de três anos que o professor está inserido na sua profissão é que poderá obter o status de funcionário público efetivo.	nos EUA existe um número relevante de diferentes programas presenciais ou por plataformas digitais no âmbito da inserção profissional na docência. Esse fato deve-se às diversas dimensões do país e à diversidade e autonomia dos Estados que compõem a federação.	No continente africano, encontramos casos isolados de mentoria, muitas vezes, propostas informalmente entre um professor experiente e o professor em início de carreira.	O Chile e o Brasil são um dos poucos países que registra iniciativas a serem destacadas e Colômbia e Peru vêm ao longo dos anos demonstrando interesse pela inserção dos professores recém-formados.

■ CONSIDERAÇÃO FINAIS

De um modo geral, percebe-se que ser professor na fase de iniciação à docência representa assumir novas perspectivas e aprendizagens sobre si próprio e a comunidade acadêmica que o cerca enfrentando problemas de inseguranças, fragilidades, angústias e medos. Além de (re)conhecer e experienciar os aportes teóricos, vivenciar práticas educativas e dominar conteúdos estudados no período da formação inicial.

Em suma, os programas de indução parecem auxiliar nas demandas e no acompanhamento do professor iniciante expostas anteriormente desde que são inseridos na profissão docente. Esses programas variam de um a três anos, período considerado como uma continuação da formação inicial e como um primeiro momento da formação continuada, promovendo a socialização e a cooperação no nível escolar.





Entre as atividades desenvolvidas nesses programas, percebe-se uma convergência mundial na adoção de um mentor, na observação em sala de aula e parece haver algum consenso de que um dos elementos-chave de um bom programa de indução é a orientação. Trabalhar as produções do professor iniciante, seja por meio de grupos de discussão, portfólios, encontros presenciais ou em plataformas digitais parece ser uma estratégia também adotada. Em menor medida, observa-se estratégias de inverter os papéis dos profissionais que participam desses programas, por exemplo, ao invés do mentor observar as aulas dos professores iniciantes, os professores novatos observarem seus mentores.

Os programas de inserção e indução profissional evidenciam, em seus documentos, estarem de acordo com as ideias apresentadas pelo referencial teórico deste artigo, já que, na maioria dos programas analisados, percebemos a preocupação em assumir uma forte componente prática, centrada na aprendizagem dos alunos e no estudo de casos concretos tendo como referência o trabalho escolar; passar para “dentro” da profissão, baseando-se na aquisição de uma cultura profissional e concedendo aos professores mais experientes um papel central na formação dos mais jovens; valorizar o trabalho em equipe e o exercício coletivo da profissão, reforçando a importância dos projetos educativos de escola; a valorização no processo educativo e a construir uma relação de apoio entre o professor em início de carreira e o mais experiente.

Por fim, percebe-se que alguns programas de indução e mentoria são bem-sucedidos em melhorar a satisfação no trabalho, a permanência de novos professores na carreira e o apoio no processo de descoberta e de sobrevivência desses profissionais recém-formados.

Em relação ao Brasil, percebe-se que os programas dedicados a residência docente ainda são recentes e as pesquisas relacionadas a esta temática, incipientes. Mesmo sendo respaldado pela meta 18.2 pelo Plano Nacional de Educação – PNE –, cujo objetivo é: implantar, nas redes públicas de educação básica e superior, acompanhamento dos profissionais iniciantes, supervisionados por equipe de profissionais experientes, a fim de fundamentar, com base em avaliação documentada, a decisão pela efetivação após o estágio probatório e oferecer, durante esse período, curso de aprofundamento de estudos na área de atuação do professor, com destaque para os conteúdos a serem ensinados e as metodologias de ensino de cada disciplina.

Por fim, vale salientar que o objetivo deste artigo não foi identificar se efetivamente o período de indução ocorre, mas sim refletir sobre esses programas em âmbito nacional e internacional. Diante disso, destacamos, então a possibilidade, de novas pesquisas sobre o desenvolvimento e a inserção profissional de professores que apresentem com clareza sobre como é articulado e definido as funções e responsabilidades dos professores novatos, mentores, diretores, formadores de professores, ministérios e autoridades locais; a gestão





da qualidade, isto é, a competência e o treinamento dos mentores, a competência dos dirigentes escolares, o monitoramento e a avaliação das políticas de indução; se os programas de indução respeitam e entendem o contexto o qual estão inseridos como salienta Zuljan e Požarnik (2014), dentre outros.

■ REFERÊNCIAS

1. ANDRÉ, M. E. D. A. **A pesquisa sobre a formação de professores no Brasil – 1990-1998: ensinar e aprender: sujeitos, saberes e pesquisa**. São Paulo: Editora DP&A, 2000.
2. BRITTON, E., RAIZEN, S.; HUNTLEY, M. A. (2003). **Help in every direction: Supporting beginning science teachers in New Zealand**. In: BRITTON, E.; PAINE, L.; PIMM, D.; RAIZEN, S. (Eds.). **Comprehensive Teacher Induction: Systems for Early Career Learning** Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2003. p. 141- 193.
3. CICILLINI, G. A.; DIAS, F. N. **Pela Narrativa Dialógica . . . Os movimentos de constituição da formadora de professores a partir do interior da escola**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 25ª, Caxambu-MG, 2002. **Anais...** Caxambu-MG, 2002.
4. ÇOBANOĞLU, F. Teacher Induction Program: First Experience in Turkey. **International Education Studies**, v. 11, n. 6, p. 99-108, 2018. Disponível em: < <http://www.ccsenet.org/journal/index.php/ies/article/view/72909>>. Acesso em: 04 fev. 2021.
5. COBBOLD, C. **Induction for teacher retention: A missing link in teacher education policy in Ghana**. 2007.
6. FEIMAN-NEMSER, S. Learning to teach. **The Institute for Research on Teaching**, v. 64, p. 1-40, 1983.
7. FIORENTINI, D. De professor isolado ou plugado para professor conectado: novas perspectivas à formação do professor de matemática. In: FIORENTINI, D. (Org.). **Coletânea de trabalhos do PRAPEM: VII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Campinas: Unicamp, 2001. p.22-28.
8. GABARDO, C. V. L.; HOBOLD, M. S. O início da docência: investigando professores do ensino fundamental. **Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação de Professores**, v. 3, n. 5, ago./dez. 2011. Disponível em: <<http://formacaodocente.autenticaeditora.com.br/artigo/exibir/10/41/1>>. Acesso em: 01 fev. 2021.
9. GARCIA, C. M. **Formação de Professores – para uma mudança educativa**. Porto: Porto Editora, 1999.
10. GARCIA, C. M. Pesquisa sobre a formação de professores: o conhecimento sobre aprender a ensinar. **Revista Brasileira de Educação**, n. 9, p. 51-75, set./out./nov./dez. 1998.
11. GARCIA, C. M. Desenvolvimento Profissional Docente: passado e futuro. **Sísifo**. Revista de Ciências da Educação, n. 08, p. 7-22, 2009. Disponível em: < <http://sisifo.fpce.ul.pt>>. Acesso em: 30 de jan. 2021.





12. GATTI, B. A. O início da carreira docente: formas de entrada, primeiras experiências profissionais e políticas educacionais. In: CONGRESO INTERNACIONAL SOBRE PROFESORADO PRINCIPIANTE E INSERCIÓN PROFESIONAL A LA DOCENCIA, III. Santiago do Chile. 2012, **Anais...** Santiago do Chile. 2012.
13. HUBERMAN, M. O ciclo de vida profissional dos professores: In: NÓVOA, A. (Org.) **Vidas de professores**. Porto: LTDA, 2000. p.31-59.
14. IMBERNÓN, F. **Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza**. São Paulo: Cortez, 2001.
15. INGERSOLL, R.; STRONG, M. The Impact of Induction and Mentoring Programs for Beginning Teachers: A Critical Review of the Research. **Review of Education Research**, v. 81, n. 2, p. 201-233, 2011. Disponível em: <https://repository.upenn.edu/gse_pubs/127>. Acesso em: 15 nov. 2020.
16. KEENGWE, J.; ADJEI-BOATENG, E. Induction and Mentoring of Beginning Secondary School Teachers: A Case Study. **International Journal of Education**, v. 4, n. 2, p. 250-260, 2012.
17. LANGDON, F. J.; ALEXANDER, P. A.; RYDE, A.; BAGGETTA, P. A national survey of induction and mentoring: how it is perceived within communities of practice. **Teaching and Teacher Education**, v. 44, p. 92-105, 2014.
18. MANWA, L; MUKEREDZI, T.C; MANWA, L. Rural school teaching in Zimbabwe: Mentoring experiences of beginning primary school teachers. **Australian and International Journal of Rural Education**, v. 26, 2016.
19. MARCELO, C; VAILLANT, D. Políticas y programas de indução na docencia en Latinoamérica. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, v. 47, n. 166, p. 1224-1249, dez. 2017. Disponível em: <<https://www.scielo.br/pdf/cp/v47n166/1980-5314-cp-47-166-1224.pdf>>. Acesso em: 30 mar. 2021.
20. MARIANO. A. L. S. **A construção do início da docência: um olhar a partir das produções da ANPEd e do ENDIPE**. 2006. 142f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2006.
21. MASSETTO, D. C. **Formação de Professores iniciantes: o Programa de Mentoria online da UFSCar em foco**. 2014. 242 f. Dissertação (Mestrado em Educação), – Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014.
22. MIRA, M. M.; ROMANOWSKI, J. P. Programas de inserção profissional para professores iniciantes: revisão sistemática. **Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação de Professores**, v. 7, n. 13, p. 85-98, dez. 2015
23. MIZUKAMI, M. G. N. et al. **Escola e aprendizagem da docência: processos de investigação e formação**. São Carlos/SP: EdUFSCar, 2006.
24. NÓVOA, A. **Professores Imagens do futuro presente**. Lisboa: Educa, 2009.
25. OMBE, Z. A., ALIPIO, J., NHAVOTO, A. **Innovation in teaching training in Sub-Saharan, Africa**. United Nations University, 2009.
26. OPPENHEIMER. O. S. Being a mentor: novice teachers' mentors' conceptions of mentoring prior to training. **Professional Development in Education**, v. 43, n. 2, p. 274-292, 2017.



27. ORGANIZAÇÃO PARA COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICOS - OCDE. **Professores são importantes:** atraindo, desenvolvendo e retendo professores eficazes. São Paulo: Editora Moderna, 2006.
28. PAPI, S. O. G.; MARTINS, P. L. O. As pesquisas sobre professores iniciantes: algumas aproximações. **Educação em Revista**. Belo Horizonte, v. 26, n. 3, p. 39-56, dez. 2010.
29. RABELO, A. O. Análise comparada da indução profissional como apoio ao docente iniciante. **Currículo sem Fronteiras**, v. 19, p. 81-96, 2019.
30. REALI, A. M. M. R; TANCREDI, R.M.S. P; MIZUKAMI, M. G. N. Programa de Mentoria Online: espaço para o desenvolvimento profissional de professoras iniciantes e experientes. **Educação e Pesquisa**, v. 34, p. 77-95, 2008.
31. ROMANOWSKI, J. P. Professores Principiantes no Brasil: questões atuais. In: CONGRESO INTERNACIONAL SOBRE PROFESORADO PRINCIPIANTE E INSERCIÓN PROFESIONAL A LA DOCENCIA, III., Santiago do Chile, 2012, **Anais...** Santiago do Chile, 2012.
32. SANT'ANNA, N. F.; MATTOS, F.R.; COSTA, C.S. Formação continuada de professores: a experiência do programa de residência docente no Colégio Pedro II. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 31, n. 4, p. 249-278. 2015.
33. SILVA, E. T. **Professor de 1º grau:** identidade(s) em jogo. 2001. 130 f. Tese (Livre Docência) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1993.
34. SILVA, M. C. M. **O primeiro ano de docência: o choque com a realidade.** In: ESTRELA, M. T. (Org.) Viver e construir a profissão docente. Porto: Porto Editora, 1997.
35. SNOEK, M. et al. **Developing coherent and system-wide induction programmes for beginning teachers:** a handbook for policymakers. Brussels: European Commission, 2010.
36. SOUSA, R. M. **Professores iniciantes e professores experientes:** articulações possíveis para a formação e inserção na docência. 2015, 153 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Mato Grosso, Rondonópolis, MT, 2015.
37. TARDIF, M. **Formação dos professores e contextos sociais:** perspectivas internacionais. Porto: RÉ, 1990.
38. TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** Petrópolis: Vozes, 2002.
39. TARDIF, M; RAYMOND, D. Saberes, tempo e aprendizagem do trabalho no magistério. **Educação e Sociedade**, Campinas, v. 21, n. 73, p. 209-244, dez. 2000. Disponível em < <https://www.scielo.br/pdf/es/v21n73/4214>>. Acesso em: 30 mar. 2021.
40. TERHART, E. Teacher induction in Germany: traditions and perspectives, In: VALENCIC ZULJAN, M.; VOGRINC, J. (Eds.). **Professional Inductions of Teachers in Europe and Elsewhere.** Ljubljana: Kranj, Pedagoška fakulteta, Šola za ravnatelje, 2007. p. 154–167.
41. UFJF. **O Programa Residência docente da Universidade Federal de Juiz de Fora.** RESOLUÇÃO Nº 138/2018. Disponível em: <[https://www2.ufjf.br/congrad/files/2018/02/RES_138.2018-Resid%

42. VAILLANT, D.; MARCELO, C. **Ensinando a aprender:** as quatro etapas de uma aprendizagem. Curitiba: Editora UTFPR, 2012.](https://www2.ufjf.br/congrad/files/2018/02/RES_138.2018-Resid%c3%aancia-Docente1.pdf)



44. VEENMAN, S. Perceived Problems of beginning teachers. **Review of Educational Research Summer**, v. 54, n. 2, p.143-178, 1984.
45. VONK, J.; SCHRAS, G. From beginning to experienced teacher: a study of the professional development of teachers during their first years of service. **European Journal of Teacher Education**, Abingdon, v. 10, n. 1, p. 95-110, 1987.
46. ZABALZA, M. A. **Diários de aula**: contributo para o estudo dos dilemas práticos dos professores. Porto: Porto Editora, 1994.
47. ZEICHNER. K. Entendendo a emergência e o rápido crescimento dos programas de Residência docente nos EUA. **Currículo sem Fronteiras**, v. 19, n. 1, p. 187-197, jan./abr. 2019.
48. ZULJAN, M. V.; POŽARNIK, B. M. Induction and Early-career Support of Teachers in Europe. **Journal of Education**, v. 49, n. 2, p. 192-205, 2014.



Práticas matemáticas (res) significadas com os membros do GEPLIMAC/UFAC, com o uso da tabuada interativa

| **Mário Sérgio Silva de Carvalho**
UFAC/MPECIM

| **Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra**
UFAC/MPECIM

RESUMO

A presente narrativa é um recorte da Dissertação de Mestrado, apresentada ao MPECIM/UFAC, intitulada “*Percorrendo usos/significados da Tabuada Interativa em momentos de práticas escolares de mobilização de cultura matemática*” e objetiva-se descrever os usos/significados da *Tabuada Interativa* em momentos de práticas escolares, e ver como essas práticas foram (res)significadas frente às várias formas de ensinar e de aprender Matemática. Busca-se inspiração nas obras de Ludwig Wittgenstein (1999) e de Jacques Derrida (2002), tendo como pressuposto a terapia desconstrucionista como atitude metódica de pesquisa. A aplicação da *Tabuada Interativa* foi realizada com 12 professores em formação continuada que fazem parte do *Grupo de Estudo e Pesquisa em Linguagens, Práticas Culturais em Ensino de Matemática e Ciências da Universidade Federal do Acre (GEPLIMAC-UFAC)*, no primeiro momento de praticar a terapia desconstrucionista com o tema “*Significando a Tabuada Interativa na exploração de conceitos matemáticos*”, em contextos educacionais diversos. Como aporte teórico utilizamos Lorenzato (2010), por sustentar que os recursos didáticos manipuláveis constituem um importante recurso de mobilização cultural a serviço do professor em sala de aula e em pesquisadores, que fazem uso da terapia desconstrucionista em suas pesquisas como: Bezerra (2016), Miguel (2015), Moura (2015) e Farias (2014) por sustentarem em suas escrituras que existem novas formas de explorar materiais didáticos, significando-os pelo uso que dele é feito em momentos de atividades. Assim é possível esclarecer que, concebemos a Matemática como jogos de linguagem mobilizados por práticas escolares diversas em uma comunidade de prática ou em diferentes formas de vida.

Palavras-chave: Tabuada Interativa, Terapia Desconstrucionista, Práticas Escolares, Formação Continuada de Professores, Jogos de Linguagem.

■ CONTEXTUALIZANDO A PESQUISA

Em 2017, ministrando aulas em turmas no Ensino Fundamental II (6º ao 9º ano), me deparei com alguns problemas no tocante as operações matemáticas (adição, subtração, multiplicação e divisão), dentro do conjunto dos números naturais, principalmente nos 7º, 8º e 9º anos.

Foi exatamente essa dificuldade dos alunos com relação à aprendizagem da tabuada no “Conjunto dos Naturais (N)”, principalmente no que concerne às operações de multiplicação e divisão desses números, que me despertou¹ uma inquietação em tentar fazer algo para solucionar ou amenizar essa problemática.

Diante dessa inquietação, propus-me refletir sobre a criação de um recurso didático manipulável que pudesse melhorar essa problemática. Em conjunto com outro professor de Matemática, professor Francisco Jociel Marques da Silva, da rede particular de Rio Branco-Acre, mobilizamos a criação de um recurso didático manipulável no estilo de uma “tabuada”, em um formato interativo e foi assim que foi se desvelando o uso desse material.

O pensamento inicial era atrair a atenção dos alunos para esses conteúdos básicos e trabalharmos essas dificuldades no tocante as operações matemáticas com a utilização desse recurso didático manipulável. A intenção era fazer com que o aluno ao manusear o recurso didático manipulável se sentisse motivado, e assim entender na prática os procedimentos matemáticos sem a utilização de algoritmos e sim, o que emergisse nessa prática procurando registrar o modo como cada um significava o uso desse material para uma reflexão a posteriori.

Diante dessa problemática veio então a intenção de participar do processo seletivo do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática – MPECIM/UFAC e assim concretizar a realização desse projeto. Busquei algumas referências bibliográficas sobre o uso de ferramentas tecnológicas e recursos didáticos manipuláveis, para dar suporte a proposição de um trabalho que estivesse baseado na criação e uso de uma tabuada interativa, que estaria mais voltada para uma atividade lúdica e que mais tarde se tornaria o Produto Educacional do mestrado em tela.

Após a definição da metodologia de pesquisa a ser adotada na dissertação, fiquei a pensar como descrever a utilização da Tabuada Interativa para que seus significados em momentos de práticas, pudessem ser ressignificados pelos alunos em formação inicial da licenciatura em matemática da Universidade Federal do Acre – Campus Rio Branco.

A partir daí procurávamos esclarecer também a metodologia da pesquisa assumida na dissertação, assim intitulada de “atitude *metódica de caráter-terapêutico desconstrucionista*”,

¹ Nessa etapa da contextualização do texto, falo de minhas experiências pessoais para chegar a concretização da ideia da construção da Tabuada Interativa, e em se tratando disso, nos casos em que estiver relatando experiências pessoais ou profissionais utilizaremos a primeira pessoa do singular, mais em vias de regra utilizaremos o verbo na primeira pessoa do plural.



tendo como pilar que o significado do objeto está baseado no uso que se faz dele em momentos de atividades, na concepção da filosofia da linguagem, de Ludwig Wittgenstein², e na Desconstrução de Jacques Derrida³.

Após vários encontros de orientação fiquei a refletir sobre o que seria a terapia desconstrucionista. Pensei, pensei e pensei novamente e ficava martelando na minha cabeça o dizer de minha orientadora, “*Mário você deve esparramar o conhecimento por todos os campos do saber disponíveis, desde as construção do protótipo*”, e exatos 4 dias propus a minha orientadora uma desconstrução física, literalmente falando da *Tabuada Interativa*, para ver como essa adequação/desconstrução física, poderiam trazer outros conceitos, e se encaixar nessa nova forma de fazer pesquisa, pois da forma que entrei no mestrado estava com uma ideia estritamente cognitiva, etapista, com o olhar somente para o algoritmo da multiplicação e somente para a execução de uma única operação de multiplicação.

Com a nova forma física da *Tabuada Interativa* com a inversão dos campos⁴, o primeiro campo da *Tabuada Interativa* não seria mais o MULTIPLICANDO e sim o campo do PRODUTO (RESULTADO DA OPERAÇÃO) da multiplicação dos fatores, ou seja, houve uma inversão, a intenção agora era fazer com que o aluno percebesse os usos/significados não somente de uma única operação de multiplicação mentalizada, mesmo que interativa, mais seu uso nesse novo formato, possibilitaria a realização de outras possibilidades de multiplicações, pois o seu uso estaria focado agora, em todas as multiplicações possíveis que daria o valor do produto (resultado da operação).

Tal abordagem nos permitiria não somente a execução da tabuada de multiplicação pela multiplicação, mais estaríamos utilizando o significado do objeto pelo uso que seria feito dele em momentos diversos de atividades e não somente ensinando as operações contidas na tabuada de multiplicação, através de contas armadas, mas possibilitar ao aluno a relacionar e perceber outros conceitos importantes possíveis de serem discutidos ao interagir com o

2 Ludwig Joseph Johann Wittgenstein (Viena, 26 de Abril de 1889 — Cambridge, 29 de Abril de 1951) foi um filósofo austríaco, natu-
ralizado britânico. Foi um dos principais autores da virada linguística na filosofia do século XX. Suas principais contribuições foram
feitas nos campos da lógica, filosofia da linguagem, filosofia da matemática e filosofia da mente. Muitos o consideram o filósofo mais
importante do século passado. Seu mais popular livro de filosofia publicado, o *Tractatus Logico-Philosophicus*, de 1922, exerceu
profunda influência no desenvolvimento do positivismo lógico. Mais tarde, as ideias por ele formuladas a partir de 1930 e difundidas
em Cambridge e Oxford também impulsionaram um outro movimento filosófico - a chamada “filosofia da linguagem comum”. Seu
pensamento é geralmente dividido em duas fases. Para identificá-las, muitos autores recorrem ao artifício de atribuir os escritos da
juventude ao *Primeiro Wittgenstein* e a obra posterior ao *Segundo Wittgenstein*, como se designassem autores distintos. (WITT-
GENSTEIN, 1999, IF, p. 5-6).

3 Jacques Derrida (El Biar, Argélia, 15 de julho de 1930 — Paris, 9 de outubro de 2004) foi um filósofo franco-magrebino, que iniciou
durante os anos 1960 a *Desconstrução* em filosofia. Foi um dos pensadores mais influentes e controversos da segunda metade do
século XX, sua obra assinala um corte decisivo nos saberes científicos, artísticos e filosóficos, com implicações não menos signifi-
cativas no campo dos estudos literários. Publicou, entre outros, *Torres de babel* e *a escritura e a diferença* (DERRIDA, 2002, p.42).

4 A proposta inicial da *Tabuada Interativa* era composta com os campos: MULTIPLICANDO X MULTIPLICADOR = PRODUTO (RE-
SULTADO DA OPERAÇÃO). Com a inversão dos Campos, ficou PRODUTO (RESULTADO DA OPERAÇÃO) = MULTIPLICANDO X
MULTIPLICADOR.





protótipo da Tabuada, como, divisores de um número, números primos e compostos, pares e ímpares, propriedades da multiplicação e outros conceitos.

A *Tabuada Interativa* percorreu os rastros formativos junto a 12 alunos em formação continuada do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática – MPECIM da Universidade Federal do Acre – Rio Branco-Acre, em conjunto com as atividades junto ao “Grupo de Estudo e Pesquisa em Linguagens, Práticas Culturais em Ensino de Matemática e Ciências – GEPLIMAC/UFAC”, ao qual iremos a seguir detalhar um pouco mais essas reflexões/discussões e como os conceitos/conteúdos matemáticos foram significados nesses encontros.

Dessa forma espera-se que os professores em formação continuada possam replicar e criar novas possibilidades nas diversas séries da Educação Básica, os conceitos adquiridos com a manipulação da *Tabuada Interativa* e possam entender os usos/significados do objeto em momentos de atividades e assim compreenderem como ensinar de outra forma os conceitos matemáticos que emergirem oriundos de sua aplicabilidade e exploração em momentos de manuseio do recurso didático manipulável.

■ A ATITUDE METÓDICA/TERAPIA DESCONSTRUCIONISTA

Na atitude metódica de caráter-terapêutico desconstrucionista, inspirada na terapia filosófica de Wittgenstein e na desconstrução de Derrida, procura-se *descrever como* os 12 estudantes da formação continuada do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM, significaram/usaram os saberes envolvidos nas práticas culturais problematizadas, particularmente como cada um fez uso do protótipo da *Tabuada Interativa* nas diversas práticas formativas no âmbito do Grupo de Estudo e Pesquisa em Linguagens, Práticas Culturais em Ensino de Matemática e Ciências que se reunia quinzenalmente as sextas-feiras pela manhã na UFAC .

No tocante a isso, Bezerra⁵ nos esclarece que:

As ações regradas que constituem as práticas e que são orientadas, inequivocamente, podem ser vistas, na acepção de Wittgenstein, como diferentes jogos de linguagem; jogos esses que incluem também aqueles que, escolarmente, são denominados de conteúdos matemáticos. Para Wittgenstein, a matemática é um jogo de linguagem como qualquer outro jogo.

Experimentar situações novas em sala de aula sobre o ensino de matemática que, no âmbito da pesquisa, passamos a vê-las com a perspectiva wittgensteiniana de ver, nelas, outra forma de mobilizar matemática na formação continuada.

5 (Bezerra, S. M. C. B. - *Percorrendo usos/significados da matemática na problematização de práticas culturais na formação inicial de professores*, 2016, p. 16).





Como continua Bezerra⁶, “isto é, como jogos de linguagem, normativamente, regrado e de ver seu ensino como problematização desses jogos ou de práticas culturais como os chamamos, analogamente, ao que Wittgenstein chama de jogos de linguagem”.

Derrida em sua obra, nos fala *dos rastros dos rastros dos rastros dos rastros*, ou seja, a narrativa descritiva sempre será modificada dependendo da forma de como será contada, descrita ou mesmo comentada, dependendo diretamente do ponto de vista de quem está descrevendo o fato. “Derrida não via a *escritura* como imagem da fala, mas sim como *inscrição*, isto é, como qualquer conjunto de sinais gráficos ou estruturas ágrafas associado ou não a conjunto de sinais fônicos ou acústicos”⁷.

Em outras palavras para Derrida:

[...] a *escritura* não é a presença fônica do significado ou do referente e nem a presença gráfica associada a uma imagem acústica. Para ele, o significado é sempre instituído socialmente e, portanto, uma construção. E sendo toda construção uma metáfora arquitetônica, todo significado instaura uma estrutura, não podendo haver significado fora de um sistema conceitual estruturado.⁸

Assim, esclarecer o uso da linguagem é ampliar a compreensão do fenômeno em estudo. Wittgenstein não estava preocupado em definir “o que é” uma determinada palavra ou conceito, mas “como” se dá seu uso nos diversos jogos de linguagem/práticas culturais.

Praticar a terapia filosófica wittgensteiniana implica em não buscar uma essência, um único sentido, ou seja, um único sentido da matemática escolar. Dessa forma, “foi pelo uso da linguagem como atividade, significado no modo wittgensteiniano de conceber a linguagem, que foi se constituindo todo o processo de significação dos diálogos ficcionais desenvolvidos nesse texto”⁹.

Na desconstrução, diz o autor, nós não simplesmente rejeitamos um sistema conceitual de significados, mas o problematizamos a partir de dentro, ao trazer para dentro possibilidades de significação que haviam sido deixadas fora do sistema, isto é, colocando lado a lado o reconhecido e o não-reconhecido, o aceito e o rejeitado.

A terapia desconstrucionista traz em foco a descrição de como os fatos acontecem numa narrativa diferenciada da tradicional, em cenas ficcionais ou jogos de cenas, onde fazemos essa narrativa na própria pesquisa “*corpus da pesquisa*” em que serão feitas as enxertias teóricas que foram significas nesses usos.

6 (Bezerra, S. M. C. B. - *Percorrendo usos/significados da matemática na problematização de práticas culturais na formação inicial de professores*, 2016, p. 18).

7 (Miguel, A. – *A terapia gramatical-desconstrucionista como atitude de pesquisa (historiográfica) em Educação (Matemática)*, 2015, p. 617).

8 (Miguel, A. – *A terapia gramatical-desconstrucionista como atitude de pesquisa (historiográfica) em Educação (Matemática)*, 2015, p. 618).

9 (Bezerra, S. M. C. B. - *Percorrendo usos/significados da matemática na problematização de práticas culturais na formação inicial de professores*, 2016, p. 30).





A seguir será feito um recorte da tessitura do diálogo ficcional da dissertação, com personagens ficticiais com os quais problematizamos o uso do Protótipo denominado de *Tabuada Interativa* com os integrantes do *Grupo de Estudo e Pesquisa em Linguagens, Práticas Culturais em Ensino de Matemática e Ciências – GEPLIMAC/UFAC*, com a intenção de compreender o caminho percorrido por cada integrante na significação pelo uso do protótipo na exploração de conceitos matemáticos.

■ AS PRÁTICAS MATEMÁTICAS (RES)SIGNIFICADAS NO GEPLIMAC/UFAC, COM O USO DA TABUADA INTERATIVA

O jogo de cena ficcional apresentado a seguir ocorreu em uma manhã de sexta-feira ensolarada na sala destinada as reuniões dos grupos de pesquisas, com a presença da líder do *GEPLIMAC/UFAC*, a professora Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra, que nomearei apenas como **Professora**, eu, que neste diálogo serei chamado de **Pesquisador** e alguns integrantes do *GEPLIMAC* a seguir: Viviane **Menezes** de Souza Machado, Thassio Kennedy Silva **Oliveira**, José Césio **Medeiros**, Damiana Avelino de **Castro** e Jorsilene Tavares **Nascimento**. A estes, eu os nomearei nos diálogos ficticiais pelos sobrenomes em negrito, para comporem o diálogo ficcional.

No decorrer desse cenário vai ser significado pelos membros o que foi significado frente à temática, “*Significando a Tabuada Interativa na exploração de conceitos matemáticos*”, em contextos educacionais diversos, em função das experiências de cada membro em sala de aula e de cada professor em formação.

Neste sentido, o jogo de cena teve sua efetividade com base nos rastros de significações das reuniões, quando os membros do *GEPLIMAC* resolvem fazer um exercício terapêutico frente ao diálogo ficcional com o tema mencionado acima.

A cena a desenrolar-se refere-se ao primeiro momento de praticar a terapia desconstrucionista e ver quais as impressões dos professores em formação continuada, mestrandos do *MPECIM*, sobre como poderíamos utilizar a *Tabuada Interativa* em sala de aula. Ressaltamos que iremos utilizar apenas alguns recortes/partes do jogo de cena, principalmente nas falas onde acontecem as enxertias teóricas, tendo em vista a limitação de tamanho desse texto.

Dando início a problematização a líder do *GEPLIMAC* explica como será realizada a atividade e pede ao pesquisador mostrar o protótipo da *Tabuada Interativa*.

Medeiros pede a palavra para falar sobre como significaria o Produto Educacional apresentado e a partir daí se inicia o nosso diálogo ficcional.

Medeiros (Rindo e colocando a mão na cabeça) - Eu achei muito interessante o produto educacional demonstrado pelo pesquisador e estava pensando que todo mundo poderia fazer uma *Tabuada Interativa* dessa, uma máquina dessa, mas esse discurso



do pesquisador, não saiu do formato, a partir de uma prática dele relacionando os campos da Tabuada Interativa, ele inverteu esses campos e já começa pegando o resultado da multiplicação. Outra coisa, a Tabuada Interativa, dessa forma, eu posso trabalhar várias propriedades, não somente o algoritmo multiplicativo, por exemplo, mas vejamos a propriedade comutativa¹⁰, como também posso trabalhar o conceito de geometria plana¹¹ relacionada com as áreas de figuras planas. Hoje, a matemática é muito dependente do domínio da tabuada e quem não sabe tem dificuldades.

Professora (Sorrindo, corta) – Medeiros vou te fazer uma pergunta: Geometricamente qual o significado de um vezes dois?

Medeiros (Com um sorriso maroto) - Um vezes dois, nos leva a perceber geometricamente a figura de um retângulo.

Professora (Intrigada continua a perguntar) - Em pé ou deitado?

Medeiros (Com um semblante de quem não entendeu a pergunta) - Como?

Professora (Pergunta novamente) - Em pé ou deitado?

Medeiros (Sorri)- Tanto faz,



assim! Ou assim!



(Mostrando as formas de representar geometricamente, 2×1 , que nos leva a pensar na imagem 1, em formato vertical e consequentemente representar 1×2 , nos leva a refletir a imagem 2, em formato horizontal).

Continuando em outra página do jogo de cena, temos:

Professora - (Instiga mais a turma) – Nascimento, você entendeu como representar essa situação olhando para as lajotas da sala de aula? Tipo, como significar 1×12 agora?

Nascimento (Responde fazendo uma figura com o uso das lajotas da Sala de Aula) – Oh! Professora, uma linha por doze colunas. Outra forma de ver a questão.

Professora (Continua a perguntar) – Mas isso significa o quê para você? O que é uma linha de doze? Olhe qual o significado do sinal de vezes?

10 Comutatividade é uma propriedade de operações binárias, ou de ordem mais alta, em que a ordem dos operandos não altera o resultado final. Popularmente, onde a ordem dos fatores não altera o produto. Exemplificando temos: $2 \times 3 = 6$ ou $3 \times 2 = 6$ (Pesquisador, 2019).

11 Geometria plana é a parte da matemática que estuda as figuras que não possuem volume. A geometria plana também é chamada de euclidiana, uma vez que seu nome representa uma homenagem ao geômetra Euclides de Alexandria, considerado o “pai da geometria”. O termo geometria é a união das palavras “geo” (terra) e “metria” (medida); assim, a palavra geometria significa a “medida de terra” (IEZZI, 2016, p.228-229).

Medeiros (Pensativo e sorrindo, indaga) – O sinal de multiplicação (vezes) tem uma relação com somar! Deixe-me ver, seria somar coisas de mesmo valor. Ou melhor “a adição de dois números inteiros equivale a uma adição de parcelas iguais”.¹² Viram o ano dessa relíquia. A biblioteca da UFAC estava doando livros antigos e ganhei este.

Continuando em outra página do jogo de cena, temos:

Pesquisador (Entra na conversa) - O Pesquisador fez assim (apontando para o quadro negro, referindo como ele significou práticas escolares de mobilização matemática com o uso da Tabuada. Explicou aos colegas de turma como encontrar os divisores de um número qualquer, além de n possibilidades de conteúdos para a tabuada. Penso que para o professor isso é ideal, muitas vezes o professor chega preso em sala de aula ao livro didático e ao que está sendo imposto pelo currículo. É isso que eu acho legal, viu professora, olhar de outra maneira, conforme os dizeres de Wittgenstein, o que está sendo abordado.

Professora (Pede a palavra) – Penso que a tabuada serve de motivação para o aluno fazer suas atividades, além de manusear e dizer o que pensa a respeito. O que poderia ser mudado e o que poderia ser melhorado. A Tabuada o permite significar a matemática a sua maneira e permite chamar a atenção do aluno que fica curioso querendo saber como manusear esse protótipo () e do que se trata. Observe que

na figura foi apontada uma das possibilidades de respostas, mas você pode estimular o aluno na busca de outras soluções possíveis.

Pesquisador (Bastante animado) - Aí entra o pesquisador Leontiev né professora, no que se refere à motivação. Segundo ele, o significado da palavra motivo é descrito na perspectiva da teoria da atividade, com referência nas obras de Alexis Leontiev (1903-1979). Nela também se sugerem possíveis implicações do conceito de motivo em um contexto geral de ensino de matemática, definindo seu papel nas atividades específicas de ensino e aprendizagem.

Machado (Corta e entra na conversa) - Mas aí está minha preocupação professora, eu comecei com PONTE, BROCARD e OLIVEIRA¹³, e estou ficando apaixonada pela parte da atividade investigativa, como juntar? Como fazer isso?

Professora (Fala diretamente para Machado) - Qual é a linha que o seu orientador no MPECIM, está seguindo agora? É a linha dos pesquisadores Portugueses?

¹² (Muniz, A. P. *Iniciação à Matemática*, 1966, p. 59).

¹³ Autores da Obra: *Investigações Matemática na Sala de Aula*, 2006, Coleções Tendências em Educação Matemática, adeptos da corrente Portuguesa da Investigação Matemática enquanto metodologia de pesquisa. Surgiu como uma Tendência Matemática Contemporânea. (Pesquisador, 2019).

Menezes (Pensativa, responde balançando a cabeça positivamente) – Isso!

Professora (Com um olhar direto a Machado) - A Investigação Matemática¹⁴ é uma tendência matemática e está sendo utilizada como uma metodologia de pesquisa e essa tendência surgiu a partir de que necessidade? A partir de uma mudança no currículo! Mas o que mudou no Currículo? Mudou quando o professor pôde trabalhar com projetos educacionais nas escolas, quando foi permitido que o professor pudesse mudar o sistema da escola para trabalhar com oficinas educativas e outros projetos. Aí eu pergunto! E qual é o nosso papel aqui nos projetos de residência da graduação? E com os alunos de graduação? E com os alunos de mestrado? E qual o nosso papel como agentes transformadores? É um outro modo de fazer pesquisa, porém esta que você segue Menezes se configura como uma pesquisa verificacionista e se difere da nossa forma de pesquisa pois não buscamos provar resultados, mas descrever as significações feitas pelos alunos no uso em atividades e dialogar através de um jogo cênico com os teóricos envolvidos frente a temática envolvida, um outro modo de se apresentar uma pesquisa.

Continuando em outra página do jogo de cena, temos:

Pesquisador (Levanta o braço e pede a fala) – Menezes, há um distanciamento entre a metodologia de pesquisa que você seguirá em sua investigação e a que vamos seguir, pois a Investigação Matemática – linha Portuguesa segue etapas, está atrás dos porquês das coisas, totalmente ao contrário da atitude de pesquisa que vou seguir, baseada em Wittgenstein que está focada no “como “ e não nos “porquês” e isso nos leva a outros caminhos. Significar os fatos pelos usos feitos nas práticas, ou seja, descrevê-los em momentos de atividades, não seguindo etapas, não nos preocupamos com pesquisas verificacionistas, nos interessa significar o objeto pelo uso em atividade e isso me deixa fascinado, pois vou caminhando conforme a atividade significada no uso¹⁵ e isso me motiva a prosseguir.

14 Investigação Matemática-Linha Portuguesa: segue etapas, é verificacionista, está interessada em ir atrás dos porquês, ao contrário da atitude metódica de caráter terapêutica desconstrucionista, que busca descrever “como” os fatos acontecem em atividades e é contra regras, contra etapas, uma outra forma de fazer pesquisa. (Pesquisador, 2019).

15 Mas, então, pode não convir o significado de uma palavra que compreendo para o sentido da proposição que compreendo? O significado de uma palavra para o significado de outra? — Certamente se o significado do uso é o que fazemos com a palavra, então não há nenhum sentido em falar do que convém. Mas agora compreendemos o significado de uma palavra quando a ouvimos ou proferimos; nós a apreendemos de uma vez só; e o que assim apreendemos é talvez uma outra coisa diferente do ‘uso’ estendido no tempo! (WITTGENSTEIN, 1999, IF § 138). No modo de pensar wittgensteiniano, é possível dizer que, assim como construímos no dia a dia o significado de uma palavra pelos diferentes usos que fazemos dela, como, por exemplo, os usos da palavra “mesa” — usamos para fazer as refeições, para escrever, para jogar, como escada para alcançar algo mais alto, para apoiar objetos e outros usos —, assim também elaboramos os significados dos conceitos matemáticos, aplicando diversas regras de uso em diferentes jogos de linguagem (MOURA, 2015, p.116).

Menezes (Balançando a cabeça, em forma afirmativa) – Entendi, sem dúvida. Outro modo de fazer pesquisa muito interessante, pelo qual não estamos habituados.

Pesquisador (Corta) – Gente, voltando ao Produto Educacional – Tabuada Interativa, eu vou descrever aqui para gerar o debate como os autores de livros didáticos: Benedito Castrucci e Osvaldo Sangiorgi¹⁶ da década de 80 e pertencente ao Movimento da Matemática Moderna¹⁷, trazem em suas publicações os algoritmos para encontrarmos os divisores de um número. O pesquisador caminha em direção ao quadro e faz conforme indicado no livro didático como são encontrados os divisores de um número, para todos perceberem a quantidade de contas e etapas seguidas para esse fim. A figura 01, mostra como são encontrados os divisores de um número natural nos livros didáticos adotados nas escolas brasileiras.

Continuando em outra página do jogo de cena, temos:

Professora (Com olhar pensativo) – Isso me traz rastros de quando iniciei na docência na década de 80. Utilizei esses autores. Um cenário de currículo em que o professor era o detentor do saber e do poder. Não ouvia seus alunos, somente corrigia os exercícios no famoso quadro negro e fazia diariamente a sabatina da tabuada com o uso da palmatória. Ainda peguei esse tempo e adotei essa metodologia cruel. E já haviam se passado vinte longos anos. (Momento de silêncio e reflexão).

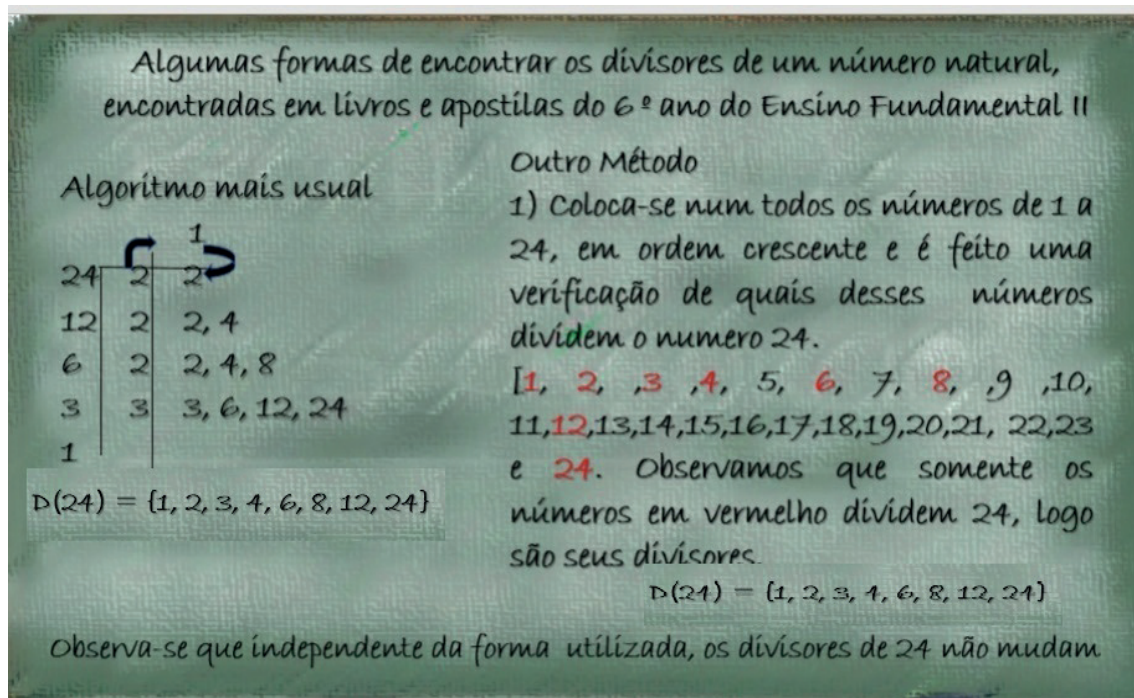
Pesquisador (Corta) - Quebrando o silêncio, retorna falando do material que ministra aulas. Na Apostila da Escola que ministrei aulas, o material utilizado é a apostila do Sistema Ari de Sá de Fortaleza – Ceará, e é feito assim, conforme representado pelo **método mais usual**, figura 1 abaixo.

16 **Benedito Castrucci** - Bacharel em Ciências Jurídicas e Sociais em 1935 e licenciado em Ciências Matemáticas e Físicas pela Universidade de São Paulo, em 1939. Em 1940, foi contratado para o cargo de assistente científico da Cadeira de Geometria Projetiva e Analítica. Em 1942, assumiu o cargo de Professor da Cadeira de Geometria Analítica, Projetiva e Descritiva e, no ano seguinte, doutorava-se pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo, em Ciências Matemáticas.

Osvaldo Sangiorgi - professor de matemática e autor de livros didáticos da época do Movimento da Matemática Moderna no Brasil. Foi membro da Academia de Letras de Campos do Jordão. Ganhou o Prêmio Jabuti na categoria “Ciências Exatas” em 1964 pelo livro “Matemática Curso Moderno” (Pesquisador, 2018).

17 Movimento de âmbito internacional cujo objetivo era a renovação do ensino de Matemática desencadeado no Brasil a partir da década de 1960 (DUARTE; OLIVEIRA e PINTO, 2010, p.105).

Figura 1. Algumas significações de como encontrar os divisores de um número



Fonte: Pesquisador, 2018

Eles também têm outros olhares para mostrarmos como encontramos os divisores de um número natural, que chamaremos de “Outra forma de Ver e Significar”, que é a utilização do algoritmo, conforme explicita a figura 01, acima.

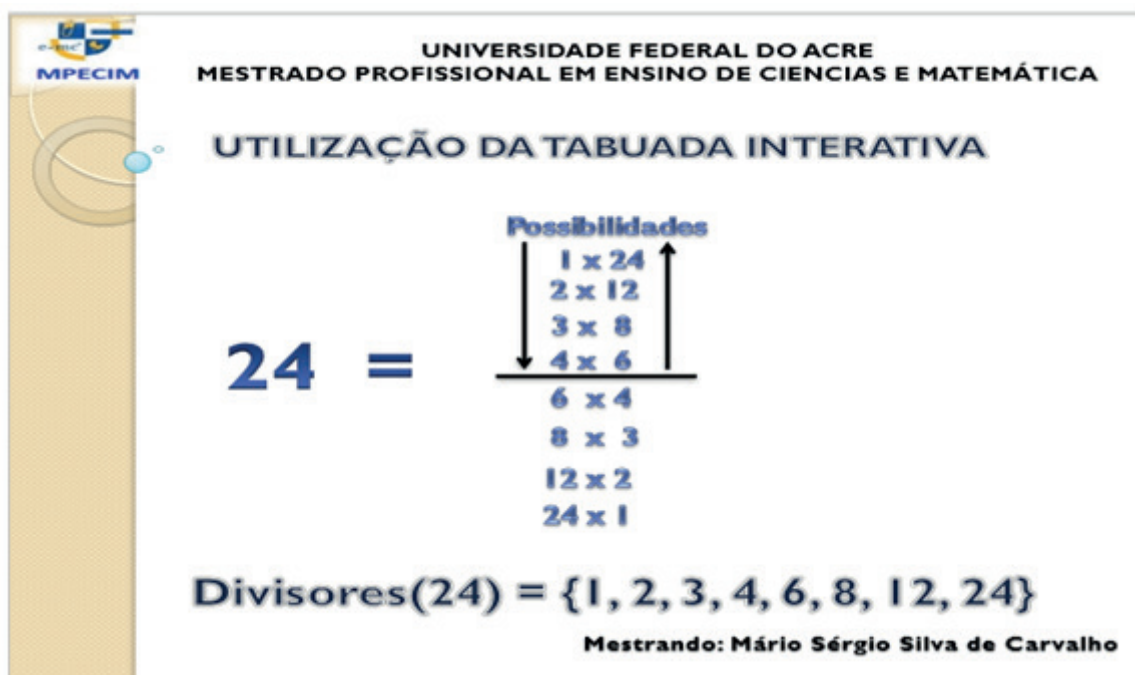
Professora (Com olhar pensativo) – Vejam que os métodos apresentados guardam entre si uma semelhança de família¹⁸ conforme as formas de vida¹⁹ que a utilizam.

Pesquisador (Sorri e pede a palavra) - Vou descrever aqui, como signifiquei a partir dos rastros dos livros didáticos, outra maneira de ver a utilização da *Tabuada Interativa* para encontrar os divisores do número 24 que deixa bastante visível a diferença entre os métodos ensinados nas escolas e a forma refletida com os alunos no uso da *Tabuada Interativa*, conforme explicitado na figura 2, a seguir.

18 Não posso caracterizar melhor essas semelhanças do que com a expressão “semelhanças de família”; pois assim se envolvem e se cruzam as diferentes semelhanças que existem entre os membros de uma família: estatura, traços fisionômicos, cor dos olhos, o andar, o temperamento etc., etc. – E digo: os ‘jogos’ formam uma família (WITTGENSTEIN, 1999, IF § 67, p. 52).

19 Sobre a expressão “jogo de linguagem”, Wittgenstein (1999, IF, § 23) diz: “Chamarei também de ‘jogos de linguagem’ o conjunto da linguagem e das atividades com as quais está interligada”. E, para o autor, a matemática seria apenas um dos jogos de linguagem que fazem parte de nossas formas de vida. Por sua vez, o uso que faz da “expressão forma de vida” refere-se a um entrelaçamento entre visão de mundo, cultura e linguagem (MOURA, 2015, p. 9).

Figura 2. Significando com o uso da Tabuada Interativa



Fonte: Acervo do Pesquisador, 2018.

Continuando em outra página do jogo de cena, temos:

Professora (Com um olhar direto para o pesquisador, apontou em sua direção) – O pesquisador precisa saber como vai dialogar com isso! Você já sabe?

Pesquisador (Coça a cabeça e respira fundo) – Vamos lá professora, no tocante a aplicabilidade, temos vários conceitos aflorados na utilização em sala de aula. Como já vimos, podemos encontrar os divisores de um número automaticamente e ordenados, de uma forma diferente do praticado nos livros didáticos hoje e bem mais simples e estamos trabalhando intuitivamente com as operações de: Adição, Subtração e Divisão de números naturais, quando estamos encontrando todas as possíveis multiplicações que resultam naquele número, também podemos utilizar os conceitos de mínimos e máximos desses números (Conforme Machado comentou) e trabalhar também com as áreas de figuras planas, com os retângulos e os triângulos etc. Foi o que emergiu até o momento quando significada com os mestrandos no GEPLIMAC/UFAC.

Menezes (Pede a palavra) - Na Fundação Bradesco, onde ministro aulas, é mostrado no livro didático adotado, a mesma metodologia do 2º método apresentado acima pelo pesquisador, sem tirar nem por. Observo que os alunos têm dificuldades de encontrar os divisores pois o algoritmo trazido é muito complexo e eles não conseguem abstrair. Além do mais, têm dificuldades de multiplicar.

Medeiros (Corta, sorrindo) – Pesquisador, você precisa ensinar todos esses conceitos compartimentados em sala de aula, pois são relevantes e de uma forma muito didático

como é feito com a Tabuada Interativa. Deve ser apresentado ao aluno várias formas de ver e resolver a questão. E não somente de uma única forma e, no caso, a do livro didático é a forma seguida, a da matemática escolar.²⁰

Pesquisador (Satisfeito, rindo também) - A ideia é trazer o aluno para aprender de uma forma interativa, junto com um recurso didático manipulável, pois queremos levar o aluno a significar a Tabuada Interativa pelos diversos usos em atividades em sala de aula. Como é pensado por ele fugindo dos padrões tradicionais, um novo olhar.

Professora (Sorri e pede a palavra) – E que tal vocês falarem agora como significariam a Tabuada Interativa?

Oliveira (Sem pestanejar) - Trabalharia tranquilamente com a Teoria das Probabilidades²¹, pois é notório a aplicação do conceito de princípio fundamental da contagem para encontrarmos de quantas formas poderíamos conseguir o produto de dois números dando como resultado o 24.

Pesquisador (Instigando, pergunta) – Como?

Oliveira (Rir e se ajeita na cadeira) – Iria verificar qual o número de possibilidades existentes para se chegar ao resultado. Assim estaria utilizando todas as multiplicações possíveis que chegam ao número 24.

Castro (Fica olhando para o quadro, pensativa) – Professora eu trabalharia com as formas: retângulos, triângulos e os quadrados perfeitos etc. Além de significar as representações que são quadrados perfeitos²².

Pesquisador (Se anima com o andar da conversa e sorri) – Como?

Castro (Apreensiva, diz) – Seria a mesma forma que Nascimento fez anteriormente, apenas acrescentaria os números quadrados perfeitos, que são números reduzidos, mas daria para se trabalhar com esse conteúdo em sala de aula facilmente.

Pesquisador (Em forma de incentivo) – Muito bem!

Medeiros (Eufórico, faz gestos para falar logo) - Eu pegaria, por exemplo, os números 12, 24 e 8 e significaria com Educação Artística²³. Faria com os alunos formas para que eles pudessem calcular além das áreas das figuras planas, pensar qual o melhor ou mais bonito arranjo, artisticamente falando, uma atividade mais voltada para pinturas

20 Matemática Escolar referir-se-á ao conjunto dos saberes “validados”, associados especificamente ao desenvolvimento do processo de educação escolar básica em matemática. Com essa formulação a matemática escolar inclui tantos os saberes produzidos e mobilizados pelos professores de matemática em sua ação pedagógica como resultados de pesquisas que se referem à aprendizagem e ao ensino escolar de conceitos matemáticos, técnicas, processos etc. (MOREIRA, 2004, p. 18).

21 A Teoria das Probabilidades é o estudo matemático das probabilidades. Pierre Simon Laplace é considerado o fundador da teoria das probabilidades. Os teoremas de base das probabilidades podem ser demonstrados a partir dos axiomas das probabilidades e da teoria de conjuntos (DANTE, 2016, p.260-261). Oliveira sugere encontrarmos todas as multiplicações possíveis de $n \times m$ (números naturais) que tenha como resultado o número 24, ou seja, 1×24 , 2×12 , 3×8 , 4×6 , 6×4 , 8×3 , 12×2 e 24×1 (Pesquisador, 2019).

22 Um número será quadrado perfeito quando respeitar a regra de formação: $n^2 = a$. Nessa regra, n é qualquer número inteiro positivo e a é o número quadrado perfeito (Site Brasil Escola, acessado em 22.02.2019).

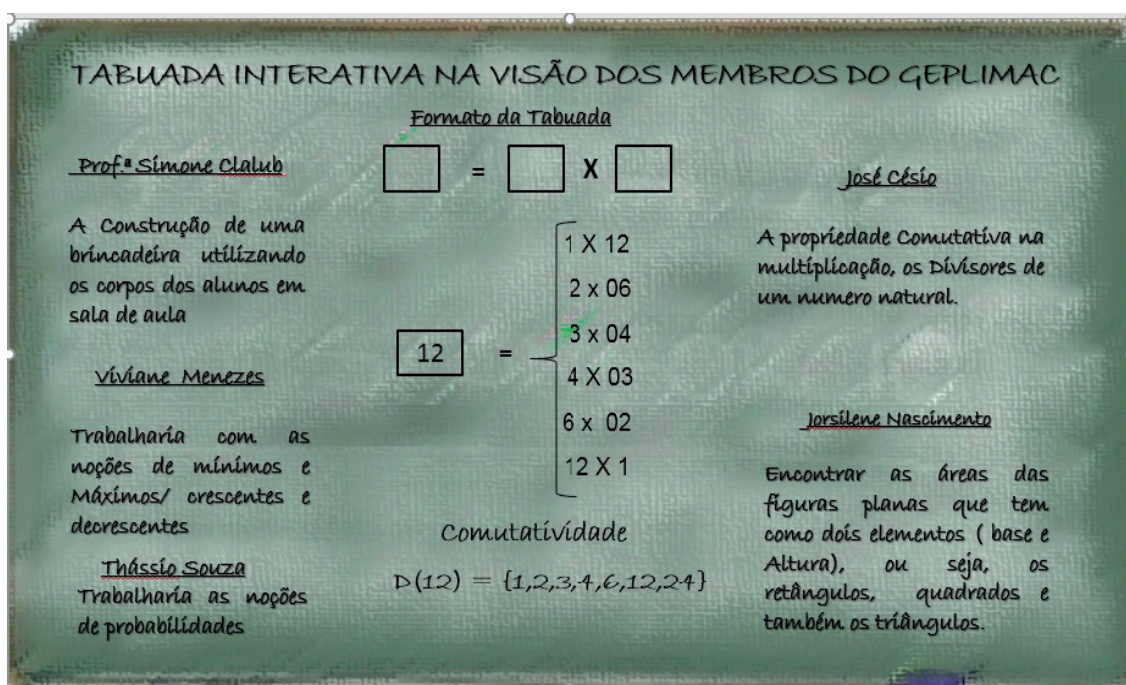
23 Educação Artística: Arte-educação, ensino de arte ou educação artística é uma disciplina educativa que oportuniza, ao indivíduo, o acesso à arte como linguagem expressiva e forma de conhecimento (Pesquisador, 2018).

e formas, mais voltada para as artes. Ele faz todo o trabalho matemático, mas depois utilizaria essas formas geométricas, numa decoração de uma festa, essa é a ideia, qual forma ficaria mais belo. Um mosaico²⁴ de formas!

Medeiros (Inquieto, lembrando como o ensino ocorre hoje) - Hoje na escola, quando é aula de matemática é somente aula de matemática, quando é geografia é somente aula de geografia e assim com as outras disciplinas. A Tabuada Interativa casa muito bem com a ideia de interdisciplinaridade²⁵, pois o aluno com um único objeto pode ter várias possibilidades de utilização, a interdisciplinaridade é importante na escola.

O pesquisador agradece a todos pelas contribuições, frente aos usos/significados da *Tabuada Interativa* em momentos de atividades e deixa ilustrado no quadro o que emergiu das (res)significações da manhã de sexta-feira.

Figura 3. (Res)significações dos membros do Geplimac/UFAC



Fonte: Autor (2018)

24 Mosaico é possivelmente uma palavra de origem grega (de $\mu\omicron\upsilon\sigma\alpha\iota\kappa\acute{o}\nu$, transl. mousaikón, “obra das musas), embora a técnica seja antiga. É um embutido de pequenas peças (tesselas) de pedra ou de outros materiais como plástico, areia, papel ou conchas, fora mando determinado desenho. O objetivo do desenho é preencher algum tipo de plano (geralmente, piso ou parede). (Wikipédia, acessado em 22.02.2019).

25 A interdisciplinaridade parte da palavra “interdisciplinar” que tem como conceito o que é um comum a duas ou a mais disciplinas, diz respeito ao processo de ligação entre as disciplinas. Sendo assim, interdisciplinaridade é uma proposta onde a forma de ensinar leva em consideração a construção do conhecimento pelo aluno. Ela é uma prática que não dilui as disciplinas no contexto escolar, mas que amplia o trabalho disciplinar na medida em que promove a aproximação e a articulação das atividades docentes numa ação coordenada e orientada para objetivos bem definidos (CARLOS, 2007, p.7).

■ CONSIDERAÇÕES FINAIS

A intenção das atividades propostas consistiu em instigar os professores em formação continuada, fazerem uma reflexão acerca do ensino dos conceitos matemáticos, pois a matemática não é única, pronta e nem tão pouco acabada, possibilitando assim, perceberem que existem várias matemáticas dentro da matemática escolar e que devem serem exploradas nas diversas práticas escolares em momentos de atividades.

A ação aqui relatada versou em *descrever como a Tabuada Interativa*, poderá auxiliar o professor em formação continuada a melhorar suas futuras práticas docentes em sala de aula, permitindo possibilidades de uso do material manipulável e criando possibilidades de outras aplicações com o mesmo dependendo do nível de conhecimento da turma em que o material está sendo aplicado.

As atividades são completamente práticas, os conceitos são descobertos a partir da utilização da *Tabuada Interativa* e não ao contrário, nenhum conceito ou definição é dado, o aluno descobre os conceitos na prática, em atividades, deixando o professor apenas como mediador dessas descobertas, para se apropriarem posteriormente dos conceitos emergidos com o uso em sala de aula. Nesse aspecto guarda semelhanças de família com as investigações matemáticas abordadas pelos pesquisadores portugueses.

O número de conceitos que foram significados em uma única exploração da Tabuada Interativa no GEPLIMAC, impressionou, note que saímos do resultado da multiplicação de dois números e traçamos as possibilidades de multiplicações possíveis utilizando dois números naturais. E a partir daí foram problematizados outros conceitos matemáticos que podem ser mobilizados e ensinados na Educação Básica.

Assim desenvolve-se a construção de um ambiente propício às práticas escolares de mobilização de culturas matemáticas com alegria, com entretenimento e com motivação.

A seguir apresentamos alguns resultados (res) significados e explorados com os diversos usos propostos para a utilização da *Tabuada Interativa*, conforme segue:

1. Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão dos números naturais;
2. Noções Básicas de Ordem (Números Crescentes e Decrescentes);
3. Propriedade Comutativa e Elemento Neutro da Multiplicação;
4. Os Divisores Ordenados de um número natural;
5. Noções de Mínimos e Máximos;
6. Análise combinatória / Probabilidade – Princípio Multiplicativo;
7. Áreas de Figuras Planas e suas diversas representações;
8. Noções de Representações de Matrizes Linhas e Colunas e outros tipos;



Enquanto educadores matemáticos não podemos ficar presos somente as aulas tradicionais, replicando os conceitos dos livros didáticos ou apostilhas, temos a obrigação de fazermos nossas práticas docentes diferentes, atrativas e assim propiciar um ensino que tenha significado no uso para aquele que o recebe.

■ AGRADECIMENTOS

Ao Grupo de Estudo e Pesquisa em Linguagens, Práticas Culturais em Ensino de Matemática e Ciências – GEPLIMAC/UFAC, ao qual sou membro, pelas contribuições, discussões e reflexões frente ao tema.

■ REFERÊNCIAS

1. BEZERRA, S.M.C.B. ***Percorrendo usos/significados da matemática na problematização de práticas culturais na formação inicial de professores***. Tese de doutorado. UFMT, Rede Amazônia de Educação em Ciências e Matemática, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. Cuiabá, 2016.
2. Brasil Escola. ***Número quadrado perfeito***. Disponível em:< <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/numero-quadrado-perfeito.htm>>. Acesso em: 22 mar. 2019.
3. CARLOS, J. G. ***Interdisciplinaridade no ensino médio: desafios e potencialidades***. Dissertação de Mestrado, Programas de Pós-graduação em Ensino de Ciências: Mestrado Profissionalizante em Ensino de Ciências da Universidade de Brasília. Brasília, 2007.
4. DANTE, L.R. ***Matemática: Contexto e aplicações***. Ensino Fundamental II, 3 ed., Ática, 2016.
5. DERRIDA, J. ***Margens da filosofia***. Tradução de Joaquim Torres Costa e Antônio M. Magalhães. Campinas: Papirus. 1991.
6. DERRIDA, J. ***Gramatologia***. Trad. Miriam Chnaiderman e Renato Janine Ribeiro. São Paulo: Editora Perspectiva, 2002.
7. DUARTE A. R. S.; OLIVEIRA, M.C.A. de; PINTO, N.B. ***A relação do conhecimento matemático versus conhecimento pedagógico na formação do professor de Matemática: um estudo histórico***. Revista ZETETIKÉ – FE – Unicamp – v. 18, n. 33 – jan/jun – 2010, p.105.
8. IEZZI, G. ***Matemática – Ciência e Aplicações***. Ensino Fundamental II, Saraiva, 9ª edição, Vol.1, p.228-229, São Paulo, 2016.
9. LORENZATO, S. ***Para aprender Matemática***. Campinas, SP: Autores Associados, 2010. (Coleção Formação de Professores).



- 
10. MIGUEL, A. **A Terapia Gramatical-Desconstrucionista como Atitude de Pesquisa (Histo-riográfica) em Educação (Matemática)**. *Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – Perspectivas em Educação Matemática*. Mato Grosso do Sul, volume 8, número temático 2015, ISSN 2359-2842, p. 607-647, 2015. Disponível em: < <https://www.pucsp.br/sites/default/files/download/posgraduacao/programas/educacaomatematica/3.pdf>>. Acesso em: 06 set. 2018.
 11. MOREIRA, P. C. **O conhecimento matemático do professor**: formação na licenciatura e prática docente na escola básica. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Minas Gerais - Faculdade de Educação FE-UFMG, 2004.
 12. MOURA, A. R. L.de. **Visão terapêutica desconstrucionista de um percurso acadêmico**. Campinas – SP: FE/UNICAMP, 2015
 13. MUNIZ, A. P. **Iniciação à Matemática**. Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas/Gráfica Editora Livro S.A, 1966, p. 59.
 14. PONTE, J. P.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2003.
 15. VILELA, D. S. **Usos e jogos de linguagem na matemática**: diálogo entre filosofia e educação matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013, p. 192
 16. WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. Trad. José Carlos Bruni. São Paulo: Nova Cultural, 1999.
 17. WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. Petrópolis: Vozes. 2004.
 18. WIKIPÉDIA - A enciclopédia Livre. **Mosaico**. Disponível em: < <https://pt.wikipedia.org/wiki/mosaico>>. Acesso em: 22 fev. 2019.

Representações semióticas no estudo de inequações do primeiro grau no ensino médio

| **Diego da Silva Queiroz**
UFSCAR

| **Paulo Cesar Oliveira**
UFSCAR

RESUMO

Este relato de pesquisa teve como objetivo analisar o desempenho dos alunos de uma turma da 1ª série do Ensino Médio ao abordar o objeto matemático inequação do 1º grau em um processo de ensino-aprendizagem pautado na coordenação e mobilização de registros de representação semiótica. A pesquisa de natureza qualitativa teve seu percurso metodológico traçado em um contexto de ensino remoto, cuja produção de informações na forma de registros escritos (protocolos) e entrevistas com oito alunos envolvidos com a resolução de tarefas propostas, foi submetida à análise. Tal análise teve o propósito de responder a seguinte questão de investigação: quais as implicações no processo de ensino-aprendizagem do objeto matemático inequação do 1º grau ao se trabalhar com a conversão de registros de representação semiótica em uma turma da 1ª série do ensino médio? Como resultado de pesquisa, ressaltamos a necessidade de investir nas aulas de matemática, no processo de comunicação pela linguagem matemática, tanto em nível oral quanto escrito, para que os alunos construam significados sobre o conceito de inequação. Ressaltamos que o fato de existirem poucas pesquisas brasileiras abordando a teoria de registros de representação semiótica no processo ensino-aprendizagem envolvendo estudantes dos anos finais do ensino fundamental e médio, no estudo de inequação, constitui um terreno fértil para novas investigações.

Palavras-chave: Conversão, Desigualdades, Congruência Semântica, Ensino-Aprendizagem.

■ INTRODUÇÃO

A redação do conteúdo deste capítulo de livro é fruto de reflexões do trabalho de pesquisa em nível de Mestrado Profissional, desenvolvido por Queiroz (2021) sob a orientação do segundo autor, no âmbito do Programa de Pós-Graduação de Ensino em Ciências Exatas (PPGECE) da Universidade Federal de São Carlos – *campus* Sorocaba.

Na condição de professor-pesquisador, o baixo desempenho dos alunos em problemas algébricos apresentados no registro em língua natural causava inquietação. A princípio acreditávamos que a dificuldade dos alunos não estava associada ao conteúdo matemático, mas sim, com a interpretação do enunciado, tratando-se, portanto, de uma dificuldade que deveria ser sanada por professores de Língua Portuguesa e não de Matemática.

Como participante dos encontros do Grupo de Estudos e Planejamento de Aulas de Matemática – GEPLAM, permeados por estudos sobre a teoria dos Registros de Representação Semiótica - RRS de Raymond Duval, percebemos que nossa crença inicial não estava correta, pois tal estudo permitiu compreender as dificuldades dos alunos em atividades de resolução das tarefas propostas sobre inequações.

A partir da apreensão dos RRS, pudemos analisar minuciosamente as dificuldades dos alunos na resolução de problemas como no caso a seguir: “Um vendedor recebe um salário fixo de R\$ 1000,00 mensais mais R\$ 20,00 a cada hora extra. Quantas horas extras o vendedor deverá trabalhar, em um mês, para receber no mínimo R\$ 1400,00?”

Muitos alunos associam a palavra “mínimo” com o símbolo de menor ($<$), entretanto, seu significado no contexto do enunciado do problema equivale ao símbolo de maior ou igual ($\geq$). Segundo a teoria de Duval (2003, 2009), essa questão não possui congruência semântica, pois a palavra “mínimo” no registro de partida não possui correspondência semântica com o signo ($\geq$) no registro de chegada, sendo isso uma das causas do insucesso dos alunos.

Munidos desse conhecimento e, sabendo também, que um mesmo objeto matemático pode ser acessível por diferentes registros de representação semiótica, começamos a ter um olhar diferenciado para a produção dos alunos e, na condição de professor-pesquisador, inserimos nas aulas do Ensino Médio, tarefas que buscaram proporcionar a mobilização e coordenação de registros de representações semióticas acerca do objeto matemático inequação do 1º grau.

O objeto matemático inequação do 1º grau é definido a partir da ideia de desigualdade, a revisão desse conteúdo faz-se importante porque esses conceitos são aplicados nos mais variados conteúdos como, por exemplo, na representação de um conjunto utilizando o método da compreensão, no qual os símbolos de menor ($<$), menor ou igual ($\leq$), maior ($>$), maior ou igual ($\geq$) ou diferente ($\neq$) devem ser utilizados na representação de intervalos numéricos como ‘ $-2 < x \leq 4$ ’, ou ainda, $] -2, 4]$. Também há aplicação em problemas nos



quais aparecem termos na língua materna, tais como: “a partir de”, “no máximo”, “no mínimo”, entre outros. Além disso, a inequação subsidia o estudo das funções no que tange à condição de existência de uma função polinomial, no estudo de sinais de uma função ou na análise gráfica das funções.

Em uma Escola Técnica Estadual (Etec), na condição de cenário virtual de docência e pesquisa, no decorrer da pandemia no ano 2020, o professor-pesquisador era responsável por uma turma de 1ª série do Ensino Médio, integrada ao curso técnico em Agronegócios. O objeto matemático inequação do 1º grau não faz parte do conteúdo programático, porém, os professores inserem em seus planejamentos anuais devido a importância desse conceito no estudo de função. Apesar dos alunos ingressarem na Etec através de um processo seletivo, recebemos alunos de diversas cidades da região e com níveis diferentes de aprendizado, sendo necessário o resgate e a revisão de vários conteúdos do Ensino Fundamental, inclusive inequação, os quais julgamos necessários para dar continuidade ao processo de ensino-aprendizagem no Ensino Médio.

Para o cumprimento do objetivo dessa pesquisa pautado na análise da conversão de registros de representações semióticas de inequação do 1º grau, discorreremos aspectos relevantes sobre o aporte teórico.

A Semiótica é a ciência dos signos e, como tal, tem por objeto de investigação todas as linguagens possíveis capazes de produção de significados e sentido. Santaella (1983, p. 11) destaca que “não chegamos a tomar consciência de que o nosso estar no mundo, como indivíduos sociais que somos, é mediado por uma rede intrincada e plural de linguagens”.

O signo por sua vez representa o seu objeto. De acordo com Santaella (1983), por exemplo, um carro (objeto) não é a palavra carro (signo). A palavra carro é o que se refere ao meio de locomoção que chamamos de carro (objeto). Para que a palavra carro dê a interpretação daquilo que chamamos de carro, é necessário alguma coisa (mente) capaz de fazer a relação entre o carro e a palavra que o representa (interpretante).

Na especificidade da Matemática, ‘ $2x + 4 < 8$ ’, cada um dos elementos que formam esta desigualdade constitui um signo. A interpretação mental sobre a desigualdade é uma ação humana que, na perspectiva de Duval (2009), corresponde ao ‘significante’.

As interpretações (significados) associadas a essa desigualdade que expomos contribuem no processo de significação ao se relacionar o significante com o significado (DUVAL, 2009). Se a significação dada por um sujeito for de uma expressão algébrica cujo primeiro membro da desigualdade pode ser reduzido a um polinômio do primeiro grau e o segundo membro igual a zero, então a referência é um objeto da área da matemática, no caso, a inequação do 1º grau na incógnita ‘x’.





A Matemática utiliza uma grande variedade de representações semióticas, de modo que Duval (2003, 2009) utiliza o termo “registros” de representação para designar diferentes tipos de representação semiótica como a linguagem natural, figuras geométricas, sistemas de escrita, gráficos cartesianos, entre outros.

A palavra abstrato diz respeito ao fato de que o objeto matemático não é perceptível, mas seu acesso se dá por meio de representações semióticas. Um ponto fundamental para Duval (2009) é a necessidade de não confundir os objetos matemáticos com suas representações, pois diversas representações com significados distintos em seu conteúdo podem estar associadas ao mesmo objeto. Se considerarmos o objeto matemático inequação do 1º grau, podemos apresentá-la mediante a representação na língua materna, como por exemplo: “quais são os possíveis valores de x , sendo x um número natural, sabendo que o dobro de x mais uma unidade é menor que nove?”

O enunciado no parágrafo anterior está representado em linguagem natural, ou seja, utilizamos as palavras para expressá-lo. De acordo Duval (2003, 2009), para que o aluno tenha sucesso nas atividades matemáticas, é necessário que ele saiba mobilizar e coordenar diferentes representações semióticas na resolução de uma mesma tarefa matemática proposta. Para que a coordenação de registros ocorra, alguns processos transformadores das representações semióticas são primordiais, no caso, o tratamento e a conversão (DUVAL, 2003, 2009).

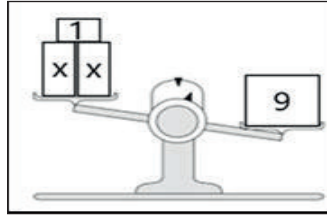
O tratamento é uma atividade cognitiva que envolve uma transformação que ocorre internamente ao mesmo sistema semiótico ou registro de representação semiótica. Se considerarmos a representação algébrica descrita como ‘ $2.x + 1 < 9$ ’ para todo ‘ x ’ pertencente aos números naturais, os procedimentos aplicados para obter o intervalo numérico de solução para essa inequação é um exemplo de transformação na forma de tratamento. Dado o sistema semiótico simbólico, permanecemos no mesmo sistema devido aos procedimentos algébricos utilizados para obter resposta para a variável ‘ x ’.

Segundo Duval (2009, p.58) “a conversão é uma atividade cognitiva que envolve transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro” (DUVAL, 2009, p. 58).

Como exemplo, propomos o enunciado (‘quais são os possíveis valores de x , sendo x um número natural, sabendo que o dobro de x mais uma unidade é menor que nove?’), sobre o qual podemos ter como registro de partida uma representação figural associada à balança com pratos:



Figura 1. Balança com pratos em desequilíbrio



Fonte: elaborado pelo pesquisador

Como o objeto matemático é a inequação, podemos utilizar uma balança desequilibrada em relação aos pratos, para representar a desigualdade entre os seus dois membros. Na ‘figura 1’ observamos que o prato do lado esquerdo da balança encontra-se em uma posição mais alta comparado ao prato do lado direito. Isso expõe um desequilíbrio entre as duas quantias representadas na balança, ou seja, o valor representado à esquerda é menor que o valor representado à direita.

Partindo da representação em língua natural ou da representação figural podemos promover uma atividade cognitiva de conversão das representações semióticas, ou seja, transitar a partir de um dos dois registros citados e obter a representação algébrica descrita como “ $2.x + 1 < 9$ ” para todo ‘x’ pertencente aos números naturais.

O custo cognitivo nessa atividade de conversão da representação semiótica entre os registros é baixa, pois o registro de chegada (algébrico) é obtido de forma direta (congruência semântica) a partir das unidades significantes nomeadas de ‘A’ até ‘E’ no registro de partida (língua natural), conforme exposto na ‘figura 2’:

Figura 2. Congruência semântica

<u>Duas vezes um número mais uma unidade é menor que nove</u>					
A	B	C	D	E	F
2.	x	+	1	<	9

Fonte: elaborado pelo pesquisador

Na situação exposta no conteúdo da ‘figura 2’ a congruência semântica é caracterizada por tratar-se de uma “conversão que está próxima de uma situação de simples codificação” (DUVAL, 2003, p.19). A codificação na perspectiva deste autor, não oportuniza aos estudantes o aprofundamento conceitual que uma conversão não condicionada a regras de codificação oferece.

A dificuldade na compreensão de uma tarefa matemática por parte do aluno está associada à congruência semântica. “A variação de congruência e não congruência é uma das maiores causas de incompreensão ou dos erros de interpretação dos enunciados do problema para os alunos” (DUVAL, 2011, p. 121).



Quanto às variações de congruência e não-congruência semântica nas conversões, Duval (2012) apresenta três critérios que permitem essa identificação nas conversões a serem efetuadas:

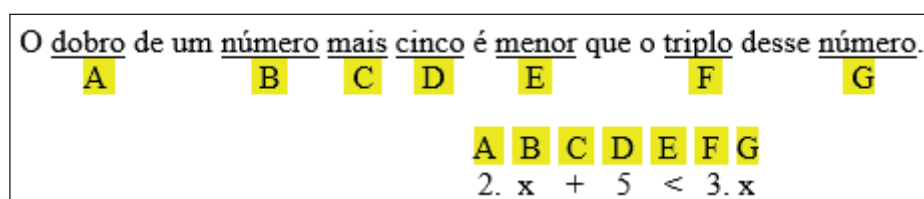
1. Correspondência semântica entre as unidades significantes; para cada unidade significativa no registro de partida, há uma respectiva unidade no registro de chegada;
2. Univocidade semântica terminal: cada unidade significativa no registro de partida tem uma única unidade correspondente no registro de chegada;
3. Conservação da ordem das unidades de sentido: as unidades significantes correspondentes nos dois registros seguem também a mesma ordem nas duas representações semióticas.

Com base nos três critérios, quanto menos critérios atendidos, maior o grau de não-congruência semântica. Além das variações de congruência semântica, devemos levar em conta a heterogeneidade dos dois sentidos da atividade cognitiva de conversão das representações semióticas.

Duval (2003) chama-nos a atenção para o fato de que nem sempre a conversão é realizada pelo aluno quando invertemos as representações semióticas entre os registros de partida e chegada. Segundo o autor, “a conversão das representações, que não é uma codificação, é uma operação cognitivamente não reversível” (DUVAL, 2011, p.118). É, portanto, um equívoco acreditar que ao abordar a atividade cognitiva de conversão num determinado sentido, de acordo com a tarefa proposta, que o aluno, por consequência realiza a conversão da representação semiótica, no sentido inverso dos registros apresentados (DUVAL, 2003).

Considere o conteúdo da ‘figura 3’:

Figura 3. Análise dos critérios de congruência semântica



Fonte: elaborado pelo pesquisador

Na ‘figura 3’ o sublinhado e as letras demarcadas em amarelo, indicam as unidades significantes do enunciado (registro na língua natural). Na atividade de conversão da representação semiótica entre os registros da língua natural e algébrica, indicamos a sequência de letras demarcadas em amarelo de acordo com as unidades significantes na representação algébrica.





No que se refere a correspondência semântica (1º critério), a atividade matemática não apresenta correspondência semântica entre as unidades significantes, uma vez que as palavras ‘dobro’ e ‘triplo’ (unidades significantes no registro de partida) associam duas unidades significantes no registro de chegada, ou seja, cada numeral ‘2’ e ‘3’ e o respectivo operador da multiplicação.

O critério de univocidade semântica terminal (2º critério) é satisfeito, pois as unidades significantes representadas pela sequência das letras do alfabeto (ABCDEFGH) no registro de partida tem uma única unidade correspondente no registro de chegada, dada pela mesma sequência de letras do alfabeto. A ordem das unidades significantes (3º critério) também é conservado, pois a sequência de letras associadas às unidades significantes dos registros de partida e chegada é a mesma.

Na abordagem dos critérios de congruência, apresentamos na ‘figura 3’ uma situação de não-congruência semântica, pelo fato do primeiro critério não ser satisfeito. Entendemos que essa situação não envolve um custo cognitivo alto na atividade de conversão, pois um ajuste na formulação do enunciado, permite-nos obter uma atividade matemática com congruência semântica. Com este propósito, podemos apresentar a reformulação do enunciado da seguinte forma: ‘duas vezes o valor de um número mais cinco é menor que três vezes o mesmo número’.

■ MÉTODO

Para o cumprimento do objetivo da pesquisa, a metodologia empregada foi pautada em uma abordagem de natureza qualitativa, pois nos preocupamos em analisar o desempenho dos alunos e não propriamente o número de acertos de cada um nas atividades aplicadas.

Silveira e Córdova (2009) afirmam que a pesquisa qualitativa não se preocupa com representatividade numérica, mas, sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, entre outros. “Na pesquisa qualitativa, o cientista é ao mesmo tempo o sujeito e o objeto de suas pesquisas.” (SILVEIRA e CÓRDOVA, 2009, p. 32).

Dado o contexto da pandemia, as aulas ocorreram de forma remota, sendo organizadas em encontros síncronos, onde foram expostos os conceitos acerca do objeto inequação do primeiro grau, bem como, aplicado tarefas para que os alunos pudessem realizar as transformações entre os registros de representação semiótica. No ensino remoto o avanço dos conteúdos ocorreu de forma mais lenta comparado ao ensino presencial. O estudo da inequação do 1º grau ocorreu no dia 03 de julho até o dia 03 de setembro de 2020, com um recesso de 03 a 07 de agosto, sendo 4 aulas de matemática por semana. Selecionamos para este texto, 7 tarefas propostas aos alunos e análise dos protocolos escritos e entrevistas realizadas com 8 alunos (nomes fictícios), os quais participaram de todos os encontros



síncronos e entregaram suas atividades de acordo com o cronograma propostos no ensino remoto, via plataforma TEAMS.

■ RESULTADOS E DISCUSSÃO

As tarefas apresentadas nesta seção fizeram parte da avaliação final do processo ensino-aprendizagem do objeto matemático inequação do primeiro grau. No 'quadro 1', apresentamos a primeira tarefa, na qual a atividade cognitiva requerida foi a conversão da representação semiótica entre o registro figural e o algébrico; em seguida, o tratamento no registro algébrico e, por fim, apresentação da solução no registro algébrico e geométrico.

Quadro 1. Primeira tarefa da avaliação

Observe o desenho da balança:

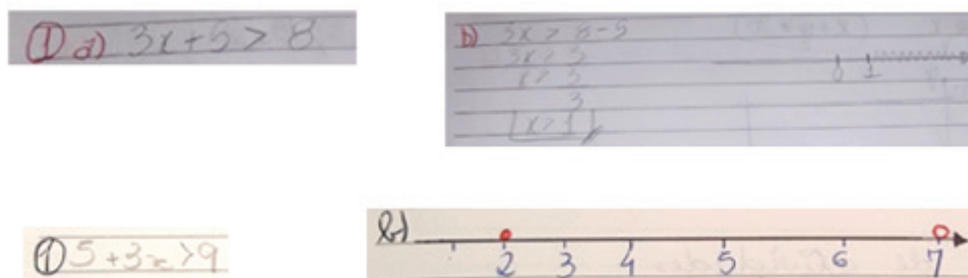


- Escreva uma sentença matemática que representa o desequilíbrio da balança.
- Determine os valores de x para que a desigualdade se mantenha. Represente sua resposta na forma de conjunto solução, bem como na reta numérica.

Fonte: elaborado pelo pesquisador

Destacamos na 'figura 4' os protocolos escritos dos respectivos alunos Elisa e Roberto.

Figura 4. Protocolos dos alunos Elisa e Roberto



Fonte: elaborado pelo pesquisador



Observamos no protocolo da aluna Elisa que ela realizou corretamente a conversão entre o registro figural e algébrico; usou procedimentos algébricos na resolução da inequação e representou a solução na reta numérica. O único erro da aluna foi não ter representado na reta numérica o intervalo aberto, mostrando que a solução da inequação são valores de 'x' maiores que um. De qualquer forma, a aluna está entre os poucos alunos que apresentou o conjunto solução na reta numérica e foi a que mais se aproximou da representação correta.

Quanto ao aluno Roberto, ele realizou incorretamente a conversão do registro figural para o algébrico, não usou procedimentos algébricos na resolução da inequação. Como esse aluno escreveu errado a inequação o resultado também ficou incorreto. Nesse caso, entendemos que o erro do aluno na conversão da representação semiótica ocorreu devido o valor no 'prato' direito da balança ser igual a 8, logo, ele interpretou que para se manter o desequilíbrio bastava o valor no 'prato' esquerdo ser maior que 9. Essa interpretação não está totalmente errada, porém, dessa forma, ele exclui todos os números reais entre 8 e 9, por isso, consideramos errada sua solução.

Na segunda tarefa, apresentada no 'quadro 2', a atividade cognitiva requerida foi a conversão do registro em língua natural para o algébrico e tratamento no registro algébrico.

Quadro 2. Segunda tarefa da avaliação

A seca no Rio Grande do Sul provocou uma queda de aproximadamente 40% na produção de soja gaúcha para o ciclo 2019/2020, segundo estimativa da Companhia Nacional de Abastecimento (Conab). No ciclo 2018/2019, os produtores do Estado haviam colhido 19,2 milhões de toneladas. Considere 'x' milhões de toneladas de soja e escreva na forma de inequação a variação da produção entre o ciclo 2018/2019 e o ciclo 2019/2020.

Fonte: elaborado pelo pesquisador

Apresentamos os protocolos dos alunos Larissa e Roberto, respectivamente, na 'figura 5':

Figura 5. Protocolos dos alunos Larissa e Roberto

$2 - 11,52 < x < 19,2$

$19,2 \cdot 7,68 < x > 19,2$

Fonte: elaborado pelo pesquisador

Podemos observar que a aluna Larissa fez corretamente a conversão do registro em língua natural para o registro algébrico, entretanto, o aluno Roberto não obteve o mesmo êxito. No caso do Roberto, ele representou incorretamente o símbolo da segunda desigualdade,





invertendo o símbolo ‘menor’ para ‘maior’. Esse erro cometido por ele foi muito comum durante a realização das atividades, evidenciando que alguns alunos não sabiam fazer a representação e leitura da desigualdade nos dois sentidos.

Assim como Roberto, outros três alunos não responderam corretamente à questão, que se trata de um problema contextualizado, cujas informações presentes no enunciado dificultam a conversão da representação do registro em língua natural para o registro algébrico. Essa dificuldade ocorreu pois as unidades significantes no registro de partida ‘redução’, ‘19,2’ e ‘variação’ não possuem correspondentes no registro de chegada. Além disso, a unidade significativa ‘variação’ possui um signo no registro de partida enquanto no registro de chegada é representada por dois signos de ‘<’, sendo assim, a questão não satisfaz o primeiro critério de correspondência semântica.

A univocidade semântica terminal e a organização das unidades significantes também não são satisfeitas nessa questão, haja vista que a unidade significativa ‘variação’ pode ser interpretada como sendo menor ($<$), maior ($>$) ou maior igual ($\geq$). Já em relação a organização das unidades, o signo ‘x’ aparece em ordens diferentes no registro de partida e no registro de chegada.

Logo, podemos afirmar nessa tarefa que os três critérios de congruência semântica não são satisfeitos, o que torna a conversão da representação semiótica entre o registro de língua natural para o registro algébrico uma atividade com alto custo cognitivo.

A terceira tarefa apresentada no ‘quadro 3’ teve como objetivo analisar se o aluno foi capaz de realizar a atividade cognitiva de conversão da representação semiótica entre o registro na língua natural para o algébrico e, em seguida, a conversão entre o registro algébrico e o gráfico.

Quadro 3. Terceira tarefa da avaliação

Um pequeno fazendeiro dispõe de 8 alqueires para plantar milho e cana. Representando as áreas que serão utilizadas para o plantio de milho e cana por x e y , respectivamente

a) Escreva uma sentença matemática que representa a área máxima que poderá ser plantada dessas duas culturas.

b) Represente graficamente a sentença obtida.

Fonte: elaborado pelo pesquisador

Apresentamos na ‘figura 6’ a produção escrita nos protocolos dos alunos Betina e Joaquim.



Figura 6. Protocolos dos alunos Betina e Joaquim

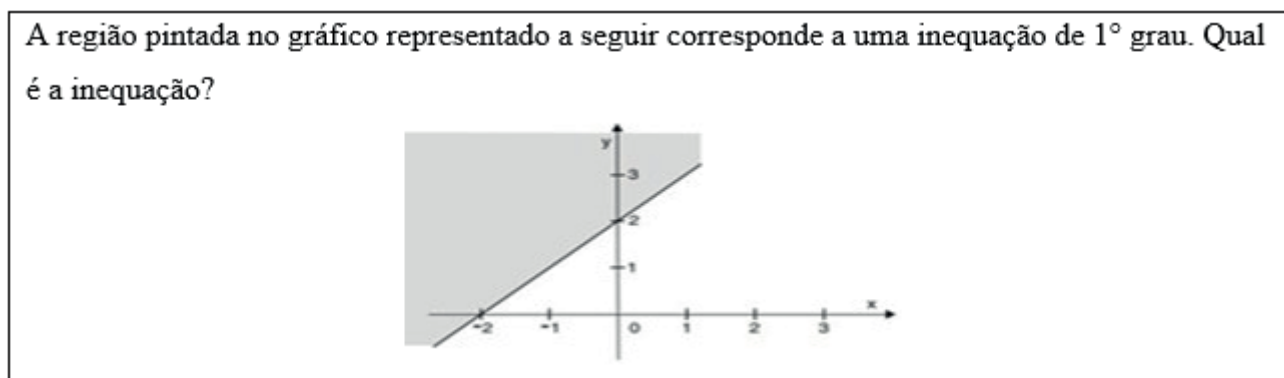


Fonte: elaborado pelo pesquisador

Observamos nos protocolos que a aluna Betina respondeu corretamente os dois itens da tarefa; elaborando as duas conversões de representação semiótica requeridas. Em relação ao aluno Joaquim, ele acertou o 'item b', apesar do 'item a' conter erro, pois utilizou o símbolo '=' (igual) no registro algébrico quando deveria utilizar o '≤'. Mais precisamente, a unidade significativa no registro de partida é a palavra 'máxima', indicando que a área a ser plantada pode ser menor ou igual (≤) a oito hectares.

Esse tipo de erro do aluno Joaquim é frequente porque nessa tarefa também os três critérios de congruência semântica não são satisfeitos. O primeiro critério (correspondência semântica) não é satisfeito, pois a unidade significativa 'área máxima' possui dois signos no registro de partida e apenas um signo '≤' (menor ou igual) no registro de chegada. A univocidade semântica terminal (2º critério) não está satisfeito pois a unidade significativa 'máximo' no registro de partida pode ser interpretada como menor (<), igual (=) ou menor igual (≤) no registro de chegada. Por fim, a ordem das unidades significantes (3º critério) no registro de partida não estabelece correspondência com as unidades significantes no registro de chegada.

No 'quadro 4', apresentamos a quarta tarefa da avaliação, cuja atividade cognitiva requerida dos alunos foi a conversão entre o registro gráfico e o algébrico. Esse tipo de conversão é o caminho oposto ao que foi realizada no 'item b' da tarefa anterior e, segundo Duval (2003, 2009), possui custo cognitivo maior. Este custo é justificado pela apreensão conceitual que o aluno deve ter ao interpretar o gráfico de modo que os procedimentos algébricos escolhidos por ele conduz à elaboração correta da representação algébrica da inequação.



Fonte: elaborado pelo pesquisador

Segue os protocolos dos alunos Larissa e Marcos para análise, dispostos na ‘figura 7’:

Figura 7. Protocolos das tarefas dos alunos Larissa e Marcos

Fonte: elaborado pelo pesquisador

No protocolo da aluna Larissa observamos que ela respondeu corretamente a questão. Para ratificar sua resolução, substituí os pontos de cruzamentos com os eixos coordenados, ou seja, (0, 2) e (-2, 0) na inequação ' $y \geq x + 2$ ' para verificar se a desigualdade permanece verdadeira. Já o aluno Marcos errou a questão, pois se subtrairmos ' x ' em ambos os membros de ' $x + y \geq 2$ ', teremos a desigualdade $y \geq -x + 2$. Nesse caso, como o coeficiente da variável x é negativo, a reta seria decrescente, logo, está errado, pois no registro gráfico notamos que a reta é crescente.

No 'quadro 5' temos a quinta tarefa, sobre a qual a atividade cognitiva exigiu a formulação e resolução de um problema cujo resultado estivesse representado no intervalo numérico dado. Em termos de mobilização e coordenação de registros de representação semiótica, esperava-se do aluno o desenvolvimento da atividade cognitiva de conversão da representação semiótica do registro geométrico para o registro em língua natural e, em seguida, do registro em língua natural para o registro algébrico, além do tratamento no registro algébrico.

Quadro 5. Quinta tarefa da avaliação

Formule e resolva um problema cujo resultado seja representado por cada intervalo a seguir:



Fonte: elaborado pelo pesquisador

Apresentamos na ‘figura 8’ os protocolos dos alunos Betina e Marcos, respectivamente.

Figura 8. Protocolos das tarefas dos alunos Betina e Marcos

5) a) Maria tinha 5 reais, depois ela gastou 2 reais logo em seguida ganhou mais outra quantia de seu pai. Represente na reta quando ela pode ter agora = $x \geq 5$

5 - a) Eduardo tinha 5 peças de xadrez repetidas e achar mais algumas quantas peças de xadrez Eduardo possui?
 $x \geq 5$

Fonte: elaborado pelo pesquisador

A formulação do problema possui custo cognitivo alto, pois o aluno necessita ser capaz de interpretar o conteúdo da representação figural na reta numérica para, posteriormente, formular um enunciado compatível; uma situação na qual os alunos encontraram mais dificuldades e poucos conseguiram realizá-la corretamente. Nos protocolos escritos da ‘figura 8’, observamos que os alunos Betina e Marcos tentaram elaborar um problema no registro em língua natural, porém, ambos cometeram erros. No problema elaborado por Betina a resposta deveria ser $x \geq 3$, dado que a partir do valor inicial cinco reais foram gastos dois reais e, em seguida, acrescentou-se uma outra quantia. Já no problema elaborado por Marcos, se o jogador tinha cinco peças e ganhou mais algumas, a representação correta seria ‘ $x > 5$ ’ e não ‘ $x \geq 5$ ’.

A atividade cognitiva requerida na sexta tarefa foi a realização da inequação utilizando procedimentos algébricos, bem como a representação da solução através do registro geométrico. No ‘quadro 6’, apresentamos o conteúdo da tarefa proposta:

Quadro 6. Sexta questão da avaliação

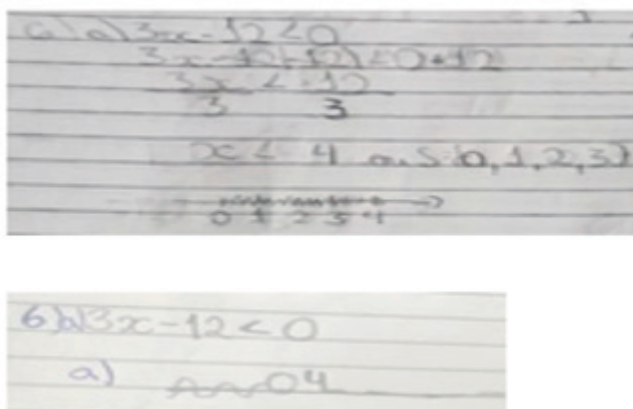
Dada a inequação $3x - 12 < 0$, represente a solução na reta numérica.

Fonte: elaborado pelo pesquisador



Na sequência apresentamos os protocolos das tarefas dos alunos Manuela e Erasmo, respectivamente.

Figura 9. Protocolos das tarefas dos alunos Manuela e Erasmo



Fonte: elaborado pelo pesquisador

A aluna Manuela resolveu corretamente a inequação através de procedimentos algébricos, porém, a representação da solução, por meio do conjunto e da reta numérica, está incorreta. A aluna não considerou que o conjunto solução faz parte do conjunto dos reais e, além disso, na reta numérica usou um intervalo fechado, entretanto, como a desigualdade envolve o símbolo ‘<’ (menor), o intervalo é aberto. O aluno Erasmo, apesar de ter representado corretamente a solução através do registro geométrico, não resolveu a inequação, sendo assim, consideramos que sua resposta está parcialmente correta.

Na sétima tarefa, apresentada no ‘quadro 7’, esperava-se que os alunos fizessem a conversão da representação semiótica entre o registro algébrico e o registro gráfico.

Quadro 7. Sétima tarefa da avaliação

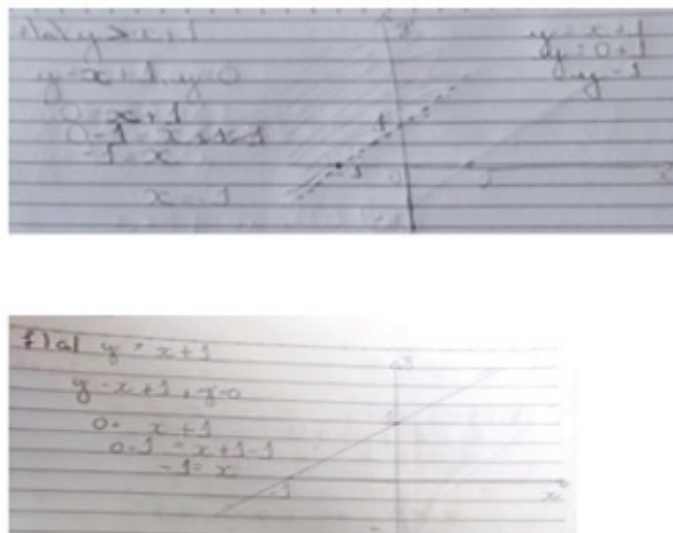
Represente graficamente a inequação $y > x + 1$

Fonte: elaborado pelo pesquisador

Na figura 10, apresentamos os protocolos das tarefas dos alunos Manuela e Joaquim, nessa ordem.



Figura 10. Protocolos das tarefas dos alunos Manuela e Joaquim



Fonte: elaborado pelo pesquisador

Podemos observar na figura 10 que ambos os alunos utilizaram as variáveis visuais, no caso, os pontos de cruzamento com os eixos coordenados, para realizar a conversão da representação semiótica do registro algébrico para o registro gráfico. Mas, apenas a resposta da aluna Manuela está correta. No protocolo do aluno Joaquim, observamos que o aluno representou a reta com uma linha contínua evidenciando que ele não faz distinção entre o símbolo de ' $>$ ' e ' $\geq$ ' no registro gráfico. Além disso, o aluno não hachurou a região do semiplano que satisfaz a solução da inequação.

Geralmente os alunos tendem a resolver esse tipo de questão, utilizando a técnica ponto a ponto, porém, essa estratégia não é recomendada. Para a construção de gráficos é adequado o uso de variáveis visuais como, por exemplo, os coeficientes angular e linear, em se tratando da representação gráfica de inequação do primeiro grau.

■ CONCLUSÃO

Na apresentação das 7 tarefas submetidas à análise privilegiamos a atividade cognitiva de conversão da representação semiótica de inequação do 1º grau do registro na língua natural para o algébrico, do algébrico para o gráfico e vice-versa, do figural para o algébrico e, do geométrico para a língua natural. Além disso, buscamos relacionar o grau de dificuldade de algumas tarefas com base no custo cognitivo da conversão e na análise dos critérios de congruência semântica.

Esse conjunto de tarefas, pelo fato de ter sido um instrumento de avaliação da aprendizagem dos alunos, os enunciados foram formulados de modo compatível ao que foi desenvolvido no processo ensino-aprendizagem nas aulas remotas.



Na primeira tarefa (balança com dois pratos em desequilíbrio) esperávamos que os alunos aplicassem a conversão da representação do registro figural para o registro algébrico, em seguida, o tratamento no registro algébrico e, posteriormente, a conversão da representação do registro algébrico para o geométrico.

Os resultados apresentados pelos alunos, na primeira parte da questão, foram satisfatórios haja vista que apenas um aluno não realizou corretamente a conversão da representação do registro figural para o algébrico. Na segunda parte, porém, assim como já havia ocorrido em tarefas anteriores, a maioria dos alunos não utilizou procedimentos algébricos na resolução da inequação e, dos três alunos que aplicaram o tratamento no registro algébrico, apenas um apresentou a solução na reta numérica, e de forma incorreta. Apenas um aluno representou corretamente a solução através do registro geométrico (reta numérica), entretanto, não observamos no protocolo desse aluno a resolução da inequação. A análise dos resultados dessa questão revelou que há muito que incentivar os alunos a utilizarem procedimentos algébricos na resolução de inequações do 1º grau.

Na segunda tarefa foi apresentado um problema representado no registro em língua natural envolvendo a variabilidade de produção de soja. Era possível resolver a questão aplicando procedimentos aritméticos para, em seguida, apresentar a resposta através da representação no registro algébrico (intervalo numérico).

Os resultados apresentados nos protocolos dos alunos revelaram que três alunos tiveram dificuldade no entendimento do problema, inclusive com uma aluna deixando a questão em branco. Outra dificuldade observada foi na representação do intervalo, no qual um aluno posicionou incorretamente os símbolos de desigualdade, revelando a ausência na distinção entre os símbolos de menor ($<$) e maior ($>$).

No terceiro problema que envolveu o cálculo da área máxima de plantio de cana e milho, inicialmente, houve demanda da atividade cognitiva de conversão da representação semiótica da língua natural para o registro algébrico e, em seguida, a conversão da representação do objeto inequação do 1º grau do registro algébrico para o gráfico. Os protocolos escritos dos alunos revelaram que metade deles responderam corretamente a primeira parte do problema cuja resposta foi dada na forma de um registro algébrico. Dos alunos que erraram, uma aluna escreveu incorretamente o valor do segundo membro da desigualdade e os demais alunos utilizaram o símbolo de igualdade em vez do símbolo de menor ou igual, expondo dificuldades na compreensão simbólica da atividade de conversão.

Em relação a segunda parte da resolução do problema houve melhoria no desempenho dos alunos, pois cinco alunos fizeram corretamente a conversão da representação semiótica da inequação do 1º grau no registro algébrico para o gráfico.





Na quarta tarefa foi solicitado obter a relação algébrica da inequação do 1º grau a partir da representação gráfica da mesma e metade dos alunos obtiveram êxito na resolução do problema.

Na quinta tarefa esperávamos que os alunos elaborassem um problema a partir do intervalo numérico representado na reta numérica. Porém, os resultados revelaram que os alunos encontraram muita dificuldade na elaboração do enunciado, sendo que apenas três utilizaram a representação no registro em língua natural e, ainda assim, apenas uma aluna formulou adequadamente o problema. Outros alunos representaram o intervalo numérico convertendo essa representação semiótica para um registro algébrico, porém, observamos que a maioria, não souberam distinguir entre o intervalo numérico aberto e o fechado.

A conversão da representação semiótica do objeto inequação do 1º grau expresso na forma algébrica para a reta numérica foi a atividade requerida no sexto problema. Apenas quatro alunos utilizaram procedimentos algébricos na resolução da inequação, todavia, nenhum deles apresentou corretamente a representação geométrica do intervalo numérico na reta, cometendo os mesmos erros de questões anteriores.

No último problema foi requerido dos alunos a conversão da representação semiótica da inequação do 1º grau na forma algébrica para a forma gráfica; atividade cognitiva que já havia sido cobrada em outras tarefas. Em termos de êxito escolar, metade dos alunos apresentaram corretamente a representação gráfica da inequação.

O fato da pesquisa ter sido realizada no contexto da pandemia pode ter influenciado os resultados obtidos. Por exemplo, nas aulas presenciais o professor pode transitar pela sala orientando e motivando os alunos na realização de cada atividade, mas no ensino remoto, por mais que nossos esforços sejam constantes, não temos garantias de que o aluno está participando da aula. Devido as orientações da gestão escolar, as atividades tinham prazo mais longos para serem entregues, sendo assim, por mais que disponibilizássemos aulas para os alunos realizarem as tarefas, muitos faziam em outros horários, dificultando, portanto, as orientações do professor.

O acesso à atividade que o aluno realizou ocorria apenas após a postagem na plataforma TEAMS e isso dificultou bastante as intervenções pedagógicas. Como mencionado anteriormente, nas aulas presenciais as orientações seriam imediatas, favorecendo o processo de ensino-aprendizagem.

Nos dias atuais a difusão de trabalhos acadêmicos em diversos repositórios têm instigado pesquisadores no desenvolvimento de produções acadêmicas com o objetivo de analisar o que tem sido produzido em determinado tema, determinado como objeto de pesquisa. No caso do objeto matemático “inequação do 1º grau” encontramos duas produções acadêmicas com o propósito de apresentar um panorama das investigações sobre o tema. Alvarenga (2013) em sua tese de doutorado intitulada “O que dizem as pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de inequações”, analisou 67 produções, entre os anos de 1991 a





2011, que tratavam do ensino e aprendizagem do objeto matemático inequações. Os trabalhos acadêmicos foram oriundos de um mapeamento envolvendo dados computadorizados, CDROM de eventos nacionais e internacionais, periódicos e trabalhos impressos obtidos em bibliotecas, além de contatos diretos com autores.

A autora observou que prevaleceu nas publicações o enfoque nos erros, na maneira dos estudantes resolver e interpretar as inequações, a pesquisa de campo, as inequações lineares com 47,76% e as inequações quadráticas com 29,85% do total de trabalhos. Na justificativa da maioria dos trabalhos analisados, Alvarenga (2013) citou a inquietação dos pesquisadores quanto aos inúmeros erros cometidos pelos estudantes em relação à resolução e à interpretação de inequações.

O trabalho de Travassos e Proença (2018) teve como objetivo apresentar um panorama a respeito de trabalhos relacionados ao ensino e à aprendizagem do conteúdo de inequações, publicados nas 12 primeiras edições do ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática) no período de 1987 à 2016. Para tanto, foi selecionado todos os anais dos ENEMs e realizada uma busca utilizando os termos inequação, inequações e álgebra, presentes nos títulos de todos os trabalhos publicados como pôsteres e comunicações orais (comunicações científicas e relatos de experiência).

Os resultados mostraram que dos 5743 trabalhos encontrados, apenas 8 trataram do conceito de inequação. Destes, em apenas 4 trabalhos, Travassos e Proença (2018) explicitaram que o conteúdo do texto envolveu a análise de desempenho de alunos de diferentes segmentos escolares, na resolução de tarefas com inequação do 1º grau. Segundo estes autores, o mapeamento das pesquisas revelou um número preocupante se levarmos em consideração a importância do conceito assim como as dificuldades que os alunos possuem com relação ao mesmo.

Encontramos nesses dois mapeamentos de pesquisas contribuições importantes, tanto no estudo dos erros na resolução de tarefas, quanto na análise de desempenho dos alunos ao estudar inequação do 1º grau. No entanto, a tese de doutorado de Alvarenga (2013) e o artigo de Travassos e Proença (2018) não contribuíram quanto ao aporte teórico utilizado nas pesquisas analisadas, em especial, a teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Neste sentido, empregamos esforços para um novo mapeamento de pesquisas, coletadas a partir do banco de teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES e da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações – BDTD. Os descritores e o conectivo lógico 'AND' utilizados no processo de busca das pesquisas foram combinados da seguinte forma: 'inequações AND ensino fundamental', 'inequações AND ensino de jovens e adultos', 'inequações AND ensino médio' e 'inequações AND educação básica'.

Em ambas as bases de pesquisas surgiram diversos trabalhos que descartamos por conta dos propósitos dessa pesquisa. Por exemplo, a dissertação de Coelho (2016) intitulada 'Inequação polinomial: um método alternativo de resolução', foi excluída pois o objetivo



do pesquisador foi analisar um método alternativo de resolução de inequações polinomiais, mais simples que o tradicional encontrado nos livros didáticos. Segundo Coelho (2016), esse método foi compilado de diversas fontes não oficiais, porém, à luz da matemática, ele foi demonstrado.

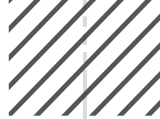
As buscas de pesquisas na CAPES e BDTD revelaram em termos quantitativos, trabalhos desenvolvidos no período de 2002 a 2019, com maior frequência de pesquisas produzidas e defendidas na região Sudeste. O ‘quadro 8’ contempla o acervo de trabalhos dispostos de forma cronológica:

Quadro 2. Mapeamento de pesquisas no período 2002-2019

Autor/Ano	Título	Aporte teórico
TRALDI JUNIOR (2002)	Sistema de Inequações de 1º grau: Uma abordagem do processo de ensino aprendizagem focando os registros de representação	Registros de representação semiótica
FONTALVA (2006)	Um estudo sobre inequações entre alunos do ensino médio	Interação entre domínios de Règine Douady e Categorização erros
CLARA (2007)	Resolução de inequações logarítmicas: Um olhar sobre a produção dos alunos	Dialética Ferramenta-Objeto e Interação entre domínios de Règine Douady
MELO (2007)	Docência de inequações no Ensino Fundamental na cidade de Indaiatuba	Registros de representação semiótica e Tendências de ensino da Matemática
MELO (2007)	O ensino de desigualdades e inequações em um curso de Licenciatura em Matemática.	Registros de representação semiótica
SALDANHA (2007)	Análise de uma intervenção didática sobre desigualdades logarítmicas no Ensino Médio	Dialética Ferramenta-Objeto e Interação entre Domínios de Règine Douady
SOUZA (2008)	O uso de vários registros na resolução de inequações. Uma abordagem funcional gráfica	Registros de representação semiótica
CONCEIÇÃO JUNIOR (2011)	Uma abordagem funcional para o ensino de inequações no Ensino Médio	Registros de representação semiótica
UBERTI (2011)	Avaliação da aplicação de jogos na 6ª série: equações, inequações e sistemas de equações do 1º grau	Jogo como estratégia de aprendizagem
VELOSO (2012)	O desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébricos no ensino fundamental: análise de tarefas desenvolvidas em uma classe do 6º ano.	Pensamento e linguagem algébrica
MAGALHÃES (2013)	Estudo das inequações: Contribuições para formação do professor de matemática na licenciatura	Registros de representação semiótica e Dialética Ferramenta-Objeto e Interação entre domínios.
ALVARENGA (2013)	O que dizem as pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de inequações.	Estado da arte
DIAS (2014)	Análise do conhecimento dos professores sobre o ensino de inequações	Registros de representação semiótica
ALMEIDA (2017)	Possibilidades e limites de uma intervenção pedagógica pautada na metodologia da sala de aula invertida para os anos finais do ensino fundamental.	Metodologia Sala de Aula Invertida
LOURENÇO (2018)	Inequações: Uma abordagem funcional gráfica para o Ensino Fundamental II	Registros de representação semiótica
TRAVASSOS (2018)	Um estudo sobre o conceito de inequação com licenciandos em Matemática: contribuição da Teoria de Registros de Representação Semiótica	Registros de representação semiótica
MINEIRO (2019)	Estudo das três dimensões do problema didático de inequações	Teoria Antropológica do Didático

Fonte: elaborado pelo pesquisador

As teses de Doutorado (SOUZA (2008), ALVARENGA (2013) e MINEIRO (2019)) foram defendidas na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUCSP. Essa instituição também foi responsável por 9 pesquisas em nível de dissertação de Mestrado. A Universidade



Federal de Ouro Preto – UFOP e a Universidade Estadual do Rio de Janeiro-UERJ contribuíram com 2 dissertações de Mestrado, totalizando 14 pesquisas produzidas na região Sudeste.

A Região Sul contribuiu com 3 dissertações de Mestrado, produzidas na Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, na Universidade Franciscana e na Universidade Estadual de Maringá – UEL.

Do montante de 17 pesquisas, 9 delas envolveram o aporte teórico-metodológico dos Registros de Representação Semiótica. Poucas tem como público-alvo alunos dos anos finais do Ensino Fundamental e Médio, a maior parte dos trabalhos envolveu alunos da licenciatura em Matemática e/ou professores atuantes na rede pública de ensino.

As pesquisas envolvendo professores em processo de formação inicial ou não forneceram resultados pautados pela análise de desempenho de tarefas propostas ou pelo discurso quanto à proposta de abordagem do conceito de inequação em sala de aula. O êxito na resolução de tarefas propostas também foi o foco nas pesquisas cujos sujeitos participantes foram estudantes.

A partir do mapeamento dessas pesquisas observamos que há um nicho para novas pesquisas no estudo de inequações, especialmente, na análise de um processo ensino-aprendizagem envolvendo a atividade cognitiva de tratamento e conversão de representações semióticas, na produção escrita dos alunos. Essa possibilidade de investigação expande o que foi exposto sobre as pesquisas, as quais revelaram resultados do diagnóstico do desempenho dos sujeitos participantes envolvidos na resolução de tarefas com inequações oriundas da aplicabilidade de um instrumento de coleta de dados.

■ REFERÊNCIAS

1. ALVARENGA, Karly Barbosa. **O que dizem as pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de inequações**. 2013. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2013.
2. COELHO, Gilberto Jardim. **Inequação polinomial: um método alternativo de resolução**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Rio de Janeiro, 2016.
3. DUVAL, Raymond. Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Campinas: Papyrus, 2003. p. 14-69.
4. DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais** (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels). Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, fascículo I, 2009.





5. DUVAL, Raymond; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça (Org.). **Ver e ensinar a Matemática de outra forma**. Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semiótica. São Paulo, SP: Proem, 2011.
6. DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Tradução Méricles Thadeu Moretti. **Revemat**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012
7. QUEIROZ, Diego da Silva. **As representações semióticas no ensino de inequações no ensino médio**. 2021. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas do Programa de Pós-Graduação) – Universidade Federal de São Carlos, *campus* Sorocaba, Sorocaba, 2021.
8. SANTAELLA, Lúcia. **O que é Semiótica**. São Paulo: Brasiliense, 1983.
9. SILVEIRA, Denise Tolfo. CÓRDOVA, Fernanda Peixoto. A pesquisa Científica. In: GERHARDT, Tatiana Engel, SILVEIRA, Denise Tolfo (Org.). **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009, p. 31-42.
10. TRAVASSOS, Willian Barbosa; PROENÇA, Marcelo Carlos de. Análise dos trabalhos do Encontro Nacional de educação Matemática sobre o conteúdo inequações, **Revista Valore**, Volta Redonda, n.3 (Edição Especial), p. 26-37, 2018.



Saberes de um licenciando ao vivenciar o ensino de cálculo diferencial e integral no 3º ano do ensino médio

| Victor Nascimento de **Souza**
UFAC

| Gilberto Francisco Alves de **Melo**
EBTT/UFAC

RESUMO

O objetivo deste capítulo é refletir e analisar como um licenciando de matemática produziu e/ou mobilizou seus saberes ao vivenciar o ensino de cálculo no 2º semestre de 2018 com uma turma de 3ª série do Ensino Médio. O estudo foi fundamentado em Fiorentini, Souza Jr e MELO, G.F.A (1998), Larossa (1998) e Rezende (2003). A metodologia foi o Estudo de Caso de um Licenciando do 6º período em Matemática da UFAC, que viveu a Pró-Docência em uma escola federal no Município de Rio Branco - Ac. De modo específico, explorou-se atividades práticas que possibilitaram a compreensão de limites, derivadas e integrais próximas da realidade dos(as) alunos(as) da 3ª série do Ensino Médio. O material de análise foi constituído das atividades propostas, relatório do licenciando e diário de campo. Os resultados mostram que o licenciando mobilizou os saberes que vêm construindo na disciplina de cálculo que inclui o saber do conteúdo específico de limites, derivadas e integrais; e nas diversas experiências formativas (PIBID e Prodocência), os saberes: pedagógicos do conteúdo específico; do curricular; da experiência e do exercício da prodocência. Todavia, o licenciando tende a reproduzir uma prática pautada nos seus formadores, que não privilegia a exploração das ideias básicas, cuja dificuldade por ser de natureza epistemológica tem implicações didático-pedagógicas na formação dos(as) licenciandos(as) e, na produção de seus saberes.

Palavras-chave: Saberes, Licenciando, Cálculo Diferencial e Integral, Ensino Médio.

■ INTRODUÇÃO

O desafio de ensinar e aprender cálculo diferencial e integral no Ensino Médio se expressa em vários fatores: 1) ensino na licenciatura que não explora as ideias básicas de integral, derivadas e limites, atividades exploratórias, investigativas e aplicações em diversos campos do conhecimento; 2) distanciamento do modo como este conteúdo poderia ser explorado ao longo do Ensino Médio; 3) o currículo do Ensino Médio, devido às inúmeras mudanças curriculares não contemplarem a abordagem desta temática 4) práticas pedagógicas dos(as) formadores(as) que têm pautado o ensino de cálculo focado apenas em definições, exemplos e listas de exercícios como aplicação e 5) Formação Inicial inadequada dos(as) professores(as) para explorar este tema no Ensino Médio, dentre outros.

Para Machado (2015), até hoje, no Brasil e no mundo, quase todas as tentativas de ensinar cálculo na escola básica falharam. Ele justifica dizendo que “Tais fracassos não deveriam nos surpreender”, diz Machado, “pois essas tentativas não passaram de uma antecipação do modo como o cálculo é ensinado na universidade, e o problema é que nem na universidade o curso de introdução ao cálculo funciona bem. Como poderia funcionar bem no ensino médio?” (p. 1).

Ainda de acordo com este autor, há necessidade de exploração das ideias básicas em relação à integral e derivadas, as quais se relacionam diretamente com a concepção de construção do conhecimento matemático: numa perspectiva estática ou numa visão de movimento da realidade (Machado, 2008).

A produção acadêmica em Dissertações e Teses revela sobre saberes docentes relativos ao ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral, na Licenciatura de matemática, voltada, prioritariamente, para a dimensão técnica com ênfase nos procedimentos, regras e demonstrações, em detrimento da dimensão semântica – relativa às ideias, significados dos conceitos básicos- que os(as) futuros(as) professores(as) tendem a reproduzir no Ensino Médio.

De modo específico, não identificamos nenhuma pesquisa acadêmica com foco nos saberes de licenciandos ao desenvolverem o ensino de cálculo diferencial e integral, no âmbito do Programa Prodocência.

A aprendizagem do cálculo no ensino na licenciatura não diverge do cálculo ensinado no bacharelado. Isso acarreta na desvalorização da matéria por alunos de licenciatura, pois tal assunto não está presente na grade curricular da educação básica, que é tida como foco de trabalho de seus formandos.

A partir de então, demos início a um projeto, junto ao trabalho de extensão no Programa de Prodocência do Curso de Licenciatura em Matemática, no qual tivemos a oportunidade de trabalhar com os(as) alunos(as) da 3ª série do Ensino Médio de 2018 numa escola



federal. A iniciativa partiu de alguns alunos(as) que almejavam vestibulares e concursos que exigem como requisito o Cálculo Diferencial e Integral. Desse modo, junto com o professor da turma, fizemos a elaboração das aulas que não estavam no plano de curso desse componente curricular.

Por fim, a problemática colocada neste artigo consiste nos saberes que são mobilizados e/ou (re) significados por um licenciando(a) ao vivenciar o ensino de cálculo diferencial e integral com um professor experiente.

Neste artigo, após discussão da problemática, discutimos brevemente a problemática dos saberes relativa ao cálculo, bem como a experiência de ensinar e aprender este conteúdo na 3ª série do Ensino Médio, desenvolvida com um licenciando. E, ao final, apontaremos algumas considerações.

A PROBLEMÁTICA DOS SABERES FRENTE AO ENSINO E APRENDIZAGEM DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL DO ENSINO MÉDIO

Na formação inicial dos(as) licenciandos(as) de matemática uma das questões que demanda preocupações diz respeito às dificuldades apresentadas pelos(as) licenciandos(as) na aprendizagem de limites, derivadas e integral, junto com outros conceitos considerados básicos.

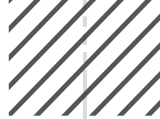
Todavia, a questão nos parece mais grave quando notamos a ausência da exploração destes conceitos no Ensino Médio, já que, ultimamente, não tem integrado os livros didáticos. Mesmo assim, com base nas nossas práticas, percebemos que ao longo do Ensino Médio, no currículo do componente de matemática e física apresentam-se conteúdos nos quais podemos explorar ideias relacionadas ao Cálculo, como por exemplo: taxa de variação de funções e velocidade instantânea.

O desafio que se coloca para os(as) licenciandos(as) é como mobilizar e/ou (re)significar os diversos tipos de saberes, (Fiorentini, Souza Jr e Melo, 1988) na prática junto a alunos(as) do Ensino Médio, visando ao ensino e aprendizagem dos conceitos de Cálculo. Trata-se de uma tarefa difícil, por diferentes razões.

De um lado, a primazia de um ensino de cálculo desenvolvido na licenciatura pautado em sua maioria em: definições, exemplos no contexto da matemática, listas de exercícios e provas. E por outro, a ausência de exploração pelos(as) formadores(as) das ideias básicas e o que REZENDE (2003) chama de dificuldades de natureza epistemológica expressa nos eixos: discreto/contínuo; variabilidade/permanência; finito/infinito; local/global e, sistematização/construção.

Os saberes dos(as) licenciandos(as) teriam que levar em conta estas dificuldades epistemológicas, além de aplicações em outras áreas do conhecimento, mediante atividades





exploratório-investigativas na produção e/ou (re) significação de saberes ao longo do ensino médio, num trabalho colaborativo com os(as) professores(as) e licenciandos(as).

Um trabalho nessa perspectiva de exploração das ideias também deveria ocorrer no âmbito da Licenciatura de Matemática, exigindo investimento na formação dos(as) formadores(as), sobretudo, na ampliação dos seus saberes de natureza epistemológica.

■ METODOLOGIA

A metodologia foi de natureza exploratória junto a uma turma de 3ª série do Ensino Médio, com 35 alunos(as), no 2º semestre de 2018 (4º bimestre). O coautor, que era professor da turma, resolveu tomar o desafio de explorar atividades de cálculo diferencial e integral cuja programação incluía: breve histórico sobre limites; conceitos de limite, deriva e integral; exploração de situações-problemas; problemas de máximos e mínimos.

O desenvolvimento foi ocorrendo de forma colaborativa com o prodocente que manifestou interesse em participar. De início, percebeu dificuldades dos(as) alunos(as) relativas à teoria dos conjuntos e funções que eram exploradas paralelamente.

Tivemos como base os livros de Iezzi et al (2013); Trotta, F., Imenes, L.M.P., Jakubovic, J (1980); Giovanni, J.R.; Bonjorno, J.R (2005); Silva C.X. da., Filho, B.B. (2005); Iezzi, G.; Murakami, C.; Machado, N. J (2013); e Iezzi, Gelson et al (2017). Junto com este material curricular - sempre na tentativa de trazer para os(as) alunos(as) aplicações práticas do cotidiano, principalmente na parte de derivadas e integrais - usamos o *software Geogebra*, que foi bastante significativo, já que possibilitou a visualização gráfica dos assuntos do Cálculo.

O desenvolvimento do trabalho consistiu na explanação de cada conteúdo, para que tivéssemos um *feedback* prévio do que os(as) alunos(as) tinham compreendido. Em seguida, as dificuldades eram novamente exploradas para seguir em frente apesar de pouca adesão dos(as) alunos(as), que se mostravam visivelmente cansados(as), possivelmente pela proximidade das férias e da colação de grau.

O planejamento das aulas tomou como exemplo os vestibulares e concursos renomados e, nessa perspectiva, utilizamos os assuntos e questões relacionados.

■ ANÁLISE

Ao analisar as relações com os saberes mobilizados e/ou (re) significados pelo licenciando, temos:

1. Do conteúdo específico de limites, derivadas e integrais





Esse saber refere-se à categoria de conhecimento que Shulman (1986) tem chamado de conhecimento da matéria que o professor ensina. Fiorentini, Souza Jr e Melo (1998), reconhecendo a contribuição teórico-epistemológica deste autor, ampliam esse referencial destacando que o domínio deste tipo de conhecimento, por parte do professor, não deve ser

“apenas sintático (regras e processos relativos) do conteúdo, mas sobretudo substantivo e epistemológico (relativo à natureza e aos significados dos conhecimentos, ao desenvolvimento histórico das ideias, ao que é fundamental e ao que é secundário, aos diferentes modos de organizar os conceitos e princípios básicos da disciplina, e às concepções e crenças que os sustentam e legitimam)”. (FIORENTINI, SOUZA JR e MELO, 1998, p.316)

De acordo com Ávila (1994), são apresentadas pelo menos duas justificativas importantes para que se ensine cálculo no Ensino Médio. A primeira delas é introduzir e estudar com mais dedicação o conceito de função, sendo que, a derivada lança muito mais luz nesse estudo particularmente, na variação das funções (crescimento, decrescimento e taxa de variação).

Outra razão reside no ensino e aprendizagem da Física, como no conteúdo de cinemática, ao utilizar de limite na exploração de determinadas situações-problemas e/ou fenômenos. A aprendizagem do cálculo no ensino na licenciatura não diverge do cálculo ensinado no bacharelado. Isso acarreta na desvalorização da matéria por alunos de licenciatura, pois tal assunto não está presente na grade curricular da educação básica, que é tida como foco de trabalho de seus formandos(as).

A primeira impressão que o projeto transpareceu para um licenciando foi a possibilidade de exploração do conteúdo de Cálculo Diferencial e Integral, sobretudo, por partir do interesse de alguns alunos.

O ensino de cálculo I na Licenciatura de matemática é pragmático e semelhante ao ensino praticado nos cursos de engenharia, o que é incoerente se partirmos do ponto de vista que serão formados(as) licenciandos(as) e, por isso, necessitam de uma aprendizagem mais prática para que sejam ensinados da mesma maneira para alunos(as) da educação básica.

Por se tratar de um conteúdo “difícil”, foram marcantes as deficiências dos(as) alunos(as) em relação à matemática dos anos anteriores. Fato este que coaduna com as dificuldades que os(as) professores (as) em exercício também têm, face ao ensino na Licenciatura de Matemática que não explora as dificuldades e as eventuais origens.

A princípio, revisar e buscar alternativas para que os(as) alunos(as) com mais dificuldades possam acompanhar o conteúdo de cálculo podem ser feitas com atividades de limites e derivadas que são assuntos que necessitam de base. Pois, ao explicar o que é limite de uma função, os(as) alunos(as) precisam saber teoria dos conjuntos para poder ter um entendimento sobre função.





O licenciando não relaciona, por exemplo, a dificuldade em relação ao limite com as dificuldades epistemológicas, possivelmente por não ter estudado na Licenciatura de Matemática, fato que constitui uma lacuna a ser trabalhada. E cuja solução não reside na transferência da responsabilidade aos professores(as) do Ensino Médio.

2. Do Pedagógico do Conteúdo Específico

Esse saber é, ao lado do conhecimento da matéria, outro saber para o qual SHULMAN (1986), dedica atenção especial “Embora reconheça a existência de um conhecimento pedagógico de ensino não atrelado à matéria propriamente dita, Shulman chama atenção para o **conhecimento pedagógico da matéria**, o qual explora articuladamente, sem dicotomizar, o conhecimento que é objeto de ensino/aprendizagem e os procedimentos didáticos (atividades, exemplos, contra-exemplos, analogias, explicações, ilustrações, situações-problema, formas de representação...)”. (FIORENTINI, SOUZA JR. e MELO, 1998, p.31)

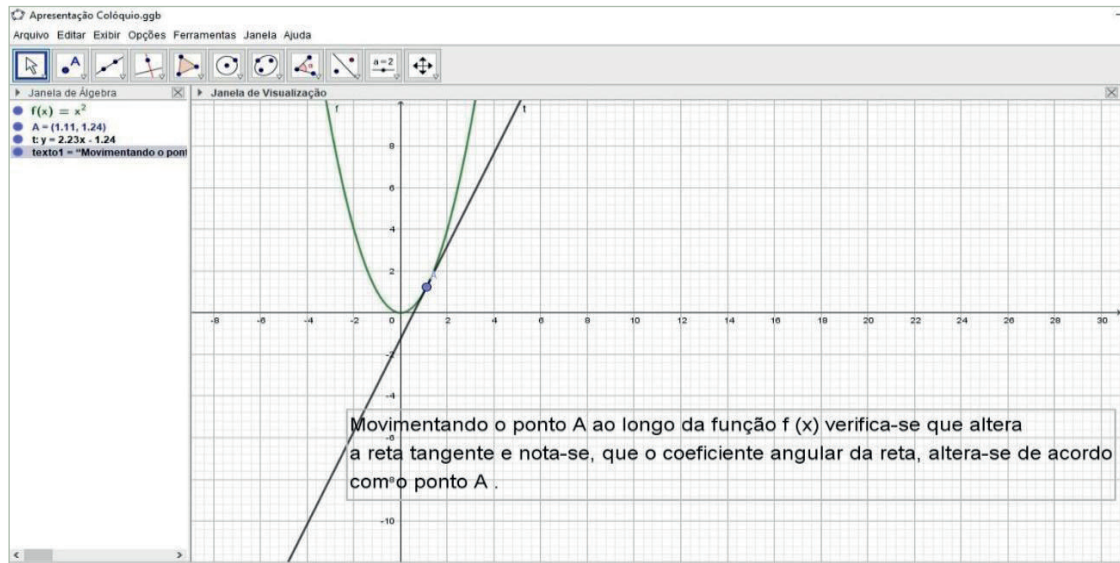
O licenciando buscou na tecnologia digital – Geogebra - um meio de explorar revisões dos conteúdos do Ensino Médio, principalmente na área de funções que, em sua visão, “por se tratar de um aplicativo que facilita a percepção dos(as) alunos(as) foi um diferencial para que pudessem se interessar pelo assunto”.

De fato, a parte gráfica das funções possibilita uma visualização maior por parte dos(as) alunos(as). E, de modo específico, contribui para no estudo de derivadas na visualização de máximos e mínimos das funções porque o aplicativo possui duas janelas de visualização (de álgebra e a gráfica), as quais possibilitam com que os(as) alunos(as) implementem ações no gráfico das funções como selecionar pontos e novas retas, associando as partes algébrica e gráfica. Fato que pode ajudar na aprendizagem dos conceitos.

Como exemplo, temos na imagem abaixo a utilização do *software* com uma função do 2º grau feita pelos(as) alunos(as) da 3ª série do Ensino Médio. Uma função polinomial na qual pode ser visualizada propriedades de limite, derivada e integral.



Figura 8. Função Quadrática em Software Geogebra



Em relação ao uso deste *software*, concordamos com Moraes (2013), ao sustentar que

“O software Geogebra possui uma grande potencialidade em relação ao ensino específico de pontos de máximo e pontos de mínimos de funções de uma variável, ele oferece vários recursos como capacidade de comutação algébrica, numérica e gráfica, capacidade de manipulação de fórmula e números e uma linguagem de programação de alto nível e ao mesmo tempo simples de se utilizar.” (MORAES, 2013, p.11)

Diante dessa perspectiva, verificamos que o uso desse recurso facilita a compreensão e a aplicabilidade de alguns conceitos.

3. Do Curricular

Os saberes curriculares, segundo SHULMAN (1986) e TARDIF, LESSARD e LAHAYE (1991), dizem respeito aos saberes dos professores acerca dos programas escolares e seus respectivos materiais (livros didáticos, propostas curriculares, jogos e materiais manipulativos, vídeos, softwares, etc.), os quais são expressos na forma de discursos, objetivos, conteúdos e métodos, devendo ser aprendidos e aplicados pelos professores.

Nas funções básicas, é possível aplicar toda a ideia de limites, derivadas e integrais de forma simples, fazendo com que o(s) alunos(as) percebam as possibilidades e soluções de problemas em situações genéricas e mais complexas. O estudo do cálculo recorre a ideia fundamental, explicar tal assunto com a linguagem cotidiana e do senso comum, seria um ótimo incentivo para que os(as) alunos(as) pudessem entender espontaneamente.

A utilização do livro do professor Nilson foi de grande auxílio na elaboração das aulas, livro esse que foi pensado para fazer parte de uma coleção de matemática elementar.



Sendo possível que os estudantes da série final do Ensino Médio pudessem captar a ideia do pré-cálculo.

4. Da Experiência

O saber da experiência do professor é um saber construído por cada um ao longo de anos de trabalho docente. É um saber complexo que não se aprende na academia ou nos cursos de formação inicial. Resulta fundamentalmente da reflexão do professor sobre sua prática cotidiana e varia de acordo com a história de vida pessoal e profissional de cada um.

A vivência do programa Prodocência fez com que um licenciando tivesse contato mais cedo com a sala de aula, e com a prática de sua profissão. Os anos iniciais da graduação são marcantes para os(as) licenciandos(as), pois servem para incentivar ou desmotivar a continuar o curso. Sendo assim, a partir do momento que se inicia a prática, o(a) aluno(a) começa a ter motivação para que o mesmo possa elaborar um trabalho de qualidade quando estiver atuando.

A oportunidade de poder trabalhar um assunto mais avançado na 3ª série do Ensino Médio, faz com que o(a) professor(a) consiga enxergar novos horizontes, pois a capacidade de lecionar necessita de uma inovação a todo momento, tendo em vista que a rapidez com que o mundo evolui é destacável.

O cálculo no Ensino Médio, no Acre, poderia ser um diferencial comparando com a situação da educação atual. A evolução do(a) licenciando(a) conta bastante em benefícios para os(as) alunos(as) que estão prestes a se tornarem ingressos no Ensino Superior, servindo de preparação para a rotina acadêmica, principalmente quando o foco deles são cursos na área de exatas.

Toda a ação do projeto acabou despertando uma iniciativa como professor, a vontade de poder atuar com ideias revolucionárias para a educação sempre na expectativa de inovar como profissional e, propriamente, como aluno. O pibidiano enfatiza o choque de realidade vivenciado, ao confrontar sua visão de matemática “o estudante de matemática sempre inicia o curso pensando que só haverá números..”, E acrescenta o estranhamento que teve quando “..., se depara com vários textos de pensamentos e formas didáticas que o ajudam na inovação das aulas”.

Sendo assim, o ensino de cálculo na 3ª série do Ensino Médio ajudou a perceber que a necessidade de implementação de tal assunto no estudo de matemática na educação básica irá somente beneficiar os(as) alunos(as).

5. Do Exercício da Prodocência.





A iniciativa do Projeto Prodocência é de muita importância para os cursos em qualquer licenciatura. Para o pibidiano “os(as) alunos(as) vão estar acompanhando profissionais experientes, aprendendo como lidar com situações em sala de aula. Na elaboração de projetos, de aulas, a parte prática para conseguir incentivar os mesmos a darem continuidade a profissão de professor.”

O preconceito dos alunos em relação ao conteúdo que não estava na sua ementa foi significativo, mas observamos o interesse de muitos. Principalmente dos estudantes que já tinham como foco cursos na área das exatas. Todavia, declara o pibidiano como importantes, tanto o domínio do conteúdo específico como as experiências obtidas na formação, como sustenta o pibidiano “...a experiência como discente do curso de licenciatura em matemática teve forte enriquecimento na formação profissional e pessoal”.

O acompanhamento de professores(as) com mais experiência e métodos de diferentes abordagens, quanto à aplicação dos conteúdos para adolescentes, fez com que a visão de docente se tornasse ampla, pois o aspecto da relação aluno e professor se tornou próxima.

A partir desse contato com os(as) alunos(as) e da (re)significação do trabalho docente foi possível perceber que essa abordagem é pouco presente na educação básica é mais sentida no Ensino Médio, período em que os(as) alunos(as) mais necessitam de tal conhecimento.

■ CONSIDERAÇÕES FINAIS

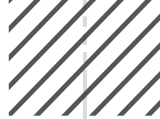
O objetivo deste artigo foi refletir e analisar como um licenciando de matemática, manteve relações com seus saberes ao vivenciar o ensino de limites, derivadas e integrais.

A experiência adquirida no projeto Prodocência fez com que um aluno de licenciatura tivesse como objetivo o ensino de um assunto esquecido na educação básica, entretanto bastante utilizado em concursos e vestibulares renomados. As atividades do projeto fizeram com que ações, que não existem na graduação na sala de aula da universidade, pudessem ser elaboradas e executadas. Com o incentivo e auxílio de professores capacitados pode ser feita em uma instituição de educação da própria universidade estudo e aplicação do cálculo no ensino médio.

Diante às discussões, pudemos deatacar que um dos aspectos que o projeto deixa a desejar é a disponibilidade de tempo para planejamento, pois o mesmo dura em média um semestre. O que acaba interrompendo alguns projetos elaborados pelos bolsistas, que caso não consigam renovar a bolsa, são deixados de lado. Assim, as partes são prejudicadas, pois os(as) alunos(as) não têm as experiências que deveriam ter muito menos os estudantes de Licenciatura.

Os resultados dessa experiência indicam que apesar da baixa adesão dos (as) alunos(as), a exploração de aplicações práticas e dos conceitos básicos constitui uma via





promissora no estudo destes temas no Ensino Médio. A utilização do Cálculo Diferencial e Integral desperta no aluno uma visão diferente, fazendo com que ele inove em relação a conteúdos de matemática e física.

Entendemos que as manifestações de saberes do licenciando ainda estão distantes de um saber mais articulado às dimensões conceitual e epistemológica (REZENDE, 2003) e de outras pesquisas que têm questionado o ensino de cálculo.

Apresentando, assim, dificuldades, experiências e a perspectivas de um estudante de graduação para a futura profissão. Mostrando alternativas para suprir uma das maiores dificuldades dos alunos ingressos no Ensino Superior, acreditando que quanto mais cedo seja dada atenção para esse tópico, melhor será a preparação dos alunos da educação para a vida acadêmica.

■ REFERÊNCIAS

1. ANDRE, S. L. C. **Uma proposta para o ensino do conceito de derivada no Ensino Médio.** 2008. 232 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.
2. ÁVILA, Geraldo. O ensino de Cálculo no 2º grau. In: **Revista do Professor de Matemática, nº 18.** Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 1991.
3. ÁVILA, Geraldo. **Introdução às funções e à derivada.** São Paulo: Atual, 1994.
4. CHARLOT, B. **Da relação com o saber: elementos para uma teoria.** Porto Alegre: ArtMed, 2000.
5. DUCLOS, Robert Costallat. **Cálculo do 2º grau.** In: Revista do Professor de Matemática, n.20. Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 1992, p.26-30.
6. FIORENTINI, D.; SOUZA JR., A.J.; MELO, G.F.A. de. **Saberes Docentes:** um desafio para acadêmicos e práticos. In Cartografia do trabalho docente. Corinta M.G.Geraldi; Dario Fiorentini e Elisabeth Pereira (Org.). Mercado de Letras. Campinas, 1988
7. **GEOGEBRA - APLICATIVOS MATEMÁTICOS.** Estados Unidos: Geogebra, 15 nov. 2018. Disponível em: <https://www.geogebra.org/>. Acesso em: 21 jan. 2019.
8. GIOVANNI, J.R.; BONJORNO, J.R. **Matemática Completa.** 2ª ed. renov. - São Paulo:FTD, 2005- (Coleção matemática completa).
9. GUELLI, O. **Matemática Série Brasil.** Ensino Médio. 1ª ed. São Paulo. Ática. 2003.
10. IEZZI, G.; MURAKAMI, C.; MACHADO, N. J. **Fundamentos de Matemática Elementar,8: Limites, Derivadas, Noções de Integral.** 7. ed. São Paulo: Atual, 2013. 256 p.
11. IEZZI, GELSON et al. **Matemática: Ciência e Aplicações.** V.3. 9ª ed. São Paulo: Saraiva, 2017.
12. LARROSA, J. **La exeriência de la lectura: estúdios sobre literatura y formación.** Barcelona: Laertes S.A., 1998.





13. MACHADO, N. J. **Cálculo Diferencial e Integral na Escola Básica**: possível e necessário. São Paulo: USP, 2008.
14. MACHADO, N.J. **Cálculo no ensino médio: já passou da hora**. Disponível em: <<https://imaginariopuro.wordpress.com/2015/10/28/calculo-no-ensino-medio-ja-passou-da-hora/comment-page-1/>>, (2015).
15. MOLON, J. **Cálculo no ensino médio**: uma abordagem possível e necessária com auxílio do software Geogebra. Rio Grande do Sul: UFSM, 2013.195p.
16. MORAES, H. L. **Utilização do software Geogebra no estudo de pontos de máximo e pontos de mínimo de funções de uma variável**. Goiânia: Profmat, 2013. Disponível em: <http://bit.proformat-sbm.org.br/xmlui/handle/123456789/528>. Acesso em: 25 ago. 2020.
17. PEREIRA, V. M. C. **Cálculo no ensino médio: uma proposta para o problema da variabilidade**. 2009. 182 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.
18. PINTO, G. T. D. C. **Limite de função real no ensino médio: uma proposta para o seu ensino e aprendizagem**. 2010. 171 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais - Belo Horizonte, 2010a.
19. REZENDE, W. M. **O Ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica**. 2003. 450 f. Tese (Doutorado)- Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.
20. SILVA, C.X. da., FILHO, B.B. **Matemática Aula por Aula**. São Paulo. 2ª ed. Renovada. FTD. 2005- (Coleção Matemática Aula por Aula).
21. SHULMAN, L.S. Those Who understand Knowledge Growth. In: **Teaching Educational Researcher**, v.15, n.2, p.4-14, 1986.
22. SMOLE, K.S., DINIZ, M.I. **Matemática-Ensino Médio**. 5ª ed. São Paulo. Saraiva. 2005.
23. SPINA, C. de O. C. **Modelagem matemática no processo ensino aprendizagem do cálculo diferencial e integral para o ensino médio**. 2002. 162 f. Dissertação (Mestrado) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2002.
24. TROTTA, F., IMENES, L.M.P., JAKUBOVIC, J. **Matemática Aplicada**. 2º grau. São Paulo: Ed.Moderna, 1980.



Solução de problemas: uma análise na perspectiva da teoria da aprendizagem significativa -TAS

| **Telma Assad Mello**
UNICAMP

| **Lisandra Rodrigues Garcia Rodolfo**
UNICAMP

RESUMO

O presente estudo é um desdobramento do trabalho apresentado no IX EIAS- Encontro Internacional de Aprendizagem Significativa e teve como principal objetivo investigar algumas das variáveis que interferem no desempenho do aluno durante na solução de problemas aritméticos de divisão: o conhecimento prévio, o material significativo, a linguagem e a predisposição dos participantes para aprender. A pesquisa, caracterizada como qualitativa, teve aporte teórico nas contribuições da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de David Ausubel, e foi realizada em uma Assessoria Educacional de Campinas, durante as sessões de intervenção pedagógica, envolvendo oito estudantes do quinto ano do Ensino Fundamental- Anos Iniciais. Mediante a assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido pelos pais, os participantes foram submetidos a quatro sessões de intervenção pedagógica, sendo propostos, em cada uma, dois problemas de divisão. A metodologia envolveu a interatividade entre pesquisador e os participantes, aplicação do instrumento tipo lápis e papel, elaboração de registros e notações e a utilização da técnica “pensar em voz alta”, permitindo a obtenção de dados mais qualitativos a respeito do pensar matemático dos participantes. A articulação entre o conhecimento prévio e as estratégias de solução adotadas mediaram a análise qualitativa dos dados. Corroborando com as ideias da TAS, este estudo verificou que a estrutura cognitiva, envolvendo subconçores e discriminabilidade, desempenha um papel importante na solução de problemas, acentuando-se as relações existentes entre as variáveis investigadas e o desempenho nas tarefas matemáticas.

Palavras-chave: Solução de Problemas, Aprendizagem Significativa, Estrutura Cognitiva, Estratégias de Pensamento.

■ INTRODUÇÃO

As reformas educacionais implementadas pelas diretrizes nacionais para a Educação (1996, 2016) foram alicerçadas nas contribuições da Psicologia Educacional na qual é ressaltada, dentre outras, a Teoria da Aprendizagem Significativa (AUSUBEL, 1968; AUSUBEL, NOVAK E HANESIAN, 1978, 1980). A cognição passou a ser objeto de estudo e inúmeras pesquisas que visavam ao aprimoramento dos processos de ensino e de aprendizagem utilizaram-se dessa teoria para explicitar as relações e os fenômenos que decorrem da relação sujeito /objeto durante a aprendizagem de conceitos e princípios.

Muitas pesquisas realizadas no Brasil sobre a TAS tornaram-se relevantes na interpretação e disseminação das ideias nela contidas (ARAGÃO, 1976; MOREIRA E MANSINI, 1982; MOREIRA, 2010, 2012) explicitando a sua relevância para a compreensão dos processos de aquisição do conhecimento matemático. Dessa forma, desdobram-se os estudos que reproduzem e ampliam essa discussão e no Grupo da Psicologia da Educação Matemática (PSIEM- UNICAMP) algumas investigações tiveram como aporte teórico a Teoria da Aprendizagem Significativa (Mello, 2008, 2015; Jesus, 2005; Lima, 2001), sendo a mesma recorrente em diversos textos e obras produzidos pelo grupo, bem como na participação de seus integrantes em congressos e seminários.

Ausubel (1968) elaborou uma explicação teórica do processo de aprendizagem baseada nos pressupostos cognitivistas, destacando o papel da estrutura cognitiva nos processos de aquisição do conhecimento. Para o autor a estrutura cognitiva refere-se a um campo organizado de ideias apresentado por um indivíduo a respeito de uma determinada área do conhecimento. Assim, para que ocorra aprendizagem significativa é necessário que novas ideias sejam incorporadas à estrutura cognitiva preexistente. Nessa perspectiva, o estudioso destacou que se fosse possível isolar uma única variável como a que mais influencia a aprendizagem ela seria o conhecimento prévio, aquilo que o aprendiz já sabe (MOREIRA, 2012).

Na obra *Educational Psychology A Cognitive View*, David P. Ausubel (1968) sustenta a ideia de que há uma relação que consiste em, de um lado, saber como o aluno aprende e as variáveis manipuláveis que afetam a aprendizagem (teoria da aprendizagem) e de outro, saber como auxiliá-lo para que ele possa aprender melhor (teoria de ensino). Dessa forma, a direção deliberada que se dá ao processo de aprendizagem se fundamenta em linhas alicerçadas em princípios norteadores de uma teoria de aprendizagem que se realiza em sala de aula. A descoberta de métodos mais eficientes de ensino, inerentemente, torna-se dependente da teoria de aprendizagem adotada, uma vez que estabelece com ela estreita relação. Considerando-se esse pressuposto, a relação recíproca entre o ensino e a aprendizagem, fundamentada na TAS, em muito beneficiaria a educação como propulsora de instrução e a escola, que teria como função primeira o desenvolvimento do indivíduo em



termos experienciais, cognitivos, ressaltando-se a viabilidade dessa teoria para a sala de aula, dando suporte à prática docente e possibilitando ao aluno aprender de modo significativo.

Apenas uma teoria verdadeiramente realista e cientificamente viável para sala de aula, preocupada com os tipos complexos e significativos da aprendizagem verbal e simbólica que tem lugar na escola, possibilitaria a identificação dos fatores que afetam essa aprendizagem
(ARAGÃO, 1976, p.2).

A Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1968) representa um dos mais importantes campos teóricos do cognitivismo, focalizando a sala de aula para explicitar a aprendizagem significativa e a sua ocorrência a partir das interações entre as novas ideias e os subsunçores presentes na estrutura cognitiva do estudante. Dessa forma, constitui-se em um referencial teórico que possibilita ampliar a compreensão sobre o processo de aprendizagem e, ao mesmo tempo, norteia a ação docente para a elaboração dos organizadores prévios que são pontes cognitivas importantes para que o novo conhecimento seja aprendido de forma significativa. Junto aos demais facilitadores da aprendizagem significativa, propostos pelo psicólogo cognitivista e que se constituem também em variáveis importantes (conhecimento prévio do aluno, a diferenciação progressiva, a reconciliação integrativa, a organização sequencial do conteúdo, a consolidação e a linguagem envolvida no intercâmbio de significados) os organizadores prévios podem atuar como direcionadores de estratégias e instrumentos didáticos, possibilitando investigar variáveis interferentes no desempenho do aluno e ampliando as possibilidades de êxito no ensino dos conteúdos escolares.

As variáveis cognitivas são amplamente abordadas por Ausubel (1968) para explicar a aprendizagem e a retenção. Para o autor, a estrutura cognitiva é idiossincrática e dinâmica, aferindo-se a ela o caráter pessoal e transformador. Corroborando com essas ideias, Moreira (2006, 2010) desenvolveu inúmeros trabalhos nos quais descreveu os princípios e aplicações da Teoria da Aprendizagem Significativa, disseminando o conceito da Aprendizagem na qual ideias simbólicas interagem de maneira substantiva e não arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe, ou seja, com algum conhecimento relevante já existente na estrutura cognitiva do sujeito. A esse conhecimento relevante, Ausubel (1968) atribuiu a denominação de subsunçor ou ideia âncora que permite ao estudante dar significado a um novo conhecimento que lhe é apresentado ou por ele descoberto.

O subsunçor pode ter maior ou menor estabilidade cognitiva, pode estar mais ou menos diferenciado, e ser mais ou menos elaborado em termos de significados. Contudo, como o processo é interativo, ao longo de sucessivas aprendizagens significativas o subsunçor vai adquirindo muitos significados, tornando-se cada vez mais aprimorado para servir de ideia-âncora para novos conhecimentos (MOREIRA, 2010). Na teoria da aprendizagem





significativa de Ausubel, a estrutura cognitiva é um conjunto hierárquico de subsunçores dinamicamente interrelacionados. Há subsunçores que são hierarquicamente subordinados a outros, no entanto, com a apropriação de novos significados essa hierarquia pode mudar com a ocorrência de uma aprendizagem superordenada, na qual um novo subsunçor passa a incorporar outros.

Esta forma de aprendizagem significativa, na qual uma nova ideia, um novo conceito, uma nova proposição, mais abrangente, passa a subordinar conhecimentos prévios é chamada de aprendizagem significativa superordenada. Não é muito comum; a maneira mais típica de aprender significativamente é a aprendizagem significativa subordinada (MOREIRA, 2012, p. 7)

No que concerne às concepções sobre a aprendizagem significativa pela descoberta e a aprendizagem receptiva significativa, Ausubel (1968) afirmou que, embora as mesmas comportem diferenças entre si, tanto em termos de processo subjacente quanto no que se refere ao seu papel na educação, expressam uma interdependência e comunalidades e, ao mesmo, se contrapõem à aprendizagem de rotina. Na TAS, a aprendizagem por descoberta se distingue em aprendizagem significativa pela descoberta e aprendizagem receptiva significativa. A aprendizagem por descoberta significativa é aquela em que o aprendiz é levado a encontrar, sozinho, o significado de um ou mais conceitos inseridos no conteúdo total a ser aprendido, sendo esse o aspecto que a difere da aprendizagem significativa receptiva.

Os estudos sobre Solução de Problemas, alicerçados às contribuições da Psicologia Educacional, possibilitam reflexões importantes sobre facilitadores da aprendizagem e ações metodológicas visando ao êxito de quem ensina e de quem aprende. Quando se trata do caráter formativo da avaliação da aprendizagem, é importante que se tenha em vista a regulação da aprendizagem, o domínio de um determinado campo de conceitos, e o movimento contínuo e preocupado com a captação de significados no contexto da matéria de ensino. Inserem-se aí as avaliações de diagnóstico e prognóstico, encontrando-se nas mesmas um campo de análise qualitativa na Resolução de Problemas. O presente trabalho buscou analisar algumas das variáveis que afetam o desempenho matemático do aluno. Assim sendo, o conhecimento prévio, o material significativo, a linguagem e a predisposição dos participantes para aprender articulam-se com a proposta do presente estudo sobre a resolução de problemas aritméticos de divisão, tendo como aporte as contribuições da Teoria da Aprendizagem Significativa.

A solução de problemas, quando envolve a utilização de conceitos e princípios para se atingir a solução, é caracterizada como uma atividade mental superior ou de alto nível. Pode ser considerada como um processo cognitivo que busca transformar uma dada situação





visando um determinado objetivo, quando um método de solução não está disponível para o solucionador (BRITO, 2006).

Polya (1978) destacou que a solução de problemas é um processo que se realiza em quatro passos: compreensão, concepção de um plano, execução do plano e verificação da solução. A questão da tradução do problema é de real importância, pois caso essa etapa inicial não se efetive, é possível que alguns estudantes não consigam avançar para as etapas subsequentes.

Mayer (1992) definiu alguns tipos de conhecimento importantes na solução de problemas assim definidos: conhecimento linguístico e semântico, conhecimento factual, conhecimento de esquema, conhecimento de estratégias e conhecimento algorítmico. A representação do problema envolve a tradução (conhecimento linguístico e factual) e a integração (conhecimento de esquemas); a solução do problema comporta a planificação (conhecimento estratégico) e a execução (conhecimento do algoritmo).

Importante destacar que o conhecimento linguístico necessário à tradução do problema refere-se ao conhecimento que o indivíduo tem sobre a sua língua materna e envolve a estrutura do texto e as várias partes que o compõem, de modo que o sentido da proposição é estabelecido pela articulação das palavras, estabelecida sintática e semanticamente. Na teoria da Aprendizagem Significativa esse aspecto foi ressaltado por Ausubel, Novak e Hanesian (1978, p.45) da seguinte forma:

[...] Somente a aprendizagem representacional que “acompanha” a aprendizagem de conceito, principalmente o processo de estabelecer uma correspondência entre o significante e o significado, pode ser legitimamente considerada parte da aprendizagem de vocabulário, uma vez que, independentemente do tipo de raciocínio, a aprendizagem de vocabulário é sinônimo de aprendizagem representacional.

Ausubel, Novak e Hanesiam (1978) afirmaram que a solução de problemas refere-se a uma atividade em que tanto a representação cognitiva da experiência passada como os componentes de uma situação problemática atual são organizados para atingir um objetivo designado. Essa atividade “pode apresentar uma variação mais ou menos apoiada no ensaio e erro de alternativas disponíveis ou de formular um princípio ou descobrir um sistema de relações subjacente à solução de um problema”. (AUSUBEL et al., 1978, p. 472). Os autores destacaram que aprendizagem por ensaio e erro é mais ou menos inevitável em problemas nos quais não existe ou não pode ser discernido nenhum padrão significativo de relações. Portanto, ela se apresenta como característica de uma aprendizagem motora e que consiste de variação, aproximação e correção até que emergja uma variante bem-sucedida; a solução de problemas pelo discernimento é um tipo de aprendizagem pela descoberta significativa na qual as condições do problema e os objetivos desejados:





[...] são não arbitrariamente e substantivamente relacionados com a estrutura cognitiva existente... inclui a transformação da informação pela análise, síntese, formulação e comprovação de hipóteses, rearranjo, recombinação, translação e integração...contudo, não implica em uma descoberta completamente autônoma (AUSUBEL, NOVAK E HANESIAN ET AL 1978, p.474).

A importância da estrutura cognitiva é ressaltada na solução de problemas, pois a mesma desempenha “um papel decisivo na solução de um dado problema, envolvendo a reorganização dos resíduos das experiências passadas para se adaptar às exigências da situação problemática atual” (AUSUBEL et al.,1978, p. 476). Assim, qualquer transferência que ocorre seja ela positiva ou negativa, reflete a natureza e a influência das variáveis da estrutura cognitiva. As estratégias de solução de problemas exibem as mesmas características que apresentam na formação dos conceitos. Refletem a influência do tipo de problema, as condições nas quais ocorre e aspectos idiossincráticos do funcionamento cognitivo. Nesse sentido, surge a importância da avaliação formativa e das pesquisas que buscam investigar as diferentes variáveis que afetam o desempenho matemático, tendo como premissa a importância do conhecimento prévio e da retenção, elementos constitutivos da estrutura cognitiva.

Nessa perspectiva, adquire relevância o estudo dos procedimentos adotados pelos alunos na solução de problemas, permitindo a elaboração de registros e protocolos bastante significativos, indicadores de prognósticos para a prática docente. As investigações sobre a aprendizagem matemática, que levam em conta os as produções verbais e não verbais realizadas pelos alunos, também adquirem um papel diagnóstico, pois permitem conhecer o que o aluno sabe e o que ainda necessita aprender (Ausubel, 1978). Reiterando-se essa ideia, a análise dos procedimentos adotados pelos alunos possibilita ao professor redimensionar suas ações, sanar dúvidas existentes, propor atividades enriquecedoras do pensamento matemático, ao mesmo tempo em que elabora organizadores prévios que seriam as âncoras que interligariam conceitos e informações.

A aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação “ancora-se” em conceitos relevantes preexistentes na estrutura cognitiva. Nesse aspecto, é necessário que ocorra a diferenciação entre ideias relevantes e ideias não familiarizadas, para que o aluno possa assimilar a informação relacionando-a com um subordinador válido. De acordo com Ausubel (Ibidem), este tipo de aprendizagem constitui-se no mecanismo que possibilita adquirir e reter a vasta quantidade de informações de um corpo de conhecimentos, encontrando-se esse pressuposto alicerçado no princípio da consolidação , uma vez que, insistindo-se no domínio (ou mestria) do que está sendo estudado, antes que novos materiais sejam introduzidos, desenvolve-se a prontidão na matéria de ensino e aumenta-se a probabilidade de êxito na aprendizagem sequencialmente organizada (MELLO, 2008).



Considerando-se os fatores afetivos, indissociáveis dos cognitivos, a disposição do aluno para aprender também contribui para a ocorrência da aprendizagem significativa dos fatos matemáticos. Em consonância com essa variável, torna-se possível a ideia de que o aluno também desenvolva uma atitude favorável em relação à matemática (BRITO, 1996a).

Ausubel (1968), referindo-se à facilitação programática da aprendizagem, propôs como princípios programáticos do conteúdo: diferenciação progressiva, reconciliação integrativa e organização sequencial. Abordando esses princípios, Moreira (2013) destacou que, na organização do conteúdo programático, é importante pensar em organizadores prévios que evidenciem aos alunos a relacionabilidade dos novos conhecimentos com os conhecimentos prévios existentes na estrutura cognitiva. A diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa são dois processos cognitivos fundamentais na teoria da aprendizagem significativa e, na prática, são dois princípios programáticos da matéria de ensino. Quando a matéria de ensino é programada de acordo com o princípio da diferenciação progressiva, “as ideias mais gerais e inclusivas do conteúdo são apresentadas no início da instrução e, então, progressivamente diferenciadas em termos de detalhes e especificidades...é muito mais fácil dar significado a partes de um todo quando já se tem a visão do todo” (Ibidem, p. 13). Isso sugere um mapeamento inicial daquilo que vai ser ensinado, a fim de identificar conceitos (estruturantes, chaves, fundamentais) e proposições (leis, teoremas, premissas, princípios gerais, inclusivos, abrangentes, iniciando-se o ensino de um determinado conteúdo por eles, ou seja, deve-se introduzi-los no início do processo).

Quando se trata da abordagem dos problemas aritméticos de divisão, duas classes de situação-problema devem ser consideradas: os problemas de divisão partitiva e os de divisão por quotas. Lautert e Spinillo (2002), ao analisarem os diferentes aspectos concernentes ao conhecimento matemático em divisão, apontaram para quatro aspectos importantes a serem investigados: o desempenho dos alunos quando resolvem problemas de divisão ou tarefas não computacionais; as estratégias que adotam; os grafismos que utilizam para representar os enunciados, os procedimentos e os resultados obtidos; as explicações e definições que a criança apresenta sobre um determinado conceito e os significados a ele atribuídos. Nesse sentido, é importante que as sequências didáticas, envolvendo a atividades de solução de problemas, proporcionem uma variedade de situações visando a contemplar as diferentes variáveis contidas nesse tipo de tarefa.

Articulando-se o objetivo do presente estudo com a proposta da solução de problemas vale destacar o recurso da linguagem como facilitador da aprendizagem significativa, uma vez que mesma depende da captação de significados que envolve um intercâmbio, uma negociação de significados. De acordo com Moreira (2012, p.24): [...] “nas primeiras descrições da teoria Ausubel usava a terminologia aprendizagem verbal significativa (meaningful





verbal learning; Ausubel, 1963). Ressalta, ainda, o autor que em um episódio de ensino e aprendizagem, o professor apresenta aos alunos os significados que são aceitos no contexto da matéria de ensino, os quais eles já dominam. O ideal é que os alunos devolvam ao docente os significados que estão captando para que o professor possa avaliar a necessidade apresentá-los novamente. Assim, nesse intercâmbio de ideias, que se estabelece através da linguagem, podem ser dimensionadas as avaliações diagnóstica e prognóstica, necessárias à construção do conhecimento significativo, direcionando, de maneira dinâmica, a organização programática.

■ MÉTODO

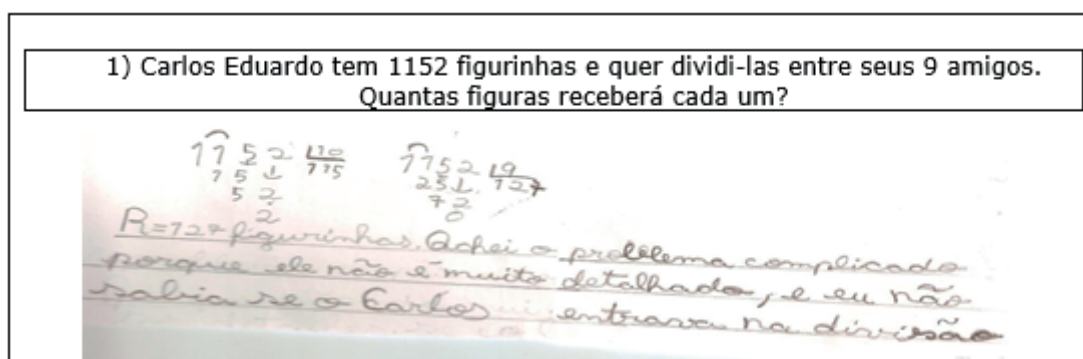
Este estudo teve como principal objetivo investigar algumas das variáveis que afetam o desempenho dos estudantes na solução de problemas aritméticos de divisão capacidade de discriminação de ideias relevantes acerca dos problemas matemáticos propostos envolvendo o conhecimento prévio, o material potencialmente significativo, a predisposição do aluno para aprender e a linguagem, buscando-se aporte na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1968) para a interpretação e análise dos dados. A pesquisa é um recorte da atuação da Assessoria Educacional visando à construção significativa dos conceitos e a melhoria da aprendizagem dos alunos. O estudo foi dimensionado a partir da aplicação de um teste, tipo lápis e papel, em quatro sessões de intervenção pedagógica, as quais buscaram alicerçar-se nos facilitadores da Aprendizagem Significativa. Em cada uma das sessões foram aplicados dois problemas de divisão aritmética para que fossem dimensionadas as avaliações de diagnóstico e prognóstico.

Foram selecionados, aleatoriamente, 8 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, os quais, mediante a assinatura do Termo Livre e Esclarecido assinado pelos pais, participaram da pesquisa. Os 16 extratos foram obtidos através das notações e registros dos procedimentos adotados e da utilização da técnica de pensar em voz alta. Essa técnica permite ao pesquisador obter dados mais qualitativos durante a resolução dos problemas, possibilitando que os alunos verbalizem as suas ideias e, ainda, a observação de algumas variáveis que atuam durante o processo de execução desse tipo de tarefa (BRITO, 2002, 2006). Além disso, foi utilizada a linguagem interativa entre pesquisador e alunos para a análise dos significados produzidos durante a tarefa (Avaliação Diagnóstica). Ressalta-se que no presente estudo foram analisados dois protocolos. Após a análise qualitativa dos dados, foi estabelecida Avaliação de Prognóstico visando à retomada de conceitos e das dificuldades apresentadas durante a tarefa.

■ RESULTADOS E DISCUSSÃO

A seguir, são apresentados os extratos das soluções problemas envolvendo problemas de divisão, obtidos durante a sessão de intervenção e elaborados pelos S1 e S2, cuja análise encontra-se alicerçada na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1968). A Figura 1 apresenta a solução do problema 1 realizada pelo sujeito S1:

Figura 1. Solução do problema 1 da sessão de intervenção, realizada pelo sujeito (S1)



Fonte: Mello (2014)

O sujeito 1 lê o Problema: "Carlos Eduardo....

S1: - Entre seus amigos? Entre os amigos?

P: - O que você acha?

S1: - Eu acho que desconta a do Carlos. Não tá falando direito...

P: - E o que você está pensando em fazer para solucionar o problema?

S1: - Então, divido por 9 ou 10... e divido por 10 e desconto a do Carlos (S1 faz a operação).

S1: - Fiquei pensando o que Carlos vai fazer com as 2 (ao referir-se ao resto)

P: - O que ele pode fazer com as figurinhas que sobraram?

S1: - Depois vejo... Agora vou dividir por 9... Ah! Agora deu 127... Eu não entendi o problema.

P: - Porque você acha que não entendeu o problema? Quer escrever?

S1: - Sim.

Observa-se que S1 faz a tradução do problema, identifica os fatos matemáticos e a operação de divisão partitiva, estabelecendo a discriminabilidade de ideias relevantes contidas na sua estrutura cognitiva e articulando o conhecimento prévio com o novo material (Ausubel, 1968). Nota-se a presença de elementos subsunçores na tradução do problema ao identificar as relações de distribuição estabelecidas pela operação de divisão. Porém, vê-se diante de um conflito cognitivo desencadeado pela interpretação de termos (no caso, dividir, "entre") no contexto do enunciado. Ressalta-se aí, a importância do conhecimento linguístico destacado por Mayer (1992). Essa dificuldade expressa a importância do diagnóstico de dificuldades durante a solução de problemas, evidenciando a validade de propostas de intervenção que, mediante o prognóstico estabelecido, desencadeie ações de translação, rearranjo onde vê-se necessária a articulação da linguagem cotidiana com a linguagem natural (Mello, 2008, 2015) na reinterpretação do problema. Isso significa, também, partir-se de aspectos mais gerais para os mais específicos ressaltando a necessidade de exploração sintática e semântica da estrutura dos enunciados, uma vez que elementos conectores,



advérbios e preposições (entre, com, a mais, a menos) podem funcionar como variáveis interferentes na solução de problemas, pois envolvem critérios de exclusão, inclusão e operações inversas respectivamente.

Assim, a estrutura cognitiva, mediante processos metacognitivos, passa a ser modificada ocorrendo a articulação de conceitos e princípios permitindo o refinamento dos esquemas mentais do aluno evidenciando, como proposto por Ausubel (1968) que a “ancoragem” é um processo interativo, dinâmico, e nele, torna-se possível a modificação e o aprimoramento dos subsunçores (MOREIRA, 2012).

Pode-se verificar que o Sujeito S1, mediante a dúvida estabelecida (inclusão” ou “exclusão”), apresenta duas soluções; portanto, a presença de ideias relevantes na estrutura cognitiva, pois hipoteticamente, sendo uma ou outra a situação, as operações realizadas lhes são correspondentes. O extrato de solução de problemas indica a necessidade de aprimoramento semântico e da aprendizagem representacional como parte da aprendizagem de vocabulário (AUSUBEL ET AL., 1978, p.45).

A seguir, a figura 2 apresenta a solução do problema 2 pelo sujeito S2.

Figura 2. Solução do problema 2 da sessão de intervenção, realizada pelo sujeito S2

Os quatro amigos querem ficar com o mesmo número de figurinhas. O que eles podem fazer?

PEDRO- 62 **JOÃO- 88** **ANA- 55** **MILA- 35**

Observei que cada um tem um papel com número que pode ser o número da figurinha dele ou a quantidade de figurinha

- Acho que vou somar os números no papel e dividir por 4

R: São 6 para cada um seguindo meus cálculos.

Ols: Eu não da desconfio!

$$\begin{array}{r} 22 \\ + 62 \\ \hline 84 \\ 55 \\ 35 \\ \hline 240 \end{array} \quad \begin{array}{r} 240 : 4 \\ \hline 60 \end{array}$$

Fonte: Mello (2014)

S2: Mas quanto cada um tem?
P: Vamos ler novamente o enunciado... Pedro- 62...
S2: Ah, tá! Cada um tem um número que é o das figurinhas. Tá certo?
P: - Sim! Isso mesmo! Vamos escrever como você pensa em resolver esse problema?
S2: -Aqui na folha? Mas o que eu escrevo? A conta?
P: - Agora que lemos novamente o problema, você observou algo que ajudaria na solução?
S2: - Ah , os números! É que na primeira vez que li achei diferente... Não entendi os números e as figurinhas.
P: - - Quer escrever isso?
S2:- Sim!

Nesse extrato de solução de problemas, é possível observar-se que, após a leitura do problema, o sujeito S2 encontra uma primeira dificuldade, pois não consegue articular a primeira parte do enunciado com as quantidades expressas a seguir. Por meio da intervenção do pesquisador, a percepção do enunciado, como um todo, é estabelecida. Vem daí a ideia





de que, ao se propor uma variedade de situações que possibilitem a interpretação, a tradução dos enunciados e a análise dos diferentes tipos de linguagem verbal empregada nos mesmos, há um aprimoramento da linguagem matemática no que diz respeito a aspectos explícitos e implícitos. Na sequência, percebe-se que S2 identifica os fatos matemáticos contidos no problema ao estabelecer a execução de um plano. O termo “acho” pode ser interpretado como inerente ao processo de se “pensar em voz alta”, ao pensamento intrínseco contido na busca da solução. Observa-se que o conhecimento prévio acerca da adição e divisão interatua com a proposta do problema. S2 apresenta o domínio da operação de adição, no entanto, no que se refere à operação de divisão, embora “agrupe” o zero ao primeiro resto obtido, não considera a divisão das unidades restantes e, portanto, não estabelece o cociente “60” que seria o resultado correto.

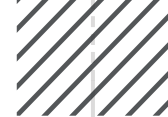
Ressalta-se a importância da utilização da técnica de pensar em voz alta para a obtenção de dados qualitativos, os quais poderão direcionar a reconstrução dos conceitos matemáticos. Como evidenciado por Ausubel, Novak e Hanesiam (1978, 1980) a prática ou exposição a sucessivos aspectos da tarefa são relevantes para o domínio interno da própria tarefa, o que sugere a importância dos organizadores prévios para o aprimoramento da estrutura cognitiva e estabelecimento de conceitos prévios relevantes para as novas tarefas.

A riqueza desse extrato de solução de problemas consiste em o aluno “desconfiar do resultado obtido, o que pode sugerir um conhecimento prévio (Ausubel, 1968) aprimorado envolvendo estimativas e quantidades numéricas (para ele, a percepção de que o cociente “6” seria dissonante com a ideia da distribuição $240 : 4$). O material pode ser considerado potencialmente significativo e linguagem demonstrou-se relevante para a captação de significados produzidos (AUSUBEL, 1968; MOREIRA, 2012). A avaliação de prognóstico estabelecida permitiu que, a posteriori, houvesse o aprimoramento de ideias tanto em relação ao algoritmo quanto ao monitoramento da solução.

■ CONCLUSÃO

A Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1968) possibilita a interpretação da aprendizagem que ocorre em sala de aula. Em seus princípios, articula os elementos que possibilitam ao pesquisador identificar, durante a solução de problemas, algumas das variáveis que, ou permitem ou impedem o bom desempenho nesse tipo de tarefa. Compreender, nessa perspectiva, que o conhecimento prévio é o alicerce, o fator que influencia as estratégias de pensamento dos alunos, durante as atividades escolares, possibilita que a prática pedagógica contribua eficazmente para a construção do conhecimento, considerando-se os aspectos relevantes para as novas aprendizagens e a importância do aprimoramento das estruturas cognitivas.





Os extratos de solução de problemas analisados sugerem que o auxílio impresso e a técnica de pensar em voz alta, utilizados no presente estudo, possibilitaram verificar as estratégias de pensamento adotadas pelos estudantes e algumas variáveis interferentes na tarefa, revelando a importância dos organizadores prévios e da aprendizagem representacional do vocabulário matemático. “As palavras são signos linguísticos e delas dependemos para ensinar qualquer corpo organizado de conhecimentos em situação formal de ensino que é a proposta subjacente à teoria da aprendizagem significativa” (MOREIRA, 2012, p.25). Além disso, tanto a avaliação de diagnóstico como aquela voltada para o prognóstico permitiram a retomada de procedimentos, observando-se a influência da estrutura cognitiva, do tipo de problema envolvido e as condições nas quais ocorre, assim como aspectos idiossincráticos do funcionamento cognitivo (AUSUBEL, 1968) no desempenho matemático, durante a solução de problemas.

Ainda, a estrutura do material textual e a abordagem de temas recorrentes podem integrar ou interrelacionar vários tópicos diferentes ou várias ideias gerais (AUSUBEL, NOVAK E HANESIAN, 1978). Enfatiza-se, assim, a importância do que o aluno já sabe, de aspectos relevantes na sua estrutura cognitiva, num aprendizado subsequente, durante a solução de problemas, no que se refere à elaboração dos organizadores prévios.

Pensar a ação docente, dessa forma, significa considerar as condições necessárias propostas por Ausubel (1968) para que ocorra a aprendizagem significativa em sala de aula, envolvendo: uma predisposição para a aprendizagem significativa, uma tarefa de aprendizagem logicamente significativa e a disponibilidade de ideias relevantes (subsúncos) na estrutura cognitiva do aprendiz. Nesse sentido, ganha relevância o papel do professor pesquisador que, ao propor técnicas que evidenciem as estratégias adotadas pelos alunos, durante a solução de problemas, possibilita o aprimoramento dos procedimentos de solução, uma vez que as estruturas cognitivas (ou esquemas mentais) dos alunos tornam-se mais refinadas. Há que se ressaltar a predisposição para a aprendizagem demonstrada pelos participantes desse estudo em todas as etapas em que as sessões de intervenção pedagógica foram realizadas.

Ainda, vale destacar que a linguagem é essencial na facilitação da Aprendizagem Significativa tornando possível a interação de ideias e a investigação das variáveis propostas pelo presente estudo. Evidencia-se a importância das ideias centrais da TAS para estudos futuros, demonstrando a atualidade dessa teoria onde tanto o ensino como a aprendizagem podem ser (re) interpretados de modo consistente e significativo.



■ REFERÊNCIAS

1. ARAGÃO, R. M. R. **Teoria da aprendizagem significativa de David P. Ausubel: sistematização dos aspectos teóricos fundamentais**. Campinas, 1976. 97f. Tese de Doutorado. UNICAMP, Campinas, 1976.
2. AUSUBEL, D.P. **Educational psychology: a cognitive view**. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1968.
3. AUSUBEL, D.P.; NOVAK, J.D. and HANESIAN, H. **Educational psychology: a cognitive view**. 2nd. ed. New York, Holt Rinehart and Winston, 1978.
4. AUSUBEL, D.P.; NOVAK, J.D. e HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. Rio de Janeiro, Interamericana, 1980. Tradução para português, de Eva Nick et al., da segunda edição de Educational psychology: a cognitive view.
5. BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. Brasília, MEC/SEF, 1997
6. _____. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). **Segunda versão revista**. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2016. Acesso em: 22 nov. 2018. Disponível em < <http://historiadabncc.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf> >
7. BRITO, M. R. F. O “pensar em voz alta” como uma técnica de pesquisa em psicologia da educação matemática, 2002, Curitiba. **Anais do I simpósio Brasileiro em Psicologia da educação matemática**. Curitiba: UTP, 2002.
8. BRITO, M. R. F. Alguns Aspectos Teóricos e Conceituais da Solução de Problemas Matemáticos. In: BRITO, Márcia Regina Ferreira de (Org.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas, SP: Alínea, 2006.
9. JESUS, M. A. S. **As atitudes e o desempenho em operações aritméticas do ponto de vista da aprendizagem significativa**. Campinas, 2005. 207f. Tese de doutorado. Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 2005.
10. LAUTERT, S. L.; SPINILLO, A. G. As relações entre o desempenho em problemas de divisão e as concepções de crianças sobre a divisão. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, 187(3), 237-246.
11. LIMA, V. S. **Solução de problemas: habilidades matemáticas, flexibilidade de pensamento e criatividade**. Campinas, 2001. 215f. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática) — FE/Unicamp, Campinas, 2001.
12. Mayer, R. E. **Thinking Problem solving, Cognition** New York: W.H. Freeman and Company, 1992.
13. MELLO, T. A. **Argumentação e metacognição na solução de problemas aritméticos de divisão**. Campinas, 2008. 338 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 2005.
14. MELLO, T. A. **Estratégias de pensamento, atitudes em relação à matemática e desempenho na Prova Brasil**. Campinas, 2015. 331f. Tese de Doutorado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 2015.



15. MOREIRA, M.A. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília: Editora da UnB, 2010.
16. MOREIRA, M.A. ¿Al final qué es aprendizaje significativo? **Revista Currículum, La Laguna**, 25: 29-56, 2012
17. MOREIRA, M. A; MASINI, E. S. **Aprendizagem significativa: a Teoria de David Ausubel**. São Paulo: Moraes, 1982.
18. MOREIRA, M.A. **Aprendizagem significativa em mapas conceituais**. Porto Alegre:UFRGS-Instituto de Física, 2013
19. POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**. Rio de Janeiro: Interciência. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo, 1978.



Tecituras entre educação matemática, docência e a formação do pedagogo

| Flavia de Andrade **Correa**
UNIR

| Juverlande Nogueira **Pinto**
UNIR

| Maria Cecília Correa de **Souza**
UNIR

| Sérgio Candido de **Gouveia Neto**
UNIR

RESUMO

O artigo versa sobre alguns momentos históricos da Educação Matemática no Brasil e a trajetória do pedagogo como professor(a) que ensina todos os componentes curriculares nos anos iniciais, inclusive a matemática. O objetivo é compreender o papel do pedagogo na educação matemática. Para isso, utilizou-se a revisão bibliográfica qualitativa. O artigo se apoia nas ideias de Miorim (1998), Dias (2002), Miguel *et al* (2004), Corte e Wiebusch (2014), Curi (2005), Guimarães (2004), Tardif (2010), entre outros. Abordaremos a trajetória histórica desse profissional, desde o período regencial até a atual Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira - LDB, na qual identifica-se a influência dos países estrangeiros na educação brasileira, na luta pelo reconhecimento profissional. Assim, o pedagogo passou a ser reconhecido como polivalente, devido a atribuição da sua formação, de ensinar todos os componentes curriculares nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Na trajetória da matemática e Educação Matemática, percebe-se alguns isolamentos ou distanciamentos epistemológicos na formação e atuação docente do pedagogo e do licenciado em matemática, que provoca certa ausência de diálogos entre os conhecimentos destes profissionais, estando cada qual em suas gaiolas epistemológicas, conceito criado por D'Ambrósio. Ressalta-se que as formações específicas e distintas são fundamentais, porém a dialogia tanto na formação inicial, quanto na atuação são importantes para possibilitar outros olhares para o que existe dentro da própria gaiola, propiciando a construção de saberes profissionais que contribuam com um ensino que atenda às necessidades educacionais dos estudantes.

Palavras-chave: Educação Matemática, Licenciados em Matemática, Pedagogo, Anos Iniciais.

■ INTRODUÇÃO

A trajetória da Educação Matemática é marcada tanto pela educação jesuítica, como por outras influências estrangeiras que de certa forma estruturam tanto a organização da escola, quanto os conteúdos. Propomos neste artigo, algumas reflexões discutindo alguns pontos históricos, como a luta por jurisdição da profissão do professor de matemática, como um dos atravessamentos do caminho percorrido. Assim, não abordaremos uma linha do tempo, mas recortes que vão se alinhavando com a trajetória do pedagogo como professor que ensina matemática, mas que nem sempre aparece nesses caminhos como um profissional que sabe matemática, o que nos faz questionar: como a Educação Matemática e o pedagogo que ensina matemática se relacionam? Que formação matemática tem o pedagogo? O que as pesquisas mostram sobre o pedagogo que ensina matemática?

Assim, nos debruçamos sobre os olhares de pesquisadores quanto ao pedagogo, profissional que é responsável pela alfabetização e letramento matemático nos primeiros anos do ensino fundamental, e mediador das explorações matemáticas das crianças pequenas na Educação Infantil.

A inspiração para o desenvolvimento deste estudo emergiu das discussões na disciplina Fundamentos Epistemológicos e Históricos da Educação Matemática do curso de mestrado em Educação Matemática do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - PPGEM, da Universidade Federal de Rondônia - UNIR.

Buscando atingir o objetivo deste trabalho que é compreender a trajetória do pedagogo na educação matemática, optamos por uma abordagem qualitativa fundamentada nas ideias de autores como Miorim (1998), Dias (2002), Miguel *et al* (2004), Corte e Wiebusch (2014), entre outros. Sendo feito uma seleção de oito trabalhos (dissertações e teses) que buscaram refletir sobre o pedagogo como o profissional responsável pelo ensino da matemática nos anos iniciais, conforme já mencionado trata-se dos primeiros contatos do estudante com a matemática. Essa seleção foi realizada por meio dos repositórios Catálogo de Dissertações e Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES e Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – BDTD, utilizando como critérios de busca os descritores: Educação Matemática, Formação de Pedagogos, Matemática, Formação inicial, Professores polivalentes.

A estrutura deste artigo foi constituída pelos seguintes tópicos: a introdução que busca de forma breve apresentar a temática em estudo; caminhos – recortes objetivando retratar alguns momentos do percurso e das lutas relacionadas a Educação Matemática no Brasil; o Pedagogo na trajetória da Educação Matemática tendo como foco os desafios enfrentados por pedagogos no ensino das disciplinas nos anos iniciais; no tópico pesquisas que abordam Educação Matemática e o Pedagogo buscamos descrever algumas teses e dissertações de



pesquisadores que têm investigado a matemática no contexto da formação e atuação desse profissional, e por fim optamos por fazer algumas tecituras e considerações presentes nas reflexões vivenciadas no processo e desenvolvimento do artigo.

■ CAMINHOS – RECORTES DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL

O que pretendemos não é trazer uma trajetória histórica da Educação Matemática, mas refletir sobre algumas marcas de lutas e conquistas. A educação brasileira que foi iniciada e dominada por Jesuítas em todos os aspectos educacionais, com sua expulsão alguns autores apontam um certo retrocesso, pois para substituí-los criaram as aulas avulsas nos liceus. Em 1837 teve uma das reestruturações mais marcantes para entrar no que temos hoje de organização educacional na educação, que foi a constituição da escola pública Colégio Pedro II, no Rio de Janeiro, com forte influência dos colégios franceses. Segundo Miorim (1998, p.87) “[...] foi apresentado um plano gradual e integral de estudos para o ensino secundário, no qual os alunos eram promovidos por série, e não mais por disciplina [...]”.

A educação matemática no Brasil tem seus caminhos marcados pelas influências estrangeiras, e por disputas internas referentes à prática docente no ensino de matemática, envolvendo principalmente os engenheiros neste campo de disputa, como aponta Dias (2002, p.5) “A matemática até então pertencia ao domínio dos conhecimentos do engenheiro”, desde o ensino secundário ao superior, mesmo que o magistério já fosse considerado uma profissão liberal, como afirma o autor.

A partir da implantação de universidades para a formação de professores nos meados do século XX os engenheiros passaram a disputar espaço com outros profissionais como matemáticos e físicos conforme destacam Miguel *et al* (2004, p.85) “[...] depois da implantação dos cursos de formação de professores de matemática e de física nas faculdades de filosofia, cujos egressos passaram a concorrer com os engenheiros na disputa pelas vagas do ensino secundário”.

Nesse cenário, os professores que ensinam matemática começam a demarcar seu espaço. Com a reestruturação do ensino da matemática e renovação de sua prática, que foi implementada pela importação de matemáticos estrangeiros, foi gerando o que Dias (2005, p.9) chamou de “conflitos jurisdicionais”, ligado a quem deteria o poder sobre o que se ensinaria em matemática. Nesse sentido, o autor destaca ainda que:

[...] estava em jogo o poder acadêmico e o prestígio profissional, a autoridade para nomear os novos professores para os cargos vagos, a legitimidade para definir qual a matemática que seria ensinada nas escolas secundárias, nos cursos superiores, enfim, quem deteria o monopólio na área de conhecimento, os velhos engenheiros catedráticos e seus sucessores ou as jovens professoras de matemáticas e seus aliados?





Algumas reflexões emergem: que influências essas disputas de “poder” têm sobre as práticas de matemática da contemporaneidade? Que disputas de poder ainda perduram? Que efeitos essas disputas produziram e produzem no ensino e aprendizagem de matemática? Como sempre as questões são desencadeadoras de outros pensares, nesta direção questões suscitadas nas Conferências Nacionais de Educação, como o Movimento Escola Nova¹ trouxe discussões pedagógicas com alguns princípios, entre eles, o princípio da atividade² e situações da vida real, caracterizando como mudança radical no âmbito das práticas educativas no ensino da matemática nas séries iniciais. Porém, nem todas as escolas aderiram à nova proposta, como destaca Miorim (1998, p.89):

O Movimento Escola Nova não atingiu inicialmente as escolas secundárias, que permaneceram ligadas aos princípios tradicionais: um ensino livresco, sem relação com a vida do aluno, baseado na memorização e na assimilação passiva dos conteúdos[...].

Nessa direção, refletiremos sobre o fato de muitas escolas permanecerem com modelos tradicionais de prática que tem alguma relação de poder que envolve os conhecimentos matemáticos, destacado por Dias (2002), ou estaria vinculado a formação de professores? Propostas de mudanças e novos olhares para o ensino de matemática vem ocorrendo, porém nem sempre chega à educação básica, que nesse sentido podem até se distanciar das palavras de D’Ambrosio (2005) em pensar na matemática como estratégia desenvolvida pela espécie humana, educação para a paz, qualidade de vida e dignidade. Nessa mesma direção, Dias (2002, p.12) aponta alguns aspectos sobre as possibilidades de contribuição da educação matemática para transformar a educação básica brasileira:

O primeiro aspecto é que a matemática, protegida pelo véu de uma suposta perfeição absoluta, continua sendo usada para selecionar e discriminar cidadãos, atitudes e ideias, em todos os níveis do sistema escolar. O segundo aspecto é que, enquanto isso, um bom número de pesquisadores em Educação Matemática, a maioria deles vinculados aos programas de pós-graduação na área, têm produzido e divulgado propostas pedagógicas e didático metodológicas que poderiam contribuir para a transformação dessa situação. O terceiro aspecto é que, infelizmente, essas propostas ainda não alcançaram a grande maioria dos professores de Matemática e, conseqüentemente, as escolas onde trabalham. O quarto e último aspecto é que a grande maioria das propostas que têm orientado a formação dos professores de Matemática e, conseqüentemente a sua prática nas salas de aula, caracteriza - se pela superficialidade no enfoque das questões pedagógicas e pela falta de compromisso político com a transformação da situação atual.

-
- 1 O movimento Escola Nova predominou por volta de 1930 a 1960 e foi substituído por princípios tecnicistas de educação implantados pelos governantes a partir do golpe militar de 1964.
 - 2 Tanto o princípio da atividade e situações da vida real colocavam o estudante como ativo no processo educacional, no qual os problemas escolares deveriam se aproximar de sua vida cotidiana.





Podemos destacar nesse pensamento de Dias, as relações de poder; as pesquisas que não chegam até as escolas públicas e a superficialidade da formação de professores, o que provoca questionamentos: com tantas pesquisas em formação de professores, como ainda existem tantas fragilidades na formação inicial? As aprendizagens dos professores, enquanto estudante da educação básica, são mais presentes nas práticas do que as aprendizagens da formação inicial?

No contexto atual temos na educação básica dois tipos de professores que ensinam matemática: o pedagogo, que atua na Educação Infantil, Anos Iniciais do Ensino Fundamental e Educação de Jovens e Adultos; e o professor Licenciado em matemática que atua nos Anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Que relações se estabelecem entre a formação desses profissionais? Como a formação inicial articula as duas ementas? Dias (2002) destaca que os pedagogos e didatas³ não eram vistos como eficientes pela Revista do Professor de Matemática para divulgar e cultivar uma matemática respeitada. Teria esse marco influências ainda hoje provocando distanciamento entre pedagogo e o licenciado em matemática? Que matemática é do pedagogo e do licenciado?

■ O PEDAGOGO NA TRAJETÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O caminho percorrido pelos educadores nos leva a pensar em uma profissão que é tão essencial para a educação brasileira, o profissional pedagogo, cuja função é desenvolver práticas de ensino que atenda às necessidades de aprendizagem dos estudantes dos anos iniciais. Com a chegada da Escola Normal no Período Regencial, por volta de 1835, iniciou-se então, a formação para docência para atender as crianças nos seus primeiros anos de escolaridade.

Diante do desafio de propor um ensino que atendesse às necessidades educacionais dos estudantes, torna-se urgente mobilizar os saberes dos pedagogos que ensinam todos os componentes curriculares dos anos iniciais, a fim de proporcionar uma formação que auxilie na construção de competências para o ato de ensinar. Esses saberes devem ser construídos durante a formação e no percurso profissional.

Em 1939, foi criado na Universidade do Brasil, o curso de Pedagogia, visando a formação de profissionais que seriam responsáveis pelo ensino e aprendizagem de crianças nas séries iniciais. De 1940 até meados da década de 1960, o curso não teve grandes mudanças. A formação desses docentes para atuar na Escola Normal e Secundária ficava sob a responsabilidade das Instâncias Superiores.

Para atender aos interesses do Regime Militar “que buscavam vincular mais fortemente o ensino superior aos mecanismos de mercado e ao projeto político de modernização em

3 Profissional com formação em didática, que busca maneiras de ensinar.





consonância com os requerimentos do capitalismo internacional” (SAVIANI, 2010, p.9), o curso de Pedagogia passou a ter formações por especializações em: Orientação, Supervisão, Inspeção, Administração Escolar e a Formação de Professores para o ensino normal a partir da publicação da Lei de Reforma Universitária n. 5.540, de 28 de novembro de 1968. Apesar das mudanças, os saberes para lecionar na Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental não tiveram ênfase, pois a docência ainda não era o foco da formação de pedagogos.

A partir da década de 1980 ocorreram no Brasil várias mobilizações para que o curso de Pedagogia passasse a assumir a docência como parte da identidade profissional, como a publicação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional de 1996, que institui em seu Artigo 62:

A formação de docentes para atuar na educação básica far-se-á em nível superior, em curso de licenciatura plena, admitida, como formação mínima para o exercício do magistério na educação infantil e nos cinco primeiros anos do ensino fundamental, a oferecida em nível médio, na modalidade normal.

Nessa mesma direção, a Resolução n. 01 do Conselho Nacional de Educação de 2006, foi um marco relevante para o campo de atuação profissional do pedagogo em ambientes escolares e não-escolares, como disposto em seu Artigo 4º:

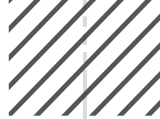
O curso de Licenciatura em Pedagogia destina-se à formação de professores para exercer funções de magistério na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, nos cursos de Ensino Médio, na modalidade Normal, de Educação Profissional na área de serviços e apoio escolar e em outras áreas nas quais sejam previstos conhecimentos pedagógicos.

Vários movimentos defenderam a não retirada das especificidades para a habilitação na formação do curso de Pedagogia para orientação, supervisão e inspeção escolar, voltando o foco do curso para os conhecimentos necessários para atuar nos primeiros anos da Educação Básica.

Guimarães, Borba e Silva (2004), argumentam a necessidade de ser propiciado discussões teóricas acerca de questões metodológicas para uma formação inicial e em serviço que possibilite o relacionar da teoria com a prática numa perspectiva dialética. Vale ressaltar a importância dos professores formadores comprometidos com a construção da relação teoria- prática, desde a formação inicial até a formação continuada visando o aprimoramento das práticas educacionais do pedagogo que ensina matemática.

Compreendemos, nesse contexto educacional desafiador, a pesquisa de Curi (2005), a qual trouxe grande contribuição para análises dos cursos de formação de docentes dos anos iniciais que atuam no ensino da Matemática. Segundo a autora, o processo de formação





dessas professoras é muito complexo devido à quantidade de atribuições e à complexidade da formação acadêmica no que diz respeito à construção de competências específicas para trabalhar com diferentes áreas do conhecimento. Essas professoras são denominadas polivalentes, devido a quantidade de áreas de conhecimento que precisam dominar para que o ensino e a aprendizagem aconteçam de maneira satisfatória.

Ressalta-se ainda que os professores de matemática também são desafiados, embora estes tenham o domínio do conhecimento específico da disciplina, necessitam preocupar-se com as práticas de ensino e com outras situações envolvidas no processo de ensino e aprendizagem. Dessa forma, entendemos que o papel do professor que ensina matemática e do especialista em matemática são desafiantes, porém, estes dois profissionais no exercício de sua formação de educador apresentam algo em comum, possibilitar uma aprendizagem matemática que torne o aprendente capaz de pensar nas várias possibilidades de aquisição e construção do pensamento matemático.

Pesquisas que abordam Educação Matemática e o Pedagogo

A prática docente com matemática nos anos iniciais, é discutida na literatura (ALVES, 2019; MATOS, 2016; RANGEL 2019; SILVA, 2018), apontando questões como: as lacunas deixadas na formação do pedagogo, as inseguranças tanto na aprendizagem como no ensino da matemática por professores dos anos iniciais, a tendência em privilegiar determinados conteúdos como números e suas operações, entre outros. Para melhor compreender esses aspectos optamos por discorrer sobre alguns trabalhos (dissertações e teses) que objetivaram investigar o pedagogo enfatizando aspectos de sua formação e atuação no ensino de matemática nos anos iniciais.

O primeiro trabalho analisado tratou-se de uma dissertação de mestrado em Educação na Universidade Federal do Ceará de Matos (2016) intitulada “O pedagogo e o ensino de matemática: uma análise da formação inicial”. Nesta pesquisa a autora buscou investigar sobre a formação do pedagogo para o ensino da matemática nos anos iniciais, buscando também refletir sobre a insegurança do pedagogo em apreender e ensinar a matemática. Aponta deficiências relacionadas a matemática na formação do pedagogo, pois historicamente o pedagogo que atua nos anos iniciais vivencia um ambiente educacional que prioriza a leitura e a escrita.

Destaca que ao cursar as disciplinas específicas de matemática do curso de pedagogia analisadas neste trabalho os discentes adquiriram novos olhares relacionados à matemática, fato que corrobora para amenizar o receio relacionado à disciplina. Observa ainda a ênfase da professora da graduação em pedagogia relacionada a carga horária reduzida dessas disciplinas na grade curricular do curso, apontando a contribuição dessas disciplinas para





despertar no graduando a necessidade de estudar mais e desenvolver habilidades de auto-formação que deve ser uma das competências dos docentes do século XXI.

A autora destaca ainda a importância da matemática ensinada na escola ser apresentada ao aluno de forma contextualizada, em uma linguagem própria na qual possa ser entendida pelo aluno e relacionada a seu cotidiano. E sugere o uso de material manipuláveis para o ensino de matemática nos anos iniciais, pois esses materiais atribuem significados aos conceitos estudados pelo aluno.

O segundo trabalho, intitulado “A formação de professores em matemática para os anos iniciais do ensino fundamental: o papel do curso de pedagogia”, trata-se de uma dissertação desenvolvida no mestrado em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Goiás. Nessa pesquisa, Castro (2018) buscou compreender o papel do curso de Pedagogia na formação de professores que objetivam ensinar matemática nos anos iniciais.

A autora enfatiza que atualmente o processo de aprendizagem de Matemática começa nos anos iniciais do Ensino Fundamental onde os professores são pedagogos que atuam como professores de todas as disciplinas, inclusive de matemática. Destaca a importância da formação do professor, especialmente relacionada à matemática, para que não seja um mero reproduzidor das práticas vivenciadas em seu contexto escolar. Aponta também que o professor deve ser consciente da importância da sua atuação na contribuição para mudar a realidade, possibilitando aos alunos serem protagonistas da sua aprendizagem.

No terceiro trabalho “Modelagem matemática na formação inicial de pedagogos” é uma tese de doutorado em Educação desenvolvida na Universidade Estadual de Ponta Grossa, em que Silva (2018) vislumbra uma predisposição em culpar o pedagogo pelas deficiências relacionadas a matemática na aprendizagem do aluno, que é citada como “falta de base”. Fato que possibilita questionar a estrutura dos cursos de formação em pedagogia e a responsabilização dos formadores desses cursos. A autora justifica que há motivações para o pedagogo não conseguir enxergar a beleza existente na matemática devido suas experiências ruins, pois ninguém interessa por algo que não gosta. E isso possibilita uma visão equivocada da disciplina.

Enfatiza também que o espaço da matemática nos cursos e graduação do pedagogo é restrito, apesar das legislações existentes. A carga horária reduzida disponibilizada para matemática propicia um tratamento pouco explorado dos conteúdos dessa disciplina.

O quarto trabalho trata-se de uma dissertação desenvolvida no mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Pelotas denominada “O papel da formação e das crenças no desenvolvimento da professoralidade de professoras polivalentes para o ensino de Matemática”. Nessa dissertação Alves (2019), buscou refletir sobre a influência da formação e das crenças relacionadas à Matemática na atuação de professoras polivalentes.





Segundo a autora, o termo polivalente surgiu no Brasil durante o governo militar, e o termo professoras polivalentes são caracterizadas por suas atuações em diversas áreas do conhecimento nas quais necessitam domínio, sendo uma delas a matemática.

Evidencia-se nas professoras polivalentes a influência das boas referências de docentes que tiveram convivência anteriormente, mas também há a constatação de traumas e decepções decorrentes de experiências ruins vivenciadas no ambiente escolar. Sendo também reconhecida uma formação inicial com relação à matemática deficiente que muitas vezes acarreta frustração e sensação de despreparo, principalmente no início de carreira.

A autora enfatiza a necessidade de rever a relação entre a matemática e as professoras polivalentes buscando romper com um ciclo vicioso “se não aprendo, não ensino matemática”, pois essas profissionais são o primeiro contato dos alunos com conceitos matemáticos.

Rangel (2019) na quinta dissertação intitulada “Ensino de matemática nos anos iniciais: com a palavra as professoras polivalentes de uma escola de Bagé/RS” desenvolvida durante o mestrado em Ensino de Ciências e Matemática na Universidade Federal de Pelotas investigou a prática pedagógica nos anos iniciais de professoras polivalentes que atuam no ensino de matemática, buscando identificar as principais dificuldades enfrentadas neste contexto.

Assim como nos trabalhos anteriormente analisados nota-se uma relação entre a formação inicial e a fragilidade dos conhecimentos matemáticos necessários para desempenharem ações referente ao ensino desta disciplina. Evidenciando a necessidade de melhorias no contexto da formação desses profissionais.

O sexto trabalho trata-se de uma tese de doutorado em Educação defendida na Universidade São Francisco com o título “Narrativas de graduandos do curso de pedagogia: representações sobre a profissão docente e o silenciamento sobre a matemática escolar”. Nela, Prates (2014) analisou a percepção de licenciandos em pedagogia com relação à representatividade da profissão de professor e da matemática. A autora destaca que as transformações que ocorreram nas concepções e atuação desse profissional vêm sendo abordadas na literatura por diversos autores que se dedicam à temática.

A escolha pela profissão é determinada pela formação de vínculo com docentes durante o período de escolarização no ensino básico e está muito relacionado às condições vivenciadas pelo licenciando. Esses licenciandos são caracterizados por estudiosos da área como: oriundos de classe sociais com condições financeiras pouco favorecidas, se do sexo feminino muitos são chefes de famílias que trabalham durante o dia enquanto a graduação no período noturno. Já os licenciandos do sexo masculino, que são minoria, optam por cursar pedagogia almejando um exercer posteriormente um cargo de gestão educacional.

Os graduandos divergem das críticas relacionadas a formação deficiente do profissional pedagogo afirmando que o curso exige muito do aluno. Porém nesse sentido a autora





evidencia confusões entre qualidade do ensino e quantidade de conteúdo, entre outros. Além disso, nota-se um distanciamento entre ensino e o que se aprende. E que o que ocorre de fato são olhares de pontos de vista diferenciados sobre o mesmo objeto.

No sétimo trabalho “Narrativas sobre a prática de ensino de matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental”, do Mestrado em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista, Marques (2013) buscou analisar narrativas relacionadas ao ensino de Matemática de professores que atuam nos anos iniciais.

O autor cita diversos pesquisadores que abordam temáticas como a influência das atitudes dos professores e da relação professor-aluno no ensino da matemática nos anos iniciais, um número irrisório de conteúdos de matemática que são estudados nos cursos de formação de pedagogos que ensinam matemática. As reformas curriculares também são citadas como fatores que contribuíram para a constituição da relação com a matemática dos licenciados em pedagogia.

Percebe-se que as possibilidades de refletir sobre a prática são raras, evidenciando a necessidade de investimentos em políticas públicas que objetive valorizar, não somente a formação, mas toda a trajetória docente do professor dos anos iniciais aqui denominado professor polivalente.

O oitavo trabalho, trata-se de uma dissertação desenvolvida no mestrado em Educação da Universidade Federal de Lavras por Doná (2017) denominada “Percepções de professores dos anos iniciais acerca de sua formação matemática: estudo com profissionais em início de carreira da rede municipal de uma cidade de Minas Gerais” teve como objetivo refletir sobre as percepções de professores em início de carreira referente sua formação, vivências e prática docente no contexto da matemática nos anos iniciais.

O autor descreve a percepção de deficiências relacionadas à matemática na formação dos professores que atuam nos anos iniciais e preocupa-se com o fato dos sujeitos de sua pesquisa serem professores recém-formados e mencionarem poucas lembranças de disciplinas que abordam matemática em seu curso de formação. Além da constatação de uma carga horária reduzida nas ementas dos cursos de pedagogia, as disciplinas que abordam a matemática priorizam mais a metodologia do que o conteúdo.

Alguns professores relatam dificuldades em ensinar determinado conteúdo da matemática, como operações de divisão, e receiam que as dificuldades enfrentadas em sua trajetória escolar com relação à matemática possam refletir na aprendizagem de seus estudantes. Fundamentado em Tardif (2010), o autor afirma que os professores em início de carreira tendem a ser mais críticos com relação a sua formação. A existência de um distanciamento entre teoria e prática vislumbrado no choque de realidade que o professor recém-formado se depara ao iniciar na prática docente, impossibilitando visualizar a aplicabilidade das teorias





estudadas no contexto acadêmico. Muitos aspectos presentes no contexto da formação precisam ser melhorados como a relação entre teoria e prática, questões relacionadas a estágios, entre outras. Assim como em outros trabalhos analisados percebe-se nos relatos que se houvesse oportunidade optariam por outros cursos ou até outras instituições que a opção pelo curso de Pedagogia está relacionada às condições financeiras do licenciando.

O autor descreve a ênfase dos sujeitos da pesquisa em afirmar que aprendem matemática para ensinar, mas não são fãs da disciplina. Sugere ainda, que formações continuadas abordando temáticas relacionadas à matemática podem contribuir para melhorias no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos dessa disciplina nos anos iniciais.

■ TECITURAS...

O ensino da matemática foi objeto de disputa entre engenheiros, matemáticos e educadores matemáticos ao longo da trajetória educacional brasileira, bem como a luta pela disciplinarização da Educação Matemática. A Pedagogia aparece nesse cenário no final da década de 1930, como curso que formaria o Pedagogo. O ensino da matemática também contou com a contribuição de professores formados nas chamadas escolas normais, o extinto magistério, integrado ao ensino médio, que habilitava profissionais para ensinar nos anos iniciais do ensino fundamental. Com a extinção do magistério a partir da Lei n. 9.394 de 1996, passa a ser exigido formação de professores em nível superior, com dez (10) anos de prazo para adequação (GATTI, 2010). No cenário atual os pedagogos e licenciados em matemática são os responsáveis pelo ensino da matemática na educação básica, ambos com formações distintas e específicas para atuar nas etapas de ensino. A respeito da formação dos pedagogos Lima, Santos, Borges Neto (2010, p.49) ressaltam que:

Tem como objeto de trabalho diagnosticar problemas e apresentar soluções em diversos campos educativos: formal, não formal e informal. As ferramentas de trabalho utilizadas pelo pedagogo são conhecimentos básicos em matemáticos, as atividades, recursos didáticos e as concepções educacionais.

Sobre a formação dos licenciados em matemática, os autores destacam ainda que:

Embora o domínio de conhecimento que o professor de Matemática deva possuir seja diferente do exigido para ser matemático, é indiscutível que ter uma sólida formação em Matemática é fundamental para ensiná-la, mas é necessário, também, uma forte formação pedagógica, que lhe possibilite conhecer em cada conteúdo seus processos e significados formais, para poder refletir e analisar criticamente as possíveis formas de abordagens e ainda ser capaz de criar estratégias (Ibid, p.48).





Neste sentido, o pedagogo trabalha principalmente aproximando e ampliando saberes matemáticos das crianças, no que podemos chamar de alfabetização matemática, com os conhecimentos básicos que sua formação oferece. Já o licenciado em matemática dá continuidade a esses conhecimentos básicos que se tornam cada vez mais complexos nos anos finais e ensino médio, mediado por certa limitação pedagógica. Nesta direção, sobre a formação de professores, Leite (2016, p.29) acrescenta que:

Há de se considerar ainda que exercer a profissão de professor implica na necessidade de se ter vários conhecimentos de diferentes naturezas, sendo que dentre eles destacam-se: conhecer historicamente, conceitualmente e procedimentalmente o seu objeto de ensino, saber como ensinar o conteúdo de diferentes formas, buscando atender as diferentes especificidades de aprendizagem do aluno com e sem deficiência, inserir temáticas atuais da sociedade no ensino dos conteúdos específicos, utilizar diferentes recursos tecnológicos, trabalhar de forma interdisciplinar, entender como se dá a aprendizagem dos alunos[...].

Ao refletirmos tanto a trajetória da Matemática e Educação Matemática, quanto a formação do pedagogo e licenciado em matemática, percebemos que apresentam alguns isolamentos ou distanciamentos epistemológicos, pois os grupos de especialistas participam de discussões, estudos e pesquisas importantes a cada campo de atuação, mas que não dialogam entre si, o que nos remete ao conceito desenvolvido por D' Ambrósio (2016, p. 224), que compara:

[...] especialistas a pássaros vivendo em uma gaiola. Os pássaros só vêem e sentem o que as grades permitem, só se alimentam do que encontram na gaiola, só voam no espaço da gaiola, só se comunicam numa linguagem conhecida por eles, procriam e reproduzem na gaiola. Mas não sabem de que cor a gaiola é pintada por fora. Muitos especialistas, sobretudo os acadêmicos dedicados integralmente a uma disciplina e que são membros de um departamento, têm comportamento semelhante ao dos pássaros em uma gaiola. São motivados por seus pares, por trabalhos anteriores, discutem entre si usando um jargão próprio à disciplina, orientam seus discípulos para abordarem temas que lhes são familiares e nas suas conversas (seminários) tratam de assuntos específicos da disciplina. Não entendem o que fazem seus colegas de outros departamentos, que estão em outras gaiolas. Sair da gaiola não é fácil, pois as gaiolas oferecem vários benefícios, como o reconhecimento pelos pares, o que garante emprego e promoções.

No entanto, D'Ambrósio não questiona a existência das gaiolas epistemológicas como algo negativo, mas o não sair dela, a ausência de diálogos com outros grupos de especialistas, discussões, estudos e pesquisa, o que pode impossibilitar outros olhares para o que existe dentro da própria gaiola, o que nos faz questionar: o que o não sair das gaiolas impactam na atuação do professor?





Ao refletirmos os conceitos das gaiolas epistemológicas de D'Ambrósio constata-se que esse texto adequa-se como uma luva a nossa realidade, pois estamos sendo oportunizadas com a troca de saberes e experiências entre licenciandos em matemática e pedagogos que ensinam matemática no âmbito do curso de mestrado em Educação Matemática ofertado pela Universidade Federal de Rondônia, Campus de Ji-Paraná, fato que inevitavelmente contribuirá para melhorar a qualidade de ensino propiciada a nossos alunos. Mudanças no contexto da formação e trajetória profissional desses profissionais estão sendo evidenciadas em pesquisas que abordam os mais diversos aspectos, conforme afirma Silva (2020, p. 139):

[...] a temática da “Formação matemática em cursos de Pedagogia” forma-se pela articulação de subcampos, de subtemas que discutem insistentemente a fragilidade, a insuficiência, a desarticulação, a desprofissionalização, mas o que não é compreensível é a continuidade dos fatos, das constatações, das fragilidades. A continuidade incomoda e é incompreensível. Se não há reflexão acerca da temática, a mudança realmente não tem como acontecer, mas quando há contínuas reflexões, contínuas investigações, contínuas constatações? Alguma ação tem que ser efetivada, de forma ampla, profunda, intencional, no currículo, na forma como é compreendido o estágio, nas ementas das disciplinas, na distribuição da carga horária, na compreensão desses blocos desconexos de conteúdo, alguma ação tem que acontecer!

Nesse sentido, torna-se indiscutível a necessidade não somente de pesquisas que investiguem a temática, mas também que seja diminuído o distanciamento entre teoria e prática para que as sugestões apontadas em várias pesquisas sejam efetivadas no ambiente escolar, onde de fato ocorre o processo de ensino e aprendizagem da matemática.

■ CONSIDERAÇÕES FINAIS

No contexto das pesquisas analisadas constata-se a preocupação em analisar os inúmeros desafios na formação e no contexto profissional docente do Pedagogo que ensina matemática nos anos iniciais. Percebe-se que a maioria dessas pesquisas descrevem dificuldades enfrentadas e suas causas, poucas enfatizam a devida importância deste profissional que é o contato inicial dos estudantes não somente com a matemática, mas com todos os demais componentes curriculares.

Entre os principais apontamentos está a formação do Pedagogo que faz parte das lutas que passou pela busca da sua profissionalização. A identidade deste profissional vem sendo construída ao longo da história e reflexões sobre os conhecimentos necessários para garantir a aprendizagem matemática dos estudantes, se constituem como caminhos para a superação das fragilidades no ensino.

A trajetória do ensino da matemática no Brasil foi marcada por muitas lutas entre engenheiros e professores, o pedagogo enquanto professor que também ensina matemática,





teve a sua entrada na história mais recente, assim como a disciplinarização da Educação Matemática. Neste contexto busca-se a superação da fragmentação histórica dos saberes e a aproximação entre pedagogos e educadores matemáticos.

Em busca de romper com essas fragmentações, apresenta-se como necessário um diálogo entre as formações de licenciados em matemática e pedagogos, pois ambos trabalham com o mesmo estudante, conhecer as especificidades do trabalho do outro torna-se fundamental. Pós-graduações como o mestrado em Educação Matemática da Universidade Federal de Rondônia, no qual abre espaço para ambos os profissionais, configura-se como um pequeno avanço na relação dialógica com trocas de saberes e pesquisas compartilhadas, o que pode propiciar o “sair das gaiolas epistemológicas”.

■ REFERÊNCIAS

1. ALVES, L. L. **O papel da formação e das crenças no desenvolvimento da professoralidade de professoras polivalentes para o ensino de Matemática**. 2019. 113f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Faculdade de Educação, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas.
2. BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional nº 9.394. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 20 dez.1996.
3. CASTRO, M. O. O. **A formação de professores em matemática para os anos iniciais do ensino fundamental**: o papel do curso de pedagogia. 2018. 175f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática), Universidade Federal de Goiás, Goiânia.
4. CURI, E. **A matemática e os professores dos anos iniciais**. São Paulo: Musa Editora, 2005.
5. D'AMBRÓSIO, U. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120, jan. /abr. 2005.
6. D'AMBRÓSIO, U. A Metáfora das Gaiolas Epistemológicas e uma Proposta Educacional. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 9, n. 20, 27 dez. 2016.
7. DIAS, A. L. M. **Da bossa das matemáticas à educação matemática**: defendendo uma jurisdição profissional. Disponível em: <https://www.academia.edu/4184238/da_bossa> Acesso em: 16/11/2020.
8. DONÁ, E. G. **Percepções de professores dos anos iniciais acerca de sua formação matemática**: estudo com profissionais em início de carreira da rede municipal de uma cidade de Minas Gerais. 2017. 132f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação), Universidade Federal de Lavras, Lavras.
9. GATTI, B. A. **Formação de professores no Brasil: características e problemas**. Educ. Soc., Campinas, v. 31, n. 113, p. 1355-1379, out.-dez. 2010. Disponível em: <<https://www.scielo.br/pdf/es/v31n113/16>> Acesso em: 08/12/2020.



10. GUIMARÃES, G.; BORBA, R.; SILVA, P. A. Como formar um professor pesquisador? In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004, Recife. **Anais do VIII ENEM**, 2004. p. 1-15. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/>> Acesso em: 16/11/2020.
11. LEITE, E. P. A. **Formação inicial e base de conhecimento para o ensino de matemática na perspectiva de professores iniciantes da educação básica**. 2016. 269f. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade de São Carlos, São Carlos.
12. LIMA, I. P.; SANTOS, M. J. C.; BORGES NETO, H. Matemático, o licenciado em matemática e o pedagogo: três concepções diferentes na abordagem matemática. **REMATEC Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, Natal, v. 6, n. 5, p. 42-52, jan. 2010.
13. MARQUES, W. C. **Narrativas sobre a prática de ensino de matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental**. 2013. 284f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
14. MATOS, F. C. C. **O pedagogo e o ensino de matemática: uma análise da formação inicial**. 2016. 143f. Dissertação (Mestrado em Educação Brasileira) - Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.
15. MIGUEI, Antonio et al. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 27, p.70-93, dez. 2004.
16. MIORIM, M. A. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.
17. PRATES, E. M. O. R. **Narrativas de graduandos do curso de pedagogia: representações sobre a profissão docente e o silenciamento sobre a matemática escolar**. 196f. Tese (Doutorado em Educação), Universidade São Francisco, Itatiba, 2014.
18. RANGEL, D. M. **Ensino de matemática nos anos iniciais: com a palavra as professoras polivalentes de uma escola de Bagé/RS**. 2019. 82f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Federal de Pelotas, Pelotas.
19. BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Curso de Graduação em Pedagogia, licenciatura**. Resolução CNE/CP 01/2006, Diário Oficial da União, Brasília, 16 de maio de 2006, Seção 1, p. 11. Disponível em:< <http://portal.mec.gov.br/> >. Acesso em 23/11/2020.
20. SAVIANI, D. A expansão do ensino superior no Brasil: mudanças e continuidades. **Poiesis pedagógica**, v.8, N.2 ago. /dez.2010; pp.4-17. Disponível em: <<https://www.revistas.ufg.br/>>. Acesso em 08/12/2020.
21. SILVA, B. L. R. **Formação matemática em cursos de pedagogia no brasil: uma metanálise das pesquisas stricto sensu 2003-2018**. 2020. 155f. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
22. SILVA, V. S. **Modelagem matemática na formação inicial de pedagogos**. 191f. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2018.
23. TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.



24. WIEBUSCH, A; CORTE, M. G. D. O estado do conhecimento de pedagogia e a gestão educacional/escolar neste curso de formação. **Educação por Escrito**, Porto Alegre, v. 5, n. 2, p. 212-227, jul.- dez. 2014.



Triângulo esférico, sua área e outros conceitos: experimentos por meio de vídeos e do GeoGebra em um curso de formação de professores

| **Franciele Santos Teixeira**
UFSCAR

| **Maria Teresa Zampieri**
UFSCAR

| **Maria do Carmo de Sousa**
UFSCAR

RESUMO

O objetivo deste capítulo é apresentar e discutir o processo de adaptação de uma situação-problema sobre geometria esférica, ressaltando nossas escolhas e conhecimentos teórico-metodológicos mobilizados. Os recortes aqui discutidos são frutos de uma pesquisa de Iniciação Científica, de cunho qualitativo, cujas fontes para a constituição de dados foram: videogravações e transcrições de todos os encontros de um curso de extensão universitária realizado, videogravações e transcrições das monitorias realizadas; registros escritos das tarefas realizadas ao longo do curso, diário de campo da pesquisadora e videogravações das reuniões realizadas pela equipe proponente. Os recortes aqui utilizados são compostos por videogravações de algumas reuniões realizadas pela equipe proponente e pelos registros escritos acerca do processo de adaptação da situação-problema que ficou sob nossa responsabilidade. Ao analisarmos esses dados, percebemos que a partir do estudo acerca da historiografia de Karlson (1961), conseguimos obter um avanço teórico sobre os conceitos de geometria esférica. Além disso, inspiradas nos estudos propostos nessa obra literária e na interação com os artefatos tecnológicos a que recorremos para a produção dos vídeos e para as construções realizadas no GeoGebra, conseguimos adaptar a situação-problema desejada, de modo a valorizar a compreensão conceitual, sem focalizar tanto nos procedimentos algébricos e na memorização de fórmulas. Assim, esse movimento nos impulsionou a criar uma situação-problema que fosse considerada minimamente viável para ser desenvolvida com alunos do Ensino Médio, em um contexto de ensino remoto.

Palavras-chave: Geometria Esférica, Cenários Para Investigação, Tecnologias Digitais, Historiografia, Ensino Remoto.

■ INTRODUÇÃO

Geometria esférica é um tema que ainda tem pouco espaço dentro da sala de aula da Educação Básica, mesmo sendo de extrema importância para estudar diversos assuntos contemporâneos como o uso do *Global Positioning System* (GPS). Esse estudo se entrelaça a tópicos envolvendo conhecimentos de Física, como o funcionamento de satélites na órbita terrestre, lançamento de foguetes etc. Há ainda diferentes possibilidades para o desenvolvimento de propostas interdisciplinares, por meio da geometria esférica, abordando problemáticas locais, como o caso das enchentes recorrentes na cidade de São Carlos, no interior do Estado de São Paulo.

Foi com esta intenção, a de desenvolver essa temática com alunos do Ensino Médio, que elaboramos o projeto de Iniciação Científica intitulado: “O ensino de Geometria Esférica para alunos do Ensino Médio: Cenários para Investigação e interdisciplinaridade”, o qual conta com o financiamento da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (Fapesp), cujo número do processo é 2020/02098-1. Esse projeto tem como objetivo discutir conceitos de geometria esférica e a questão da interdisciplinaridade com a Geografia incluindo outras áreas do conhecimento, dentre elas, a História, com professores e futuros professores de Matemática da Educação Básica. A questão que conduz a pesquisa foi assim definida: De que forma (futuros) professores adaptam situações-problemas de geometria esférica para o contexto remoto, pensando em sua aplicação para alunos do Ensino Médio? Para que a questão possa ser respondida e o objetivo concretizado, elaboramos e desenvolvemos o curso de extensão: “O ensino de Geometria Esférica para alunos do Ensino Médio: como trabalhar remotamente?”, com carga horária de 60 horas, no período de setembro de 2020 a janeiro de 2021, de forma remota, considerando-se o contexto pandêmico. Participaram seis licenciandos do curso de Matemática e três professores formados em Matemática e que atuam na Educação Básica. O enfoque do curso foi analisar situações-problemas, que inicialmente seriam desenvolvidas presencialmente e adequá-las para o contexto remoto, para alunos do segundo ano do Ensino Médio de forma a contribuir, por meio de conceitos matemáticos, com a formação de cidadãos críticos, considerando-se que

A educação matemática crítica enfatiza que a matemática como tal não é somente um assunto a ser ensinado e aprendido (não importa se os processos de aprendizagem são organizados de acordo com uma abordagem construtivista ou socio-cultural). A Matemática em si é um tópico sobre o qual é preciso refletir. (SKOVSMOSE, p.2, 2000)

Ao longo do curso de extensão, discutimos e analisamos as cinco situações-problemas: primeira situação-problema discutia os axiomas da Geometria Euclidiana e convidava a refletir se poderiam existir outras Geometrias; a segunda, discutia o quinto postulado de



Euclides, sua possível falha¹ e o surgimento de Geometrias não-Euclidianas, mais especificamente a geometria esférica; a terceira, que discutia retas paralelas na esfera e com indagações envolvendo Física, como a força gravitacional; a quarta, em que se iniciava a discussão sobre a área na superfície esférica e relacionava a questão das queimadas na Amazônia e no Pantanal; e por fim, a quinta situação-problema, que continuava a discussão sobre as queimadas, relacionando o *Google Earth* com a área da esfera e como ela poderia ser calculada, além de propor um problema de modelagem aos estudantes, de modo que reunissem tudo o que foi discutido ao longo de todas as situações-problemas e pensassem no reflorestamento de áreas desmatadas, considerando relevo, hidrografia, entre outros fatores, conforme mostra o quadro 1, “situações-problemas”.

Quadro 1. Situações problemas.

Situações problemas					
Contexto: Ensino presencial					
Público alvo: Ensino Médio					
Metodologia: 1) Cenários para investigação; 2) Utilização de material manipulativo, cenário para investigação e uso de vídeo em sala de aula e 3) Uso de tecnologia em sala de aula e cenários para investigação.					
Duração das aulas: 100 minutos					
Recursos utilizados: Giz, lousa, lápis, caderno, material do aluno, folha de atividades, isopor, canetinhas, vídeos, celular/computador, material do aluno (Portfólio), planilha Excel (ou outra planilha de cálculo para guardar os dados), vídeo e sala de informática.					
	01	02	03	04	05
Título	O que é um axioma?	Quinto postulado de Euclides e o nascimento da Geometria Não-Euclidiana.	Breve introdução ao conceito de reta paralela na geometria esférica.	A área na esfera e o desmatamento	A área na esfera e o desmatamento
Temas	Axiomas da Geometria Euclidiana e o quinto postulado de Euclides	Axiomas da Geometria Euclidiana e o quinto postulado de Euclides	Os grandes círculos e a discussão de retas paralelas na esfera	Triângulo esférico e o desmatamento	
Objetivos Gerais	Desenvolver com os alunos qual o significado de axioma na Matemática, trabalhando também a temática do que seria um modelo axiomático.	Desenvolver com os alunos o quinto postulado de Euclides e a sua possível falha. Introdução à geometria esférica.	Trabalhar com os alunos noção de retas paralelas em uma esfera e o funcionamento de satélite utilizando vídeo.	Pesquisar sobre as queimadas e o desmatamento na Floresta Amazônica e no Pantanal, além de observar imagens de satélites e alguns dados sobre o desmatamento para uma aula futura. Eles também serão instigados a pensar em como é dada a ideia de cálculo da área de um país.	Pesquisar sobre as queimadas e o desmatamento na Floresta Amazônica e no Pantanal, além de observar imagens de satélites. Discutir sobre o funcionamento do GPS e também sobre a noção de triângulo esférico.
Objetivos específicos	Proporcionar um primeiro contato com a noção de axioma na Matemática	Proporcionar aos alunos um contato com o quinto postulado e o porquê dele ter gerado tanta discussão ao longo da História da Matemática; Estudar as primeiras noções sobre os axiomas da geometria esférica utilizando bolas de Isopor.	Discutir com os alunos o funcionamento de satélites; Trabalhar algumas características da geometria esférica, tais como: retas paralelas na esfera, como se medir distâncias, entre outros.	Instigar a autonomia nos estudantes através de pesquisas e busca de dados; Trabalhar conceitos utilizando os cenários para investigação.	Trabalhar com triângulo esférico e sua área; Trabalhar com escalas e aproximações relacionando as queimadas. Trabalhar conceitos relacionados a área de um triângulo esférico utilizando os cenários para investigação.
Pré-requisitos	Noções básicas do que é uma reta.	Noções básicas do que é um axioma Noções básicas dos outros quatro axiomas de Euclides	Noção do que é uma esfera	1. Interpretação de dados; 2. Interpretação de texto;	Discussões realizadas anteriormente sobre a Geometria Esférica; 2. Comprimento de arco; 3. Seno e cosseno.

1 O quinto postulado de Euclides diz que dado um ponto fora de uma reta existe uma única reta passando por esse ponto que é paralela à reta dada. A *falha* desse postulado se refere ao fato de que dependendo da Geometria em que estamos trabalhando a afirmação não necessariamente é verdadeira. Podemos dar como exemplo a Geometria Esférica em que dado um ponto fora de uma reta esférica e um ponto fora dela, teremos que qualquer reta se intersectará com a reta dada.



Motivação	O tema foi escolhido pensando em proporcionar um primeiro contato com um sistema axiomático já conhecido pelos alunos do segundo ano do Ensino Médio, pois já trabalham com Geometria Euclidiana.	O tema foi escolhido pensando em introduzir conceitos da geometria esférica e trabalhar mais os axiomas da geometria Euclidiana com os alunos do segundo ano do Ensino Médio, para posteriormente trazer discussões de assuntos mais específicos que estão presentes na Geometria Esférica.	O tema foi escolhido para consolidar a noção de reta paralela na esfera e o quinto axioma na geometria esférica.	O tema foi escolhido pensando em proporcionar contato com pesquisa, levantamento de dados e discussões acerca de um assunto que está diretamente no cotidiano dos alunos por meio de notícias e/ou redes sociais. Outro ponto é proporcionar discussões sobre presente e futuro dos estudantes, visto que o meio ambiente influencia diretamente suas vidas.	O tema foi escolhido pensando em proporcionar contato com um pouco da trigonometria esférica e também relacionar a área de Matemática com Geografia e Biologia, para discutir com os estudantes sobre meio ambiente e possíveis impactos, já que o meio ambiente influencia diretamente nossas vidas.
------------------	---	---	--	--	---

Elaborado pelas autoras.

Propusemos como trabalho final aos participantes do curso que pensassem, em pequenos grupos, como adaptar as situações-problemas para o contexto remoto.

O primeiro grupo, formado por licenciandos, escolheu adaptar a situação-problema que discutia a questão das retas paralelas e a falha do quinto postulado de Euclides, com o objetivo de discutir o surgimento da Geometria não-Euclidiana. Já, o segundo, formado também por licenciandos, escolheu adaptar a situação-problema que envolvia reflexões sobre como analisar as retas paralelas na esfera com o objetivo de introduzir a discussão sobre satélites e suas órbitas. O terceiro, formado essencialmente por professores da Educação Básica, escolheu adaptar a situação-problema que tinha como foco o desmatamento e como objetivo a análise do aumento e impactos, a partir do conceito de área. E, o último grupo, composto pelas autoras deste texto, escolheu adaptar a situação-problema que envolvia o conceito de área na esfera, com foco no triângulo esférico, conforme mostra o quadro 2, Situações-problemas adaptadas.

Quadro 2. Situações-problemas adaptadas

	Situação problema 01	Situação problema 02	Situação problema 03	Situação problema 04
Título	Quinto postulado de Euclides e o nascimento da Geometria Não-Euclidiana.	Breve introdução ao conceito de reta paralela na geometria esférica.	A área na esfera e o desmatamento.	A área de um triângulo esférico e excesso esférico por meio da historiografia de Karlson (1961), uso de vídeos e experimento.
Temas	Axiomas da Geometria Euclidiana e o quinto postulado de Euclides.	Os grandes círculos e a discussão de retas paralelas na esfera.	Triângulo esférico e o desmatamento.	Excesso esférico e o triângulo esférico a partir de um experimento.
Objetivos Gerais	Trabalhar com os alunos o quinto postulado de Euclides e a sua possível falha e introdução à geometria esférica.	Entender que não existe reta paralela na esfera e introduzir brevemente a geometria esférica.	Levar os alunos a refletir sobre como medir grandes áreas, que os alunos pesquisem sobre as queimadas e o desmatamento na Floresta Amazônica. Refletir sobre o desmatamento nos centros urbanos e sua relação com as enchentes, e calcular a área urbana da cidade, utilizando o Google Maps.	Discutir sobre o triângulo esférico e excesso esférico através de vídeos. Discutir sobre a formalização da Matemática e as limitações do experimento e do software GeoGebra.
Objetivos Específicos	Proporcionar aos alunos um contato com o quinto postulado e o porquê dele ter gerado tanta discussão ao longo da História da Matemática. As primeiras noções sobre os axiomas da geometria esférica, utilizando frutas redondas (limões e laranjas, por exemplo).	Proporcionar aos alunos um contato com o quinto postulado e o porquê dele ter gerado tanta discussão ao longo da História da Matemática. Desenvolver as primeiras noções sobre os axiomas da geometria esférica, utilizando frutas com formato próximo a uma esfera (limões e laranjas, por exemplo).	Instigar a autonomia nos estudantes por meio de pesquisas e busca de dados. Retomar crescimento e decréscimo percentual. Trabalhar conceitos, utilizando os cenários para investigação (SKOVSMOSE, 2000).	Possibilitar um ambiente investigativo mesmo em um contexto remoto.

Motivação	O tema foi escolhido pensando em introduzir um conhecimento inicial sobre geometria esférica, trabalhando com os conceitos da Geometria Euclidiana com os alunos. Assim, posteriormente, iremos introduzir conceitos mais específicos sobre a geometria esférica.	O tema foi escolhido pensando em reafirmar “Grandes círculos e a discussão de retas paralelas na esfera”, sob uma perspectiva de ensino diferente da habitual, utilizando o método de investigação proposto por Ole Skovsmose em seu artigo “Cenários para investigação”.	O tema foi escolhido pensando em proporcionar contato com pesquisa, levantamento de dados e discussões acerca de um assunto que está diretamente no cotidiano dos alunos, por meio de notícias e/ou redes sociais. Outro ponto é proporcionar discussões acerca do presente e do futuro dos estudantes, já que o meio ambiente influencia diretamente suas vidas. E a motivação maior foram as enchentes ocorridas na cidade de São Carlos.	O tema foi escolhido pensando em desenvolver com os estudantes o que seria triângulo esférico, excesso esférico e como calcular sua área, porém com o enfoque no conceitual e não na algebrização como estava pensada anteriormente. Para isso, utilizamos a historiografia de Karlson (1961).
------------------	---	---	---	--

Elaborado pelas autoras.

Inicialmente, quando o projeto ainda estava voltado para seu desenvolvimento no ensino presencial, a última situação-problema, adaptada por nós, trazia uma abordagem mais algébrica no sentido de abordar a área do triângulo esférico, pois estávamos com dificuldade em encontrar referências que nos ajudassem a pensar em algo mais experimental e intuitivo, que priorizasse os aspectos conceituais. Contudo, após a realização de algumas reuniões para discutir possibilidades para adaptar essa situação-problema para o ensino remoto, optamos por abordar esse conceito por meio da historiografia de Karlson (1961), pois ao apresentar o conceito de triângulo esférico, por meio de cortes em uma esfera, formando triângulos com três ângulos de 90° , os estudos do autor, possibilitou-nos refletir sobre excesso esférico, além de outros conceitos, tais como, “arcos de círculos máximos, as “ortodromias” (p. 135) (grifos do autor), que levariam ao raciocínio para o cálculo da área, favorecendo a realização dos experimentos mencionados no parágrafo anterior. A situação problema reelaborada ficaria desta forma: em um primeiro momento apresentaríamos aos estudantes, através de dois vídeos, o experimento com os cortes da laranja, indagando-os sobre o processo exposto no vídeo e também deixando para que reproduzissem em suas casas e pudessem discutir posteriormente em um encontro síncrono com o professor. Em seguida, seria disponibilizado outro vídeo relacionando os cortes feitos com o GeoGebra 3D, realidade aumentada, e respondendo mais algumas perguntas que apareceriam no vídeo, os estudantes poderiam perceber como os cortes feitos se encaixariam em um triângulo esférico. Ainda, disponibilizaríamos um vídeo discutindo um pouco sobre a história do nascimento da Geometria Euclidiana e não-Euclidiana, para por fim apresentarmos aos estudantes, de maneira intuitiva, a forma de calcular a área de um triângulo esférico.

Assim como as demais situações-problemas mencionadas, essa também foi adaptada para o contexto remoto, uma vez que, inicialmente, ou seja, antes da pandemia do Coronavírus, denominada de Covid-19, decretada pela OMS em março de 2020, a ideia era que a sequência composta por cinco situações-problemas fosse abordada com alunos



do Ensino Médio, como parte do trabalho de campo da Iniciação Científica realizada pela primeira autora deste capítulo, sob a supervisão das outras duas.

Sendo assim, o objetivo deste capítulo é apresentar e discutir o processo de adaptação da última situação-problema dessa sequência, ressaltando nossas escolhas e conhecimentos teórico-metodológicos mobilizados.

■ MÉTODO

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A base teórica que orientou a construção das cinco situações-problemas apresentadas, anteriormente debatidas e adaptadas no curso, foi a ideia de Cenários para investigação de Skovsmose (2000), particularmente o sexto ambiente de aprendizagem discutido por esse autor, cuja característica é trazer situações com referências à realidade para o desenvolvimento dos conteúdos, a partir de um enfoque investigativo. Para o autor, muitas vezes o trabalho nesse ambiente se dá por meio do desenvolvimento de projetos e possibilita aos estudantes que reflitam sobre um determinado assunto por meio de perguntas do tipo: “O que acontece se?” (SKOVSMOSE, 2000).

Os demais ambientes de aprendizagem, discutidos por Skovsmose (2000), apresentam as seguintes características, em linhas gerais: primeiro ambiente – caracterizado pelo desenvolvimento de exercícios com referências à matemática pura, em que há apenas uma resposta correta (um exemplo seria o tipo de exercícios trabalhados no Kumon); segundo ambiente – caracterizado por fazer referências à matemática pura, envolvendo uma abordagem numérica, algébrica ou geométrica, a partir de um enfoque investigativo; terceiro ambiente – caracterizado por fazer referências à semirrealidade, mas com exercícios que ainda requerem uma única resposta; quarto ambiente – também pautado na semirrealidade, mas com uma abordagem investigativa; quinto ambiente – caracterizado por trazer referências das realidades, mas sem uma preocupação em proporcionar uma investigação. E por fim, temos o sexto ambiente de aprendizagem, cujas características foram destacadas no parágrafo anterior.

Para atuarmos nesse ambiente, empregamos uma abordagem que entrelaçou diferentes metodologias de ensino, tais como o uso de tecnologia em sala de aula, modelagem, entre outras. O uso de tecnologias perpassou todo esse processo, seguindo a perspectiva da experimentação-com-tecnologias, de acordo com Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), cuja visão epistemológica concebe a tecnologia como autora no processo de produção de conhecimento, e não como algo periférico.

Nessa perspectiva, há possibilidades para repetição de diferentes experimentos instantaneamente, levantamento, investigação, validação ou refutação de conjecturas,





suporte à intuição, exploração de múltiplas representações de uma mesma situação-problema, entre outras.

Outra metodologia que se fez presente foi a História da Matemática, na perspectiva histórico-cultural, a partir da historiografia de Karlson (1961), que embasou a realização dos experimentos, por meio de uma abordagem investigativa, propondo algumas questões para que o leitor refletisse sobre possíveis respostas, com base em cada etapa do experimento, que teve o planeta Terra como “cobaia”, nas próprias palavras do autor.

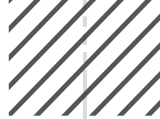
Algo que foi de fundamental importância para a adaptação dessa situação-problema, e que também norteou as demais adaptações destacadas nos capítulos anteriores, foi a ideia de Imaginação Pedagógica, que segundo Milani (2015) e Skovsmose (2009), trata-se de um processo feito pelos licenciandos em que se imaginam professores, atuando em suas salas de aula, criando diálogos imaginários, com vistas a pensarem e a repensarem suas abordagens, de modo a valorizar as opiniões e ideias expressas pelos alunos. Segundo esses autores, esse não é um processo aleatório, mas deve ter como diretrizes as vivências dos licenciandos, quando em algum momento tiveram a oportunidade de ensinar.

Além de dialogarmos com as referências recém-mencionadas e com referências específicas sobre geometria esférica (JÚNIOR, 2013; SALEMA, 2018) pesquisamos ainda a BNCC (BRASIL, 2018), e como não encontramos nada específico que a abordasse, buscamos por outros documentos governamentais que contribuíssem com ideias, e então localizamos o currículo do Estado do Paraná, elaborado pela secretaria do estado do Paraná em 2013 (SOUZA; SILVA; SILVA, 2013), que orienta os professores da Educação Básica a desenvolverem situações-problemas, que envolvam o conceito de geometria esférica, por meio da manipulação de materiais como a bola de isopor, em um contexto presencial. Porém, quando os autores abordam a questão de área de triângulo esférico, excesso esférico e conceitos correlatos retomam a abordagem de definição, exercício e exposição do professor. Um outro ponto a se ressaltar é que buscávamos desenvolver a situação-problema de acordo com os autores aqui citados, com enfoque na investigação, autonomia e criticidade dos alunos, priorizando os aspectos conceituais. Dessa forma, optamos por fazer uso da historiografia de Karlson (1961) e desenvolver a situação-problema por intermédio de vídeos para instigar esse movimento nos estudantes, especialmente, em um contexto de ensino remoto.

■ MATERIAIS E MÉTODOS

A pesquisa de Iniciação Científica, cujos recortes dos dados estamos aqui discutindo, segue uma abordagem metodológica qualitativa e fez uso de instrumentos diversos para constituição dos dados: 1) videograções dos encontros do curso de extensão realizados e respectivas transcrições; 2) videograções das monitorias oferecidas aos participantes do curso e respectivas transcrições; 3) registros escritos de todas as tarefas realizadas e





4) videogravações das reuniões realizadas entre a equipe proponente do curso, no caso as autoras desse referido capítulo.

Para a discussão que estamos propondo aqui, utilizaremos um recorte desses dados, referentes aos registros escritos da adaptação que o grupo 4 ficou incumbido de realizar.

Como já ressaltado, a situação-problema 5, após a adaptação, passou a ter o objetivo de desenvolver com os estudantes o conceito de triângulo esférico e sua área e trazer a discussão sobre as queimadas no Pantanal, ou seja, relacionar os conceitos de Geometria esférica e questões que envolvem o meio ambiente.

Nas reuniões de planejamento decidimos desenvolver esses conceitos através de vídeos, no total pensamos em cinco vídeos curtos, de no máximo 6 minutos, para serem desenvolvidos com os alunos. No primeiro vídeo consta um experimento com laranja ou limão no qual começaremos a discutir a questão de triângulos esféricos. Os estudantes são convidados a responder perguntas que estão presentes no próprio vídeo, cujas pausas estão sendo feitas utilizando o aplicativo *PlayPosit*, enquanto assistem ao experimento. Em seguida os estudantes são convidados a realizarem o experimento em casa e nos mostrarem através de um vídeo produzido por eles.

O segundo vídeo é uma continuação do primeiro, pois nele pensamos em trazer discussões sobre o excesso esférico e sobre algumas indagações feitas no primeiro. Para o terceiro vídeo, interligamos o experimento com o GeoGebra 3D realidade aumentada, entendemos nisso uma forma de trazer a discussão aos alunos sobre as limitações do experimento e que também podemos recorrer a outros meios. Em todo o processo desses vídeos temos a intenção de fazer perguntas, de modo que os estudantes reflitam acerca de tudo que estão fazendo e produzindo.

Com esses três primeiros vídeos queremos refletir com os estudantes sobre as possibilidades que temos por meio do experimento e quando ampliamos essa percepção para um aplicativo. A ideia é mostrar que a Matemática é, muitas vezes, parte de algo que observamos, para depois ser formalizada. Sendo assim, os dois últimos vídeos permeiam essa visão.

O quarto vídeo apresenta um pouco da história da Geometria Euclidiana e como nasceu a não-Euclidiana, tendo como propósito discutir com os alunos a questão do tempo em que se leva para construir ou desconstruir uma teoria. Dessa forma, pretendemos desenvolver a questão da formalização na Matemática. Finalizamos com o quinto vídeo, em que abordamos como calcular a área de um triângulo esférico de forma intuitiva, indicando indagações acerca do cálculo de área feito pelo *Google Earth*, para então interligarmos toda a discussão feita através por meio das outras situações-problemas a questão do meio ambiente e reflorestamento.

Dessa forma, como trabalho final foi proposto aos estudantes que fizessem um modelo para o reflorestamento da área do Pantanal, devastada pelas queimadas do ano de 2020. Assim, os estudantes se envolveriam com pesquisas, considerando relevo, hidrografia e





estipulando quanto seria gasto para reflorestar essa área. É importante destacar as relações possíveis que os alunos podem fazer entre o reflorestamento da área do pantanal e a geometria esférica, tais como a área que será reflorestada e o uso de aproximações com a área do triângulo esférico, a relação da área e a questão do excesso esférico, entre outros.

■ RESULTADOS E DISCUSSÃO

Fazendo uma análise acerca do processo de adaptação dessa situação-problema, conforme apresentado na seção anterior, à luz dos referenciais teóricos com os quais dialogamos, percebemos que mobilizamos conhecimentos teórico-metodológicos com as seguintes características: produções conceituais próprias do conteúdo; aprofundamento acerca das funcionalidades das tecnologias digitais com as quais abordamos os conceitos; junção de três vertentes teóricas, que se complementaram, a partir do entrelaçamento de alguns dos pressupostos da Educação Matemática Crítica de Ole Skovsmose (MILANI, 2015; SKOVSMOSE, 2000), com a ideia de experimentação-com-tecnologias (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014) e com a historiografia de Karlson (1961).

Embora passemos a discutir cada um desses conhecimentos separadamente, é importante enfatizar que eles estão interligados, e foram sendo mobilizados concomitantemente. Em relação às produções conceituais próprias do conteúdo, destacamos que, inicialmente, a ideia era desenvolver com alunos do 2º ano do Ensino Médio, presencialmente, mais especificamente em uma disciplina eletiva² abordando tópicos de geometria esférica, fazendo uma interlocução com alguns conceitos de Geografia.

Desse modo, o objetivo geral dessa situação-problema era propor uma abordagem em que os alunos pesquisassem sobre as queimadas e o desmatamento na Floresta Amazônica e no Pantanal, além de observar imagens de satélites por meio do *Google Earth*, fazendo algumas inferências sobre a noção de triângulo esférico. Os objetivos específicos eram:

- Desenvolver conceitos relacionados ao triângulo esférico e sua área;
- Desenvolver situações-problemas com escalas e aproximações, relacionando-as às queimadas;
- Desenvolver conceitos relacionados à área de um triângulo esférico a partir de um enfoque investigativo.

Como essa situação-problema era a quinta a ser desenvolvida com os alunos, a ideia seria que, a partir da realização das quatro anteriores, já tivéssemos iniciado algumas discussões sobre a geometria esférica, menor distância entre dois pontos na esfera e comprimento

2 São disciplinas ofertadas tanto nas escolas regulares quanto nas pertencentes ao Programa de Ensino Integral (PEI), seguindo a implementação do novo currículo do Estado de São Paulo (INOVA Educação). As disciplinas eletivas têm a interdisciplinaridade com eixo principal, diversificação de temas e conteúdos e deve ter relação com os projetos de vida dos estudantes. Mais informações em: <https://www.educacao.sp.gov.br/a2sitebox/arquivos/documentos/342.pdf> (Último acesso em 22.04.2021).



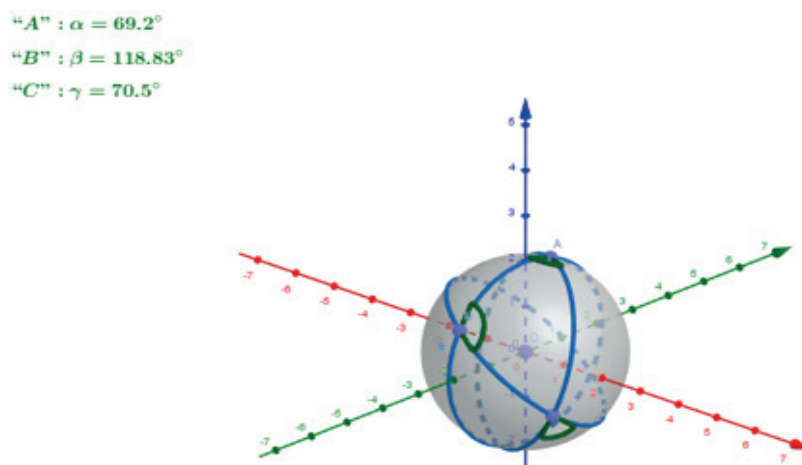


de arco. Então dessa forma, resumidamente, o desenvolvimento, pensando presencialmente, se daria-se do seguinte modo:

Em um primeiro momento, iríamos ao laboratório de informática para explorar o *Google Earth*, retomando a noção de distância na esfera, solicitando a eles que, utilizando as funcionalidades desse aplicativo, calculassem as distâncias entre algumas cidades. Esse trabalho seria realizado em grupo (2 ou 3 pessoas, no máximo), haveria algumas questões para que respondessem, em consonância com as perguntas que convidam a um engajamento, de modo que um ambiente de aprendizagem se tornasse um cenário para investigação (SKOVSMOSE, 2000). O intuito desse momento seria fazer com que lembrassem que uma reta na esfera é na verdade uma circunferência e a distância percebida na verdade está sob um arco de circunferência.

Em outro momento, voltaríamos ao trabalho na sala de informática para que os alunos realizassem, ainda em pequenos grupos, a construção de um triângulo esférico, utilizando o software GeoGebra. A construção deveria ficar semelhante a que consta na Figura 1, a seguir:

Figura 1. Imagem estática da construção de um triângulo esférico.



Fonte: dados da pesquisa.

Em seguida, por meio de diálogos imaginários, que criamos em um processo de Imaginação Pedagógica (MILANI, 2015), realizado com base em nossas experiências prévias com o ensino na Educação Básica, o propósito era que os estudantes compreendessem, intuitivamente, o raciocínio por trás do cálculo da área do triângulo esférico, ou seja, que percebessem que a esfera está dividida de forma que ao contarmos todos os fusos, notamos que o triângulo esférico aparece repetido três vezes e a partir daí podemos deduzir a fórmula da área que é $(\alpha + \beta + \gamma - \pi)r^2$, em que α , β e γ são os ângulos internos do triângulo esférico.

Em seguida, a ideia seria que o professor sintetizasse esse raciocínio, chamando a atenção dos alunos de que duas vezes a área do triângulo esférico com a soma das áreas dos fusos será igual à área do hemisfério, ou seja, igual a $2\pi r^2$, que é a área da metade da





esfera. A ideia seria que os alunos, em conjunto com o professor, chegassem à fórmula para esse cálculo: $\text{Área} = (\alpha + \beta + \gamma - \pi)r^2$.

Em outro momento, já como proposta de um trabalho final da disciplina, os alunos seriam convidados a calcular algumas áreas desmatadas na Floresta Amazônica e no Pantanal, utilizando essas noções sobre o cálculo da área de triângulo esférico. As áreas seriam divididas entre os grupos, para que, posteriormente, juntassem todos os dados que tiveram, por meio de pesquisas anteriores e das discussões realizadas para fazer somente um trabalho e apresentá-lo posteriormente para a turma. Essa apresentação poderia ser feita através de um vídeo e os alunos entregariam o roteiro idealizado e as pesquisas realizadas para os professores. Por fim, discutiríamos sobre a importância da riqueza de detalhes, e as demais aulas do ano letivo ficariam para a realização do trabalho, com o auxílio do professor.

Contudo, ao adequarmos o projeto para o contexto remoto, não foi viável o desenvolvimento dessa proposta com alunos da Educação Básica. Desse modo, passamos a atuar na formação de professores (inicial e continuada), por meio do curso de extensão universitária já relatado, contando com a participação de licenciandos em Matemática e professores em exercício. O objetivo principal do curso foi a adaptação das cinco situações-problemas elaboradas inicialmente para o ensino presencial, em consonância com o referencial teórico de Skovsmose (2000), sobre Cenários para investigação.

A partir daí fez-se a divisão em grupos, de modo que cada um ficou responsável por adaptar uma situação-problema. Ficou estabelecido que as proponentes do curso, participariam também desse movimento de adaptação, ficando com a quinta situação-problema.

Sendo assim, o primeiro passo foi revisitá-la, extraindo os conceitos que gostaríamos que fossem abordados, tendo em vista todas as dificuldades que estávamos cientes em relação ao contexto remoto. A maior preocupação debatida ao longo do curso foi em relação à baixa adesão dos alunos às tarefas remotas ofertadas pelas escolas. Nesse sentido, professores e gestores iniciaram um processo de busca ativa, para fazer referência aos diferentes esforços empreendidos para atraí-los e mantê-los vinculados às escolas (TEIXEIRA; SOUSA; ZAMPIERI, 2021).

Contudo, os professores participantes do curso relataram que essa busca ativa estava se dando mais com o foco em atrair os alunos do que em indicar situações-problemas que levassem à compreensão conceitual dos conteúdos do currículo a serem estudados, e isso os preocupava, conforme ficou evidente em um dos debates, em que discutimos a questão “como utilizar então essas tecnologias [as redes sociais, em particular o *Instagram*, o *Padlet*, produção de vídeos, *GeoGebra* etc.] para o aprofundamento conceitual, de maneira investigativa, no contexto remoto?” (TEIXEIRA; SOUSA; ZAMPIERI, 2021, p.81).

Diante desse cenário, decidimos que ao adaptarmos a quinta situação-problema, buscaríamos valorizar a compreensão conceitual e não focalizaríamos em fórmulas ou na algebrização que levaria às fórmulas. Contudo, sabíamos que seria um grande desafio, pois





a maioria das obras literárias consultadas sobre geometria esférica, tais como as vistas em Souza, Silva e Silva (2013), Júnior (2013) e Salema (2018), que estão disponíveis na internet e versam particularmente sobre excesso esférico e o cálculo da área de triângulo esférico, finalizando esses conceitos por meio de procedimentos algébricos.

Assim, nosso grupo optou por seguir dois caminhos, concomitantemente: buscar por alguma obra literária que nos ajudasse a dar um tratamento mais geométrico e conceitual para esses conteúdos e pensar em abordagens, utilizando vídeos e o GeoGebra, para explorar de forma experimental esses conteúdos, mas “fugindo” do paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000), em particular da tríade “definição-exemplos-exercícios”.

Ao realizarmos esse movimento deparamo-nos com a historiografia de Karlson (1961), cujas ideias que a fundamentam foram apresentadas por Sousa e Moura (2019). No caso da geometria esférica, o autor em questão, ao apresentar os conceitos faz uso de uma abordagem experimental. Desse modo, “se as historiografias da Matemática abordam a história do conhecimento dos conceitos matemáticos, ao estudá-las, especialmente, aqueles que ensinam Matemática podem delinear alguns nexos conceituais (internos e externos) que compõem os conceitos” (SOUSA; MOURA, 2019, p.1081).

Esses nexos, segundo os mesmos autores (2019), são elos construídos historicamente e que ligam os conceitos de vários modos, ou seja, “são definidos por historiadores, matemáticos, educadores matemáticos e professores que ensinam Matemática, a partir de seus modos de ver e conceber os conceitos” (SOUSA; MOURA, 2019, p. 1082).

Os nexos externos são aqueles mais perceptíveis e que costumam ser predominantes nas aulas de Matemática. O desafio, segundo os autores, é estudarmos a fundo os conceitos que ensinamos, para entendermos o contexto em que tais conceitos foram desenvolvidos e o movimento do pensamento acerca desses conceitos no contexto do ensino de Matemática (SOUSA; MOURA, 2019), considerando-se que os nexos internos, que se revelam a partir do momento em que avançamos do pensamento empírico para o teórico. Vale lembrar, entretanto, que esses nexos não são imutáveis, ou seja, não estão prontos e acabados, são dinâmicos e passíveis de mudança, uma vez que são indissociáveis do movimento lógico-histórico de cada conceito.

É por este motivo que os autores defendem que os professores estudem historiografias que abordam a história dos conhecimentos matemáticos, pois, “ao conhecê-las, temos condições de compreender os nexos conceituais (internos e externos) que cada historiador, matemático, educador matemático ou professor que ensina Matemática prioriza” (SOUSA; MOURA, 2019, p.1083).

No caso de nosso estudo sobre triângulo esférico, excesso esférico, área de triângulo esférico e relações com o cálculo de áreas afetadas por queimadas, podemos dizer que os nexos externos que percebemos foram aqueles que observamos em um primeiro movimento de estudo acerca de tais conceitos, como a não aplicabilidade do quinto postulado





de Euclides (das retas paralelas) na geometria esférica, a definição de triângulo esférico a partir de círculos máximos na esfera, assim como o raciocínio envolvido para o cálculo da área desse triângulo e os decorrentes procedimentos algébricos para se chegar à fórmula para o cálculo dessa área.

Entretanto, sentimos a necessidade de estudarmos mais a fundo esses conceitos, buscando, além de ter uma compreensão mais abrangente acerca deles, investigar abordagens diferenciadas que nos possibilitassem ensiná-los no contexto remoto. Assim, o estudo da historiografia de Karlson (1961) permitiu esse avanço teórico-metodológico, pois aborda esses conceitos por meio de questões provocativas ao leitor, de uma maneira simples, porém trazendo à tona as argumentações que fundamentaram seu desenvolvimento.

Dessa maneira, sua historiografia aponta provocações como: “esta proposição básica da geometria ‘comum’ [da soma dos ângulos internos de um triângulo ser 180°] tornou-se para nós uma afirmação natural evidente; não precisamos ir muito longe, porém, para abandonarmos o domínio que ela vigora”, ou ainda, “Que é um triângulo sobre a superfície esférica?”, ou “Que são, porém os lados do triângulo, as linhas que unem os vértices?”, ou “que propriedades distingue a reta de todas as outras linhas?” (KARLSON, 1961, p. 271-275).

Em seguida, o historiador sugere tomarmos o planeta Terra como um experimento, e então propõe alguns cortes que permitem visualizar um triângulo esférico, cujo soma dos ângulos dá 270° , conforme Figura 2 a seguir:

Figura 2. Imagem estática com a representação de um triângulo esférico, cujo valor da soma dos ângulos é 270° .



Fonte: (KARLSON, 1961).

Na sequência, o autor propõe alguns questionamentos que levam o leitor a refletir sobre o conceito de excesso esférico. Sugere ainda dividir o triângulo do experimento ao meio, convidando novamente o leitor a se atentar ao que acontece com o excesso esférico do novo triângulo. E, por fim, sugere que pensemos acerca de uma divisão sucessiva em cada triângulo resultante do experimento, observando o que acontece com o excesso esférico em cada novo triângulo. Portanto, essa abordagem propiciou compreender os elos que ligam esses conceitos, que se revelaram como nexos internos: triângulo esférico com três





ângulos retos, axiomas e teoremas euclidianos (e como eles se aproximam e ao mesmo tempo destoam dos fundamentos da geometria esférica), excesso esférico e relações com a área dos triângulos, biângulo esférico (ou fuso esférico).

Esse estudo propiciou delinear a adaptação à situação-problema que estava sob nossa responsabilidade, abordando os referidos conceitos por meio de experimentos com laranja, que seriam propostos aos estudantes por meio de vídeos, com perguntas que os levassem a construir uma compreensão sobre triângulo e excesso esférico, conforme a figura 3 a seguir:

Figura 3. Imagem estática do vídeo produzido no grupo, para abordar triângulo esférico e excesso esférico.



Fonte: Dados da pesquisa de Iniciação Científica de Franciele Santos Teixeira.

A adaptação da situação-problema nos levou também a um aprofundamento acerca das funcionalidades das tecnologias digitais com as quais abordamos os conceitos, tanto para a produção desse primeiro vídeo com o intuito de convidar os estudantes a fazerem o experimento com a laranja, quanto para dar sequência à situação-problema, que envolveu a produção de outro vídeo, agora propondo uma ampliação do experimento por meio do uso da realidade aumentada do GeoGebra, finalizando com um vídeo que convidava os estudantes a refletirem sobre o raciocínio envolvido para o cálculo da área (mas sem se adentrar na fórmula), e concluía com um convite a investigarem se o raciocínio estudado poderia ser aplicado ao cálculo de áreas desmatadas do Pantanal, por meio de satélites.

O uso dos vídeos e a proposta com o GeoGebra e a realidade aumentada desse aplicativo nos permitiram a “exploração de diversificadas formas de resoluções; [...] elaboração de novos tipos de problemas e construções matemáticas” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p.51-52). Desse modo, ao interagirmos com esses artefatos tecnológicos fizemos diversas simulações até chegarmos à proposta final, configurada conforme descrito na seção de Material e Métodos.

Assim, a partir do exposto, observamos que fizemos uma junção de três vertentes teóricas para construirmos essa situação-problema, que se complementaram a partir do entrelaçamento de alguns dos pressupostos da Educação Matemática Crítica preconizada





por Skovsmose (MILANI, 2015; SKOVSMOSE, 2000) com a historiografia de Karlson (1961), e a experimentação-com-tecnologias de Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014).

A ideia de construir uma situação-problema que se caracterizasse como um cenário para investigação (SKOVSMOSE, 2000) perpassou todo o desenvolvimento do curso, de maneira geral. E para as adaptações de todas as situações-problemas propostas, sugerimos que cada grupo se aventurasse a realizar a imaginação pedagógica (MILANI, 2015), de acordo com suas próprias vivências enquanto professores ou quando estavam em alguma situação de ensino.

Essas recomendações também se aplicaram ao nosso grupo, e ao mergulharmos no estudo mencionado, sobre geometria esférica, para buscarmos um aprofundamento conceitual, bem como ideias que nos permitissem o desenvolvimento de uma proposta pedagógica voltada para o contexto remoto, que se aproximasse de um cenário para investigação (SKOVSMOSE, 2000), fomos levadas à historiografia de Karlson (1961).

A partir do estudo acerca dessa historiografia, conseguimos obter um avanço teórico acerca dos conceitos de geometria esférica e inspiradas no experimento proposto nessa obra literária e na interação com os artefatos tecnológicos a que recorremos para a produção dos vídeos e para as construções realizadas no GeoGebra, conseguimos adaptar a situação-problema desejada, de modo a valorizar mais a compreensão conceitual e menos os procedimentos algébricos que levariam às fórmulas. Assim, esse movimento nos impulsionou a atingir uma abordagem que fosse considerada minimamente viável para ser desenvolvida no contexto do ensino remoto, a partir da avaliação dos membros dos demais grupos de licenciandos e professores do curso, no dia da apresentação final dos trabalhos realizados.

■ CONSIDERAÇÕES FINAIS

Podemos chegar a várias conclusões com a realização desse trabalho, mas uma em especial é a importância da parceria na formação inicial e continuada de professores.

Primeiramente, podemos destacar a parceria entre as três autoras deste capítulo no que diz respeito à adaptação dessa situação-problema. As reuniões semanais, as preocupações que compartilhávamos nesses espaços, sobre como elaborar uma situação-problema que fosse viável no contexto remoto e o caminhar que nos levou às opções metodológicas escolhidas foram fatores imprescindíveis para a realização dessa adaptação.

Isso pode ser percebido ao longo de todo o processo de elaboração dessa situação-problema, que começou com questionamentos tais como: Como elaborar experimentos que dialoguem com os alunos que estão estudando remotamente? Como trabalhar com materiais que sejam acessíveis para eles? Como valorizar mais os aspectos conceituais do que os procedimentos operacionais? Que conceitos são essenciais para serem abordados com os alunos quando a temática é a geometria esférica? De que modo poderíamos criar





vídeos mais interativos? Como relacionar a área do triângulo esférico com as queimadas no Pantanal, sem parecer algo que pode ser considerado “forçado”?

Essas foram questões importantes que nos mobilizaram a desenvolver um amplo trabalho de pesquisa, culminando na interlocução entre a historiografia de Karlson (1961) com os cenários para investigação de Skovsmose (2000), na experimentação-com-tecnologias de Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), na colaboração para planejar e replanejar a interligação entre os momentos síncronos e assíncronos previstos para o desenvolvimento dessa situação-problema, na revisão de cada detalhe do processo da adaptação que aqui foi discutida. Outra importante parceria foi com os próprios participantes do curso, o que nos possibilitou entender melhor o contexto do ensino remoto, devido à participação de professores em exercício. Outro ponto crucial nessa parceria foi o compartilhamento de possibilidades tecnológicas, como o uso do *Padlet*, *PlayPosit*, animações, entre outros artefatos que foram amplamente divulgados e discutidos ao longo do curso.

Todas as escolhas que fizemos, que foram apresentadas na seção “Material e métodos”, e todos os conhecimentos teórico-metodológicos mobilizados, que estão inseridos no item “Discussão e Resultados”, foram frutos dessas parcerias.

Almejamos continuar a pensar situações-problemas que considerem a perspectiva dos cenários para investigação em um contexto pós-pandemia, tanto na formação inicial quanto continuada de professores de forma a alcançar os alunos da Educação Básica, conforme objetivo inicial da Iniciação Científica realizada pela primeira autora deste capítulo.

Esperamos que o processo de criação dessas situações-problema, relatados e analisados neste capítulo, ecoe na comunidade acadêmica e na comunidade escolar, como uma possibilidade ou como uma reflexão, para o desenvolvimento de distintas propostas pedagógicas no ensino remoto, em particular sobre tópicos de geometria esférica, que busquem superar o paradigma do exercício.

■ AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (Fapesp), processo nº 2020/02098-1.

As opiniões, hipóteses e conclusões ou recomendações expressas neste material são de responsabilidade das autoras e não necessariamente refletem a visão da FAPESP.

Contou ainda com apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).



■ REFERÊNCIAS

1. BORBA, Marcelo de Carvalho; SILVA, Ricardo Scucuglia R. da; GADANIDIS, George. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 149 p, 2014.
2. BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Ensino Médio. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.
3. JÚNIOR, Elder Abreu. **Aplicações do Teorema de Pitágoras: Trigonometria Esférica**. 2013. 48 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Departamento de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal do Maranhão, Maranhão, 2013.
4. KARLSON, Paul. **A Magia dos Números: a matemática ao alcance de todos**. Coleção Tapete Mágico XXXI, Editora Globo, 1961
5. MILANI, Raquel. **O processo de aprender a dialogar por futuros professores de matemática com seus alunos no estágio supervisionado** 240 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2015.
6. SALEMA, Ricardo Lagreca. **Das cordas ao GPS: Um estudo sobre a Geometria Esférica**. 2018. 94 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Mestrado Profissional - Colégio Pedro II. Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Rio de Janeiro, 2018.
7. SOUSA, Maria do Carmo.; MOURA, Manoel Oriosvaldo. **Estudo das historiografias de Paul Karlson, Konstantin Ribnikov, Howard Eves e Bento de Jesus Caraça**: diferentes modos de ver e conceber o conceito de função. *CIÊNCIA & EDUCAÇÃO (ONLINE)*, v. 25, p. 1081-1099, 2019.
8. SOUZA, Joana Dark Mariano de; SILVA, Dirceu Pereira da; SILVA, Karoline Barone Ribeiro da. **Geometria da superfície esférica: um exemplo de Geometria não-Euclidiana para alunos do Ensino Médio**. Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE, p. 1-20. 2013.
9. SKOVSMOSE, Ole. **Cenários para investigação**. Bolema, Rio Claro (SP), n.14/ p.66-91, 2000.
10. SKOVSMOSE, Ole. Researching possibilities. In: SETATI, M. et al. (Eds.). **Researching possibilities in mathematics, science and technology education**. New York: Nova Science Publishers, p. 105-119, 2009.
11. TEIXEIRA, Franciele Santos; SOUSA, Maria do Carmo de; ZAMPIERI, Maria Teresa. **Tecnologias, “busca ativa” pelos alunos e Geometria Esférica: desencadeamentos de um curso de extensão universitária**. In: NAVARRO, Eloisa Risotti; SOUSA, Maria do Carmo de (Org.). *Educação Matemática em Pesquisa: perspectivas e tendências*. 1ª ed. Vol.2. Belo Horizonte: Editora científica, p. 74–91, 2021.

Uma análise do conteúdo de fração presente em provas de matemática do sistema de avaliação do Estado do Tocantins – Saeto do 5º ano - ensino fundamental

| Severino Roberto de Lima
UFT

| Wander Alberto José
UFT

| Idemar Vizolli
UFT

RESUMO

Este estudo se configura como parte de uma pesquisa de Mestrado vinculado ao Programa de Pós- Graduação em Educação (PPGE) da Universidade Federal do Tocantins – UFT, teve por objetivo analisar o conteúdo de fração que se faz presente em questões de Matemática nas provas do 5º ano do Ensino Fundamental do Sistema de Avaliação do Estado do Tocantins (SAETO). Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, em que se fez uso de consulta bibliográfica, e documental. As análises inspiram-se na teoria dos registros de representação semiótica de Duval, nos significados de fração e nas características das quantidades proposto por Nunes *et al.* Neste trabalho foram analisadas quatro questões do SAETO que tratam do conteúdo de fração, as quais estão expressas em linguagem materna, alfabética, sistema monetário, números fracionários, decimais e porcentagem; também fazem uso de quantidades discretas, contínuas e extensivas; utilizam os significados relação parte-todo, quociente e operador multiplicativo. Observou-se ainda que grande parte das questões tratam do significado parte-todo. Portanto, considera-se de fundamental importância a utilização do conteúdo de fração, uma vez que ele integra o currículo escolar, estar presente nos livros didáticos e é recomendado pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC. Recomenda-se que este conteúdo seja trabalhado de maneira diversas no cotidiano dos estudantes, no espaço escolar e, principalmente, na sala de aula, o que demanda dos professores, o conhecimento dos aspectos supramencionados.

Palavras-chave: Educação, Sistema de Avaliação do Estado do Tocantins, Matemática, Fração.

■ INTRODUÇÃO

O presente estudo tem assento nas questões que envolvem o conteúdo de fração, presentes na prova do Sistema de Avaliação do Estado do Tocantins (SAETO) de 2011, aplicada aos estudantes do 5º Ano do Ensino Fundamental, considerando-se as categorias relativas aos registros de representação semiótica, significados de fração, características das quantidades. A escolha de fração se deve ao fato de que ela integra os conteúdos curriculares de Matemática em consonância com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e precisa fazer parte do livro didático desde os anos iniciais, não é um conteúdo trivial para os estudantes, pois se faz presente nas avaliações internas e em larga escala. Ressalta-se que a opção em analisar as questões do SAETO/2011, aplicada aos estudantes do 5º Ano do Ensino Fundamental se deve ao fato de entendermos que os estudantes desse nível de ensino, em tese, compreendem o conceito de fração. Para este trabalho foram analisadas 04 (quatro) questões do 5º ano do Ensino Fundamental.

Este trabalho insere-se no escopo do projeto da pesquisa de Mestrado em Educação pela Universidade Federal do Tocantins – UFT - tem como objetivo geral: analisar o conteúdo de fração presente em questões de Matemática da prova do SAETO, aplicada aos estudantes do 5º Ano do Ensino Fundamental, em 2011. Assim, estabelecemos como objetivos específicos: entender a dinâmica do SAETO; identificar na literatura os registros de representação semiótica, os diferentes significados de fração, assim como as características das quantidades e, verificar que aspectos de fração se fazem presentes nas questões da prova do SAETO de 2011.

Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, em que se fez uso de consulta bibliográfica e documental. De acordo com Gil (2002), a pesquisa bibliográfica tem como base material já elaborado e constituído principalmente por teses, dissertações, livros e artigos científicos. Já as pesquisas documentais ancoram-se na análise de documentos, como leis, decretos, normativas, pareceres, atas, diretrizes, dentre outros. A pesquisa bibliográfica proporcionou uma aproximação com o objeto a ser estudado, ao mesmo tempo em que possibilitou acurar os aspectos metodológicos e neles as categorias a serem consideradas por ocasião das análises.

Para a compreensão deste trabalho, elucida-se que em 2011, a Secretaria da Educação, Juventude e Esportes do Tocantins (SEDUC-TO), implantou o Sistema de Avaliação da Educação do Estado do Tocantins (SALTO), hoje, Sistema de Avaliação do Estado do Tocantins (SAETO), para verificar a proficiência dos estudantes da rede estadual em Língua Portuguesa e Matemática, nos 5º e 9º Anos do Ensino Fundamental e, no 3ª Ano do Ensino Médio, cujas avaliações são realizadas anualmente.



O SAETO integra o Plano Estadual de Educação do Tocantins (PEE/TO, 2015-2025¹) assegurado pela Lei 2.977, de 08 de julho de 2015, que estabelece critérios de informações e avaliação nas escolas públicas da educação básica, sendo de responsabilidade do SAETO, coordenado pela Secretaria da Educação, a elaboração e o cálculo dos resultados e dos indicadores.

Para os procedimentos metodológicos, a SEDUC elaborou Guias Pedagógicos² destinados aos professores do 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental e 3º Ano do Ensino Médio, fundamentados em consonância ao Referencial Curricular do Ensino Fundamental, Proposta Curricular do Ensino Médio e Matriz de Referência da Prova Brasil. Desde a criação do SAETO, os itens eram elaborados com base nos eixos estruturantes dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

Espera-se que o SAETO aos dias atuais além de integrar a Matriz de Referência da Prova Brasil, esteja em consonância com a BNCC e integre a proposta de escolha do livro didático como ferramenta de apoio pedagógico aos estudantes e, para o trabalho do professor em sala de aula. Ressaltamos que a BNCC comporta em sua estrutura: Unidades Temáticas; Objetos de Conhecimento; Habilidades e Unidades do Volume, neste caso, específicos para o 5º Ano do Ensino Fundamental, as Unidades Temáticas dividem-se em:

- I. Números;
- II. Álgebra;
- III. Geometria;
- IV. Grandezas e Unidades;
- V. Probabilidade e Estatística.

De acordo com a BNCC (2019), no Ensino Fundamental - Anos Iniciais, a expectativa é que os estudantes possam resolver problemas envolvendo números naturais e números racionais, cuja representação decimal seja finita, sejam capazes de justificar e argumentar os procedimentos utilizados para a resolução dos problemas. Já em relação aos cálculos matemáticos, espera-se que os estudantes desenvolvam diferentes maneiras para se chegar aos resultados, assim como habilidades no que se refere à leitura, escrita e ordenação de números naturais e racionais por meio da identificação e compreensão. Porém, os dados não mostram resultados tão positivos.

1 **LEI Nº 2.977, DE 08 DE JULHO DE 2015.** Publicada no Diário Oficial nº 4.411. Aprova o Plano Estadual de Educação do Tocantins – PEE/TO (2015-2025). <https://central3.to.gov.br/arquivo/412370/> . Acesso em 21/02/2019.

2 Os Guias Pedagógicos são materiais de apoio aos professores e estudantes, elaborados por meio de itens comentados, objetivam subsidiar o trabalho pedagógico do professor em sala de aula. <https://seduc.to.gov.br/professor/saeto/> . Acesso em 12 de janeiro de 2019.



Registra-se, no Brasil, que de cada 10 estudantes concluintes do Ensino Fundamental, 8 não aprenderam o adequado em Matemática, como mostra os dados do quadro 01 no ano de 2017.

Quadro 1. Resultado Nacional em Matemática na Prova Brasil em 2017

5º Ano do E.F	44%	É a proporção de alunos que aprenderam o adequado na competência de resolução de problemas até o 5º ano na rede pública de ensino. Dos 2.411.745 estudantes, 1.064.398 demonstraram o aprendizado adequado em Matemática.
---------------	-----	--

Fonte: <https://qedu.org.br/brasil/aprendizado>.

Os dados mostram pouco aprendizado dos estudantes do 5º Ano do Ensino Fundamental em Matemática, essa situação aponta fragilidades das políticas públicas educacionais, assim, como também, a falta de um trabalho mais efetivo das escolas na verificação de quais descritores os estudantes necessitam de maior atenção, o que inclui também o ensino do conteúdo de fração.

Trazendo esta realidade para o Estado do Tocantins, percebemos que também os resultados na aprendizagem em Matemática não são satisfatórios, como sintetiza o quadro 02.

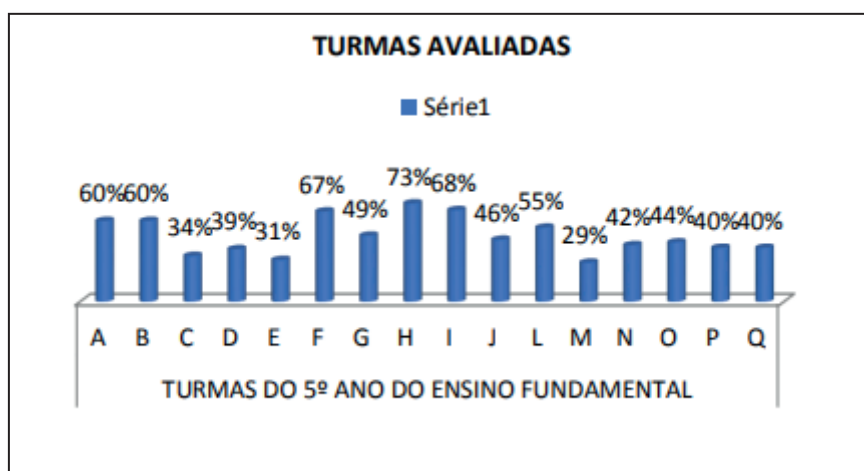
Quadro 2. Resultado do Estado do Tocantins em Matemática na Prova Brasil em 2017

5º Ano do E.F	37%	É a proporção de alunos que aprenderam o adequado na competência de resolução de problemas até o 5º ano na rede pública de ensino. Dos 23.208 estudantes, 8.527 demonstraram o aprendizado adequado.
---------------	-----	---

Fonte: <https://qedu.org.br/brasil/aprendizado>.

Elucida-se que em 2019 o SAETO avaliou os estudantes do 5º e 9º Anos do Ensino Fundamental da Rede Municipal de Palmas/TO, dentre outras, obtendo os seguintes percentuais de acertos em questões de Matemática com estudantes do 5º ano, sintetizados no gráfico 01 a seguir.

Gráfico 1. Turmas do 5º ano do Ensino Fundamental da Regional de Palmas



Fonte: SEDUC-TO³ (gráfico organizado pelo autor)

Foram avaliados 256 estudantes matriculados em 10 escolas, distribuídos em 16 turmas. Os resultados apontam que apenas em 06 turmas, os estudantes obtiveram acertos acima de 50% nas questões de Matemática, o que significa 37,5% das turmas. Portanto, dados muito preocupantes no processo de ensino e aprendizagem desses estudantes, questões estas, que também estão presentes o conteúdo de fração. Isso significa que os conceitos e conteúdos matemáticos trabalhados em sala de aula, precisam ser elaborados de maneira que proporcione aos estudantes melhor compreensão e, conseqüentemente, outras possibilidades de aprendizagem. Também não podemos esquecer a formação inicial dos professores, e se de fato, acontece à formação continuada, momento importante para que os professores retomem essas questões.

Uma vez situado o contexto das provas do SAETO, carece elucidar os aspectos a serem considerados na realização das análises. Para analisar as questões de fração presentes na avaliação do SAETO, adotamos como categorias de análise os registros de representação semiótica de Duval (1993; 1995; 2003); os significados de fração, propostos por Nunes et al (2003); e as características das quantidades de que também tratam Nunes et al (2005).

■ FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Merlini (2005), ao analisar o desempenho de estudantes de 5ª e 6ª séries em relação aos diferentes significados de frações, percebeu que somente 35% deles obtiveram sucesso nas respostas às questões. Nunes & Bryant (1997), sugerem que as dificuldades dos estudantes residem no fato de que eles não distinguem as características particulares dos conjuntos numéricos; transferem as propriedades do conjunto dos Números Naturais para o

3 Documento disponível em: <https://seduc.to.gov.br/avaliacao/avaliacao-da-aprendizagem-final/>. Acesso em 04 de jun.2020.



conjunto dos Números Racionais, incluindo-se as frações; que há estudantes concluindo a Educação Básica sem necessariamente, ter superado uma série de dificuldades em relação à compreensão do conceito de fração.

Ademais, as representações de registros semióticos permitem aos sujeitos elucidar as ideias e/ou imagens de um determinado objeto, o que reverbera em uma possibilidade metodológica para que o professor auxilie os estudantes a aprimorar suas ideias, expressões, concepções ou os registros de um dado objeto matemático, chegando às representações semióticas.

Nesse sentido, as representações semióticas comportam um sistema particular de signos, de linguagem, de escrita algébrica, ou gráficos cartesianos, e podem ser convertidas em representações equivalentes, dentro de outro sistema semiótico, embora possam apresentar significados diferentes para quem as utiliza. (DUVAL, 1993; 1995; 2003).

Segundo o autor (1993), os diversos registros de representação semiótica são intrínsecos a função cognitiva do pensamento, o que torna impossível sua separação, isso porque não há *noésis* (apreensão conceitual do objeto) sem *semiós* (produção de uma representação). Ele destaca três perspectivas para o termo representação: as representações mentais, internas ou computacionais e semióticas.

As representações mentais permitem uma visão de objeto na ausência de todo significante; comumente chamadas de imagens mentais, mas também podem estar ligadas aos conceitos, ideias, noções e crenças; e estão relacionadas a objetivação ou tomada de consciência, que pode ser entendido como comunicação para outrem; do ponto de vista cognitivo elas são conscientes e essenciais para fins de conceitualização.

As representações internas ou computacionais estão relacionadas ao tratamento de informações de forma mecânica por um sistema; portanto não são representações conscientes do sujeito, este apenas o executa. Já as representações semióticas estão relacionadas a um sistema de signos, linguagem, gráficos, que podem ser transformados em outros sistemas, também semióticos, de representação equivalente, com significações diferentes. Elas pressupõem as funções cognitivas de objetivação, tratamento e conversão. “O desenvolvimento das representações mentais efetua-se como uma interiorização das representações semióticas da mesma maneira que as imagens mentais são uma interiorização das percepções” (DUVAL, 2009, p. 17).

A função de conversão implica na mudança no sistema de registro de representação semiótica de partida, que, a depender do objeto a ser representado, pode não ser trivial para muitos estudantes, exatamente porque há a necessidade de diferenciar representante e representado. Para Duval (1993, 2003), a utilização de vários registros de representação (várias escrituras para os números, linguagem natural, figuras geométricas, gráficos





cartesianos, operações matemáticas, entre outras) é fundamental para a aprendizagem de matemática. O autor assevera que é importante não confundir funções, por exemplo, com sua representação gráfica. No caso em estudo, não se deve confundir a fração com suas representações gráficas, decimais, fracionária, percentual.

No caso dos números racionais, Vizolli (2001; 2006) argumenta que os estudantes conseguem dar um tratamento com representações decimais e algumas vezes representações fracionárias; no entanto, não percebem que 0,1 e 1/10 são representações de um mesmo número ou objeto matemático (número racional). De acordo com Santana (2012), a fração pode contemplar os registros de representação semiótica: simbólico (que compreende os numéricos ou algébricos); figural, no qual se devem levar em consideração as quantidades contínuas e discretas; linguagem natural, por exemplo, “dois terços”; registros concretos (representando objetos).

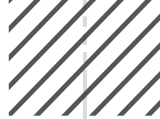
Figura 01. Registro de representação semiótica sobre fração

<i>Registros de representação da fração</i>			
<i>Registro figural</i>	<i>Registro simbólico</i>	<i>Registro Concreto¹</i>	<i>Registro na língua natural</i>
<u>Contínuo</u> 	<u>Númérico</u> $\frac{4}{6}$ 0,5 66,66% $4 \div 6$		Uma fração pode ser escrita seguindo as regras e convenções do Sistema Decimal de Numeração Um número racional escrito na forma $\frac{a}{b}$ com a e b inteiros e $b \neq 0$ está representado por uma fração
<u>Discreto</u> 	<u>Algébrico</u> $\frac{a}{b}, b \neq 0, a, b \in \mathbb{Z}$ a. $10^{n/3}$		

Fonte: SANTANA (2012, p. 65-66).

Conforme Santana (2012), os registros fracionários são os mais utilizados dentre os numéricos, o que pode ser justificado pelo fato de serem os mais usados nas aulas sobre esse conteúdo. Dessa maneira, ao passar de um registro para outro, os fracassos e bloqueios aumentam consideravelmente porque os estudantes não aprenderam que para um mesmo objeto matemático existem diferentes representações. Isto significa que há um “enclausuramento” provocado pelo mesmo-registro que impede o reconhecimento de outro





objeto matemático em representações diferentes. Tal fato denota ainda a confusão entre representante e representado, ou seja, entre a fração e seus registros de representação semiótica (SANTANA et al, 2013, p. 11).

Corroborando com o que assevera Duval (1993; 1995; 2003), os estudos de Bertoni (2002) indicam que a compreensão do conceito de fração necessita a utilização de um conjunto de representações simbólicas, linguísticas, gráficas e gestuais, capazes de representar situações e procedimentos intimamente ligados ao conceito. O exposto denota que a formação do conceito pelo estudante requer uma metodologia de ensino articulada às situações cotidianas, cujo processo de ensino perpassa pela proposição de respostas de modo informal, mentalmente ou por meio de falas.

Uma vez apresentado um pouco da literatura que trata dos registros de representação semiótica, que com certeza contribuirão na análise deste trabalho, apresentamos em seguida os aspectos metodológicos a serem seguidos

■ UMA ANÁLISE EM QUESTÕES DE FRAÇÃO DO SAETOT

Ao efetuarmos as análises, apresentamos cada uma das 04 questões do caderno de prova do SAETO/2011, do 5º Ano do Ensino Fundamental que envolve o conteúdo de fração. Ao apresentar cada questão, registramos o número conforme consta na prova. *Na sequência efetuamos as análises, considerando o referencial teórico dos registros de representação semiótica, significados de fração e as características das quantidades.*

Inicialmente cabe destacar que os enunciados das questões foram apresentados em linguagem alfabética, fazendo uso de números para indicar as quantidades. Para efeitos deste estudo, destacamos em negrito a alternativa que responde ao que foi demandado, ou seja, a que reponde ao que foi perguntado.

Questão 1. 5º Ano do Ensino Fundamental – ano 2011

05 - (INEP-M050402A9) Um microcomputador que custa R\$ 600,00 está sendo vendido na loja “INFOMARCA”, com um desconto de 25%.
Qual é o valor desse desconto?
(A) R\$ 150,00
(B) R\$ 250,00
(C) R\$ 450,00
(D) R\$ 750,00

Fonte: Caderno de prova do SAETO – 2011

O enunciado faz uso do registro de representação semiótica em língua materna e porcentagem (25%). Uma vez que se trata da aquisição de um microcomputador tem-se uma





quantidade discreta, mas o pagamento é realizado via sistema monetário, logo se opera com quantidades contínuas.

Para efetuar o cálculo os estudantes podem lançar mão do conceito de fração ($25\% = 25/100 = 1/4$), o que exige, nos termos de Duval (2009), a conversão (porcentagem para fração), e entendendo que se trata da quarta parte de 600,00, tem-se assim, $1/4$ de 600 ($1/4 \cdot 600 = 600 : 4 = 150$). Esse caso pode ser visto com significado de operador multiplicativo ($1/4 \times 600$) = 150. Ou ainda na relação parte-todo tanto em relação a porcentagem, neste caso 25% é igual quarta parte de 100%, assim como 600 sendo o todo, do qual se quer a quarta parte, portanto, (600 : 4). Isso implica dizer que 25% de 600 é 150. Então o desconto tratado na questão, refere-se a R\$ 150,00. Segundo Merlini (2005), o significado quociente está presente nas situações em que a operação de divisão se torna uma estratégia eficaz na resolução de uma determinada situação.

Questão 2. 5º Ano do Ensino Fundamental – ano 2011

13 - (INEP) Maria comeu $3/10$ de uma barra de chocolate. A quantidade de chocolate que Maria comeu, na forma decimal é:
(A) 3,10.
(B) 3,00.
(C) 0,03.
(D) 0,30.

Fonte: Caderno de prova do SAETO – 2011

A questão trata da fração $3/10$ de uma barra de chocolate, o que nos dá a ideia da relação parte-todo, que versa sobre quantidade contínua (NUNES et al, 2005). Embora o enunciado tenha sido apresentado em linguagem alfabética e com registro de representação semiótica fracionário, o comando leva a ocorrência apenas de um tipo de transformação: a conversão de um número fracionário ($3/10$) em um número decimal (0,30). Para tanto, basta que os estudantes se atentem para a leitura da fração (três décimos) o que facilita a visualização de 0,3. Neste caso basta à operação de tratamento para passar para = 0,30. Embora representado de modo completamente diferente, o conteúdo ou objeto matemático continua sendo o mesmo (DUVAL, 1993). O fato de uma das alternativas apresentar 0,03, pode gerar algum tipo de dúvida aos estudantes, mas ao se tentar para a leitura, perceberão que se trata de 3 centésimos,

Questão 3. 5º Ano do Ensino Fundamental – ano 2011

15 - (INEP/2009-Adaptada) Luma comprou um metro de fita e gastou 0,8m.
Qual é a fração que representa a parte que ela gastou?
(A) $1/2$
(B) $3/4$
(C) $8/10$
(D) $2/5$

Fonte: Caderno de prova do SAETO – 2011





Aqui a questão foi apresentada em linguagem alfabética e numérico decimal (DUVAL, 1993), cujo enunciado pode ser entendido como uma relação parte-todo, que envolve medida, portanto quantidade contínua (NUNES et al 2005). A pergunta do problema remete a conversão de que trata Duval (1993), exigindo a passagem do registro numérico decimal para fracionário. Possivelmente os estudantes farão a leitura de que $0,8 = \text{oito décimos} = 8/10$ e indicarão a alternativa como resposta, sem dar a devida atenção ao fato de que $0,8\text{m}$ equivalente a 80cm e que $1\text{m} = 100\text{cm}$ (transformação de medida), para então estabelecer a relação $80/100 = 8/10$.

Questão 4. 5º Ano do Ensino Fundamental – ano 2011

18 - (INEP/2009 - Adaptada) Em uma pesquisa feita com 1.000 alunos de uma escola verificou-se que 200 deles não criam animais de estimação. A quantidade que representa 50% dos alunos que criam animais de estimação é:

(A) 100 alunos.
(B) 150 alunos.
(C) 250 alunos.
(D) 400 alunos.

Fonte: Caderno de prova do SAETO – 2011

Esta questão exige que os estudantes identifiquem a relação parte-todo absoluta: alunos da escola (1000), alunos que não criam animais (200), com a relação parte-todo relativa (50% dos alunos que criam animais), reconhecendo que essa quantidade de estudantes (800) resulta da diferença entre o todo (1000) e os que não criam (200) alunos que criam animais. Uma vez que o enunciado remete a pessoas, tem-se uma quantidade discreta e, dado o fato de que os estudantes terão que comparar o quantitativo de pessoas, tem-se ainda quantidade extensiva. (NUNES, et al, 2005, p. 123).

Para resolver a questão os estudantes podem lançar mão de diferentes registros de representação semiótica (percentual, fracionário e decimal). Possivelmente os estudantes reconhecerão que $50\% = \text{metade} = 1/2 = 0,5$ (conversão – DUVAL, 1993), mas encontrarão dificuldades em reconhecer que não se trata de 1000, nem de 200, mas sim de 800 estudantes. E, uma vez que uma das alternativas remete a metade de 200, portanto 100, possivelmente muitos estudantes indicarão tal alternativa como resposta. Espera-se que os estudantes tenham a compreensão de que se trata de 50% de 800, portanto, metade dessa quantidade (400) são os estudantes que criam animais de estimação.

■ TECENDO CONSIDERAÇÕES

Elucida-se que o presente estudo faz parte de um projeto mais amplo de Mestrado, portanto esta pesquisa é uma parte, especificamente relacionada às questões do 5º ano do SAETO/2011. Ela é parte integrante da análise do conteúdo de fração que se faz presente





em questões da prova do Sistema de Avaliação do Estado do Tocantins do 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental e, 3º Ano do Ensino Médio.

As questões analisadas vislumbram que nem todas remetem somente ao conceito de fração, no entanto, podem ser resolvidas utilizando os significados de fração, a exemplo das questões de número 05 e 18 que trazem porcentagem em seu enunciado. Isso corrobora com o que preconiza Duval (1993), quando assevera que existem diferentes registros de representação semiótica para um mesmo objeto matemático.

Ainda considerando o enunciado da questão de número 05, é visível que se trata do uso de registro de representação semiótica em língua materna e porcentagem (25%), logo requer a compreensão conceitual de fração, a realização da conversão de porcentagem para registro fracionário assim como afirma Duval (1993).

Uma delas traz em seu enunciado, fração de uma barra de chocolate, o que nos remete a ideia da relação parte-todo, portanto, versa sobre quantidade contínua (NUNES et al, 2005), apresenta também linguagem alfabética e numérica decimal (DUVAL, 1993).

Para resolver as questões apresentadas, os estudantes podem lançar mão de diferentes registros de representação semiótica, percentual, fracionário e decimal, o que nos termos de Duval (1993), se faz necessário o processo de conversão para se chegar às respostas.

Considerando a literatura que aduz sobre o processo de ensino e aprendizagem de fração, orienta-se que os professores dêem a devida atenção ao uso de diferentes registros de representação semiótica, aos significados de fração, bem como em relação às características das quantidades, essas ferramentas se constituem como possibilidades de análise e resolução de conteúdos matemáticos, propiciando aos estudantes amplos conhecimentos sobre determinado conteúdo, neste caso, o conteúdo de fração.

Partindo desse pressuposto, orientamos que tais conteúdos, também sejam observados por ocasião das provas do SAETO. Segundo Perrenoud (1999, p. 78), *“a avaliação da aprendizagem, no novo paradigma, é um processo mediador na construção do currículo e se encontra intimamente relacionada à gestão da aprendizagem dos alunos”*. Desse modo, entendemos que a avaliação educacional se constitui parte integrante do processo de ensino e aprendizagem dos estudantes, com isso, mantém intrínseca relação com a concepção de educação, seja qual for o objeto em estudo.

Assim, entende-se que do Sistema de Avaliação do Estado do Tocantins – SAETO se configura como parte integrante no processo avaliativo da aprendizagem dos estudantes, porém, se faz necessário a divulgação dos resultados e utilização dos dados obtidos pela comunidade escolar, pelos discentes e, principalmente por professores que ensinam Matemática.

Chamamos a atenção no sentido de que, a avaliação só terá sentido se seus resultados contribuírem no fortalecimento de políticas públicas educacionais, no planejamento





de ações pedagógicas que possibilitem novos momentos de reflexão e aprendizagem das crianças, jovens e adultos. Destaca-se que o conteúdo de fração integra o currículo escolar, estar presente nos livros didáticos, figura nas avaliações em larga escala, recomendado pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

■ REFERÊNCIAS

1. BERTONI, N. E. (2002). **Educação e linguagem matemática 4**. Módulo V, vol. 2. Brasília: Universidade de Brasília.
2. BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: Ministério da Educação (MEC), 2017. 600 p. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf> Acesso em: 21 ago. 2019.
3. DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano**: registro semiótico e aprendizagens intelectuais (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels) Fascículo I. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.
4. DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. A. D. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas, SP: Papirus, 2003, p. 11-34. (Coleção Papirus Educação).
5. DUVAL, r. **Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Bern, Berlin, Frankfurt/M. New York, Paris, Wien: Peter Lang, editions scientifiques européennes, 1995.
6. DUVAL, R. Registres de représentation sémiotique et fonctionnements cognitif de la pensée. In: **Annales de didactique et Sciences Cognitives**. Strasbourg: IREM-ULP, 1993. vol.5, pp. 37-65.
7. GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.
8. MERLINI, Vera Lucia. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005.
9. NUNES, T. et al. **Educação matemática 1**: números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005.
10. NUNES, T. et al. **The effect of situations on children's understanding of fractions**. Trabalho apresentado no encontro da British Society for Research on the Learning of Mathematics. Oxford, junho de 2003.
11. NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças Fazendo Matemática**. Tradução de: COSTA, S. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
12. PERRENOUD, Phellipe. **Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens, entre duas lógicas**. Porto Alegre: Artmed, 1999.





13. SANTANA, Larissa Elfisia de Lima. et al. **Frações e seus diferentes registros de representação semiótica**: uma análise da percepção de futuros pedagogos. In: Anais do XI ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática: Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas. SBEM: Curitiba, 2013.
14. SANTANA, Larissa Elfisia de Lima. Os saberes conceituais de pedagogos em formação inicial, acerca de Fração. 2012. Dissertação (Mestrado) Universidade Estadual do Ceará, 182f.
15. TOCANTINS. **LEI Nº 2.977, DE 08 DE JULHO DE 2015**. Publicada no Diário Oficial nº 4.411. Aprova o Plano Estadual de Educação do Tocantins – PEE/TO (2015-2025). <https://central3.to.gov.br/arquivo/412370/> . Acesso em 21/02/2019.
16. VIZOLLI, Idemar. **Registros de alunos e professores de educação de jovens e adultos na solução de problemas de proporção-porcentagem**. Curitiba, 2006. 245f. + 188 anexos (CD). Tese (Doutorado em Educação) Universidade Federal do Paraná.
17. VIZOLLI, Idemar. **Registros de representação semiótica no estudo de porcentagem**. Florianópolis, 2001. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Federal de Santa Catarina. 245f.



SOBRE AS ORGANIZADORAS

Eloisa Rosotti Navarro

Doutoranda em Educação pela Universidade Federal de São Carlos (Ufscar), na linha de pesquisa em Educação Matemática. Mestre em Educação em Ciência e em Matemática pela Universidade Federal do Paraná (UFPR), na área de Tecnologia e Educação Matemática (2015). Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual de Maringá - UEM (2012). É Assessora Pedagógica de Matemática na Positivo Soluções Didáticas (Curitiba, PR). É pesquisadora na UFPR e na Ufscar, sendo membro dos grupos de pesquisa: GPTEM - Grupo de Pesquisa sobre Tecnologias na Educação Matemática e GPEFCom - Grupo de Pesquisa Formação Compartilhada de Professores – Escola e Universidade, respectivamente. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Matemática. Atua, principalmente, no tema: Teoria Histórico-Cultural e Tecnologias Digitais na Educação.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8916355296831066>

Maria do Carmo de Sousa

Licenciada em Matemática pela UNISO (1989). Especialista em Matemática pela UNICAMP (1993). Mestre em Educação pela UNICAMP (1999) e Doutora em Educação pela UNICAMP (2004), área de concentração em Educação Matemática. Pós-doutorado pela Faculdade de Educação da USP- FEUSP (2016). Exerce o cargo de professor associado na Universidade Federal de São Carlos (DME-UFSCar). Líder do Grupo de Pesquisa Formação Compartilhada de Professores Escola e Universidade (GPEFCom-UFSCar). Membro do Grupo de Estudos e Pesquisas sobre a Atividade Pedagógica (GEPAPE-FEUSP). Vice-coordenadora do Programa de Pós-Graduação Profissional em Educação (PPGPE - UFSCar). Possui experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática. Desenvolve pesquisa nas seguintes temáticas: Formação de Professores, Educação Matemática, Educação Conceitual, História da Matemática e ensino de álgebra. Coordenou o Programa Residência Pedagógica (UFSCar), no período de agosto/2018 a janeiro/2020. Coordenou o Programa de Pós-Graduação Profissional em Educação (PPGPE - UFSCar), nos períodos: 2012 a 2014 e 2017 a 2019; Coordenou o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID-UFSCar), no período de 2008 a 2014. Coordenou o Programa Observatório da Educação (OBEDUC-UFSCar), no período de 2009 a 2012. Atuou no cargo de professor assistente na UNESP - Presidente Prudente; como docente e supervisora de EAD - Cegesp (UNICAMP) e, na Educação Básica, em escolas públicas e particulares, da cidade de Salto/SP. Bolsista produtividade do CNPq, modalidade PQ, nível 2.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6637658562543505>

ÍNDICE REMISSIVO

A

Ações de Professores: 50

Álgebra Lineal: 206, 207, 208, 222, 223

Análise: 48, 92, 125, 172, 199, 230, 231, 234, 316, 320, 321, 395, 412, 421, 434, 436

Anos Iniciais: 465

Aprendizagem: 18, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 67, 68, 130, 131, 144, 146, 147, 148, 149, 152, 156, 237, 317, 330, 335, 339, 341, 355, 357, 435, 450, 451, 452, 453, 454, 457, 458, 460, 461, 463, 511

Aspectos Subjacentes: 119

Atividade Pedagógica: 17

Avaliação: 50, 51, 52, 53, 54, 55, 67, 68, 116, 126, 296, 330, 341, 389, 434, 457, 500, 501, 510, 511

C

Cálculo: 438, 440, 441, 442, 447, 448

Cenários: 143, 144, 146, 147, 148, 156, 482, 483, 484, 486, 492, 498

Congruência Semântica: 416, 420

Conversão: 416

D

Desigualdades: 416

Docente: 247, 385, 388, 393

E

Educação: 17, 34, 35, 48, 50, 51, 52, 55, 56, 57, 61, 67, 68, 69, 79, 81, 86, 87, 90, 92, 93, 114, 125, 126, 130, 131, 134, 141, 142, 144, 145, 146, 148, 152, 153, 154, 155, 156, 158, 159, 160, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 184, 185, 186, 188, 191, 203, 204, 225, 230, 231, 232, 233, 234, 237, 238, 244, 245, 247, 248, 250, 251, 252, 253, 254, 258, 260,

268, 286, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 309, 310, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 319, 322, 323, 324, 325, 326, 329, 330, 331, 334, 335, 338, 339, 340, 341, 342, 352, 353, 354, 355, 358, 359, 369, 371, 372, 374, 383, 385, 386, 387, 388, 390, 392, 393, 394, 395, 401, 402, 405, 410, 412, 413, 414, 433, 435, 448, 451, 462, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 483, 485, 488, 490, 491, 492, 495, 497, 498, 500, 501, 502, 505, 511, 512, 513

Educação Básica: 158

Educação Estatística: 185, 234, 312

Educação Financeira: 166

Educação Infantil: 17, 290

Educação Matemática: 141, 225, 286, 309, 511

Enem: 224

Ensino: 17, 18, 22, 23, 25, 26, 33, 35, 37, 47, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 60, 61, 65, 67, 68, 71, 74, 78, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93, 116, 118, 126, 129, 130, 135, 141, 144, 148, 156, 158, 159, 162, 167, 174, 186, 188, 191, 192, 198, 199, 200, 202, 204, 224, 225, 230, 231, 232, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 243, 245, 254, 258, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 299, 301, 309, 312, 314, 315, 318, 323, 325, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 337, 338, 339, 341, 342, 354, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 364, 369, 383, 385, 388, 398, 399, 401, 403, 413, 416, 417, 418, 434, 435, 436, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 445, 446, 447, 448, 450, 457, 462, 465, 469, 470, 472, 473, 478, 479, 482, 483, 484, 485, 486, 490, 498, 500, 501, 502, 503, 504, 507, 508, 509, 510, 511

Ensino de Matemática: 330, 473, 479

Ensino de Probabilidade: 224, 225

Ensino e Aprendizagem: 71, 235, 354

Ensino Remoto: 329



Estratégias de Pensamento: 462

Experiencia: 270, 277, 286

Experiencia Práctica: 270

Experiências e Perspectivas: 255

F

Formação Continuada: 245, 371, 395, 398

Formação de Professores: 130, 289, 478

Formação Docente: 233, 256, 394

Formação Inicial: 288, 374, 466, 479

Fração: 500, 512

G

Geometria: 125, 138, 239, 240, 290, 291, 294, 295, 299, 301, 302, 310, 330, 337, 346, 404, 407, 482, 483, 484, 485, 486, 488, 489, 490, 492, 493, 495, 496, 497, 498, 502

Geometria Esférica: 488, 489, 493

Geometria Espacial: 294

Grandezas e Medidas: 290, 291

H

Historiografia: 482

I

Inclusão: 144, 146, 148, 152, 154, 309, 328, 329

Instrumento Educativo: 71

J

Jogo: 71, 74, 79, 268, 434

Jogos de Linguagem: 398

L

Laboratório: 258, 297, 298, 357, 359, 362

Licenciados: 465

Licenciando: 438

Licenciatura: 51, 136, 140, 158, 159, 166, 168, 169, 290, 344, 346, 347, 351, 354, 357, 363,

372, 434, 439, 441, 442, 443, 446, 470

M

Mapeamento: 231, 253, 311, 312, 314, 320, 434

Matemática: 23, 39, 47, 48, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 67, 68, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 81, 82, 84, 85, 87, 89, 90, 91, 92, 93, 114, 115, 116, 117, 121, 122, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 131, 132, 134, 135, 136, 137, 138, 140, 141, 142, 144, 146, 147, 148, 149, 150, 152, 154, 156, 158, 159, 162, 166, 167, 168, 169, 170, 173, 174, 184, 186, 188, 191, 192, 193, 200, 203, 204, 222, 223, 225, 226, 230, 231, 232, 233, 234, 237, 239, 240, 244, 245, 247, 248, 250, 251, 252, 253, 254, 256, 258, 259, 261, 262, 263, 266, 268, 270, 271, 272, 273, 278, 286, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 309, 310, 312, 313, 316, 322, 323, 324, 326, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 335, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 351, 352, 353, 354, 355, 357, 358, 359, 361, 362, 363, 369, 371, 372, 393, 398, 399, 401, 402, 403, 405, 406, 407, 410, 413, 414, 417, 418, 419, 433, 434, 435, 436, 438, 439, 441, 442, 443, 447, 448, 451, 462, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 483, 484, 485, 487, 489, 490, 492, 493, 495, 498, 500, 501, 503, 504, 510, 511, 512, 513

Metodologias: 38, 144, 256, 322, 369

Metodologias Ativas: 144

Modelagem Matemática: 37, 47, 448, 472, 479

Mutidisciplinaridade: 37

N

Numeramento: 128, 129, 131, 137, 139, 142

P

Pandemia: 323, 329

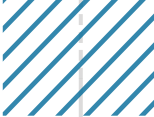
Pedagogia: 23, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 89, 91, 92, 128, 136, 140, 141, 289, 290, 291, 294, 295, 313, 388, 469, 470, 472, 475, 477, 479

Pedagogo: 91, 465, 466, 471, 475, 477

Pensamento Teórico: 17, 31

Práticas Escolares: 398





Problemas: 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 67,
68, 453, 462, 463

S

Saberes: 81, 237, 254, 395, 437, 438, 447, 479

T

Tabuada: 398, 399, 400, 401, 403, 404, 405,
407, 408, 409, 410, 411, 412

Tecnologia: 144, 156, 513

Tecnologias Digitais: 312, 330

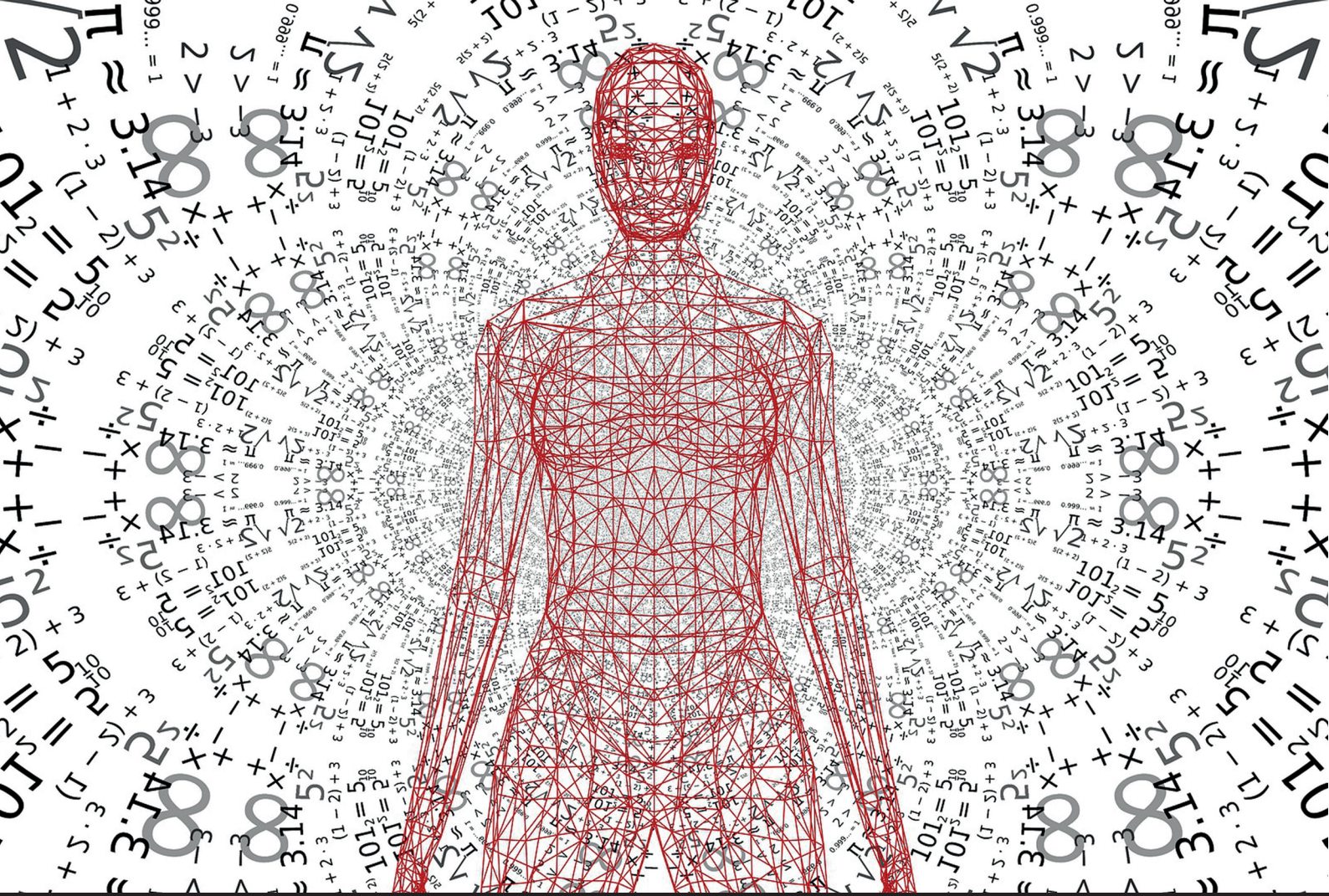


follow us



www.editoracientifica.org

contato@editoracientifica.org



VENDA PROIBIDA - ACESSO LIVRE - OPEN ACCESS

